

Міністерство освіти і науки України
Рівненський державний гуманітарний університет
Національний університет водного господарства та
природокористування
Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. акад. С. Дем'янчука
Харківський національний університет ім. В. Н. Каразіна
Київський національний університет ім. Т. Шевченка
Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України
Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України
Наукове товариство ім. Т. Шевченка
Інститут механіки і прикладної інформатики
Університет Казимира Великого в Бидгощі (Польща)

Міжнародна наукова конференція

***СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ
МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ
ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МЕТОДІВ***

19 – 22 лютого 2015 року

Матеріали конференції

Рівне – 2015

ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

- Сергієнко І. В. – співголова
- Кушнір Р. М. – співголова
- Ляшко С. І. – співголова
- Бомба А. Я. – заступник голови
- Власюк А. П.
- Базилевич Р. П.
- Буй Д. Б.
- Булавацький В. М.
- Воробель Р. А.
- Гандель Ю. В.
- Гаращенко Ф. Г.
- Грищенко О. Ю.
- Кузьменко А. П.
- Куссуль Н. М.
- Мартинюк П. М.
- Міщенко В. О.
- Наконечний О. Г.
- Турбал Ю. В.
- Чапля Є. Я.
- Чикрій А. О.
- Цєшко М.
- Кубік Ю.

Друкується за ухвалою Вченої ради РДГУ (протокол № 6 від 30 січня 2015 року).

Матеріали Міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів». – Рівне : РВВ РДГУ, 2015. – 229 с.

**Ministry of Education and Science of Ukraine
Rivne State Humanitarian University
National University of Water Management and Nature Resources Use
International University of Economics and Humanities named
after Stepan Demianchuk
V. N. Karazin Kharkiv National University
Taras Shevchenko National University of Kyiv
V. M. Glushkov Institute of Cybernetics of NAS of Ukraine
Pidstryhach Institute for Applied Problems of Mechanics and Mathematics
of NAS of Ukraine
Shevchenko Scientific Society
Kazimierz Wielki University in Bydgoszcz**

International Scientific Conference

***MODERN PROBLEMS OF
MATHEMATICAL MODELING AND
COMPUTATIONAL METHODS***

19 – 22 February 2015

Conference proceedings

Rivne – 2015

PROGRAM COMMITTEE

- **Sergienko I.** – Co-Chair
- **Kushnir R.** – Co-Chair
- **Liashko S.** – Co-Chair
- **Bomba A.** – Vice Chairman
- **Vlasiuk A.**
- **Bazylevych R.**
- **Bui D.**
- **Bulavatskyi V.**
- **Vorobel R.**
- **Gandel Yu.**
- **Garashchenko F.**
- **Gryshenko O.**
- **Kuzmenko A.**
- **Kussul N.**
- **Martyniuk P.**
- **Mischenko V.**
- **Nakonechnyi O.**
- **Turbal Yu.**
- **Chaplia Ye.**
- **Chikrii A.**
- **Cieszko M.**
- **Kubik J.**

Suggested for print by the Academic Senate of RSHU (protocol № 6 from 30.01.2015).

Proceedings of the International Scientific Conference «Modern Problems of Mathematical Modeling and Computational Methods». – Rivne : EPD RSHU, 2015. – 229 p.

ЗМІСТ / СОДЕРЖАНИЕ / CONTENTS

Аврука І. С. МЕХАТРОННІ САМОРУХОМІ ПРИСТРОЇ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ДЕФЕКТІВ У ТЕХНОЛОГІЧНИХ КОНСТРУКЦІЯХ	19
Бабич С. В., Турбал Ю. В. АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ДОПУСТИМОЇ МАТРИЦІ РОЗКЛАДІВ	21
Бартіш М. Я., Ковальчук О. В. ТРИКРОКОВИЙ МЕТОД ІЗ ШВИДКІСТЮ ЗБІЖНОСТІ $1 + \sqrt{2}$ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПЕРЕВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ	22
Бахрушин В. Є., Дудко І. О. ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ КРИТЕРІЮ ТИПУ КОЛМОГОРОВА–СМИРНОВА ПРИ АНАЛІЗІ АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ	23
Бахрушин В. Є., Ігнахіна М. О., Назаренко О. О. ПЕРЕВІРКА АДЕКВАТНОСТІ НЕЛІНІЙНИХ РЕГРЕСІЙНИХ МОДЕЛЕЙ ЗАСОБАМИ МОВИ R	24
Бахрушин В. Є., Нуждов А. Є. ЕМПІРИЧНЕ ПОРІВНЯННЯ ПОТУЖНОСТІ ОДНОФАКТОРНОГО ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ ТА КРИТЕРІЮ ДЖОНКХІЄРА–ТЕРПСТРИ	25
Бачишина Л. Д., Денисюк М. П. РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ДОДАТКУ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ОПТИМАЛЬНИХ УМОВ ПРАЦІ В ПРИМІЩЕННЯХ	26
Бачишина Л. Д., Попружук О. М. РОЗРОБКА ВЕБ-РЕСУРСУ «ГЕОІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА УРОЖАЙНОСТІ ЗЕРНОВИХ КУЛЬТУР УКРАЇНИ»	27
Бігун Я. Й. ОБГРУНТУВАННЯ МЕТОДУ УСЕРЕДНЕННЯ НА ПІВОСІ ДЛЯ БАГАТОЧАСТОТНИХ СИСТЕМ ІЗ ЛІНІЙНИМ ЗАПІЗНЕННЯМ	28
Білоус М. В. НОВІ ПІДСИСТЕМИ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО РОЗВ'ЯЗУВАЧА НАДРА-3D	29
Білушак Ю. І., Гончарук В. Є., Давидок А. Є., Чернуха О. Ю. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗНИХ ТЕПЛОВИХ І ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ З УРАХУВАННЯМ РОЗПАДУ ДОМІШКИ У ДВОФАЗНІЙ СТОХАСТИЧНО НЕОДНОРІДНІЙ БАГАТОШАРОВІЙ СМУЗІ	30

Бойцова І. А. ПОБУДОВА АСИМПТОТИЧНО ОПТИМАЛЬНОГО КЕРУВАННЯ В ЛІНІЙНІЙ ЗА КЕРУВАННЯМ ЗАДАЧІ ЗІ ШВИДКИМИ ТА ПОВІЛЬНИМИ ЗМІННИМИ	31
Бомба А. Я., Гладка О. М., Кузьменко А. П. ЧИСЛОВІ МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ ТА СУМАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ КВАЗІІДЕАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ У НЕОДНОРІДНИХ ПЛАСТАХ	32
Бомба А. Я., Крока Л. Л. ЧИСЛОВІ МЕТОДИ КВАЗІКОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ КОЕФІЦІЄНТА ЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ ЗА ДАНИМИ ТОМОГРАФІЇ ПРИКЛАДЕНИХ ПОТЕНЦІАЛІВ	33
Бомба А. Я., Присяжнюк О. В. ПРОСТОРОВІ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНІ ПРОЦЕСИ БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО КОНВЕКТИВНО-ДИFUЗІЙНОГО МАСОПЕРЕНОСУ В НАНОПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ З ВРАХУВАННЯМ ТЕРМОРЕЖИМУ	34
Бомба А. Я., Сінчук А. М. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ НЕІЗОТЕРМІЧНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ІЗ УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ТРИЩИН ГІДРОРОЗРИВУ	35
Бразалук Ю. В. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БАГАТОФАЗНИХ ТЕЧІЙ НАДТЕКУЧОЇ РІДИНИ	36
Васьо Н. О., Чекурін В. Ф. ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ МОНОХРОМАТИЧНОГО ПОЛЯРИЗОВАНОГО СВІТЛА ІЗ ДЕФОРМОВАНОЮ СТРУКТУРОЮ «ФОТОПРУЖНИЙ ПОКРИВ-ПРОВІДНИК»	37
Венгерський П. С. ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПОВЕРХНЕВОГО СТОКУ В НАБЛИЖЕННІ КІНЕМАТИЧНОЇ ХВИЛІ	38
Верлань Д. А. АЛГОРИТМИ АНАЛІЗУ ДИНАМІКИ НЕЛІНІЙНИХ ОБ'ЄКТІВ У ВИГЛЯДІ ІНТЕГРАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ З ЯДРАМИ, ЩО РОЗДІЛЯЮТЬСЯ	39
Виклюк Я. І., Лєко Т. Б. ВСТАНОВЛЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ВИНИКНЕННЯ УРАГАНІВ ТА СОНЯЧНОЮ АКТИВНІСТЮ НА ОСНОВІ ANFIS МОДЕЛЕЙ	40

Власій О. О., Чернуха О. Ю. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИФУЗІЇ ДОМШКИ ЗА НАЯВНОСТІ ДВОХ СТАНІВ У БАГАТОКОМПОНЕНТНОМУ СЕРЕДОВИЩІ З ВИПАДКОВИМ ПРОШАРКОМ	41
Власюк А. П., Дроздовський Т. А. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІНИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ҐРУНТОВОГО МАСИВУ ПРИ НАГНІТАННІ В НЬОГО В'ЯЖУЧОГО РОЗЧИНУ З УРАХУВАННЯМ МАСО- ТА ВОЛОГОПЕРЕ-НЕСЕННЯ	42
Власюк А. П., Жуковська Н. А. ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТЕПЛО-МАСОПЕРЕ-НЕСЕННЯ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ҐРУНТОВОГО МАСИВУ В ТРИ-ВИМІРНОМУ ВИПАДКУ	43
Власюк А. П., Жуковський В. В. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ РАДІОНУКЛІДІВ У НЕНАСИЧЕНОМУ ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ У ДВОХВИМІРНОМУ ЛІНІЙНОМУ ВИПАДКУ	44
Власюк А. П., Климчук В. М. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ НАРОДОНАСЕЛЕННЯ В ОДНОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ	45
Власюк А. П., Огійчук В. О. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАСОПЕРЕ-НЕСЕННЯ СОЛЕЙ ПРИ ФІЛЬТРАЦІЇ ТА ВОЛОГОПЕРЕ-НЕСЕННІ В НАСИЧЕНО-НЕНАСИЧЕНИХ ҐРУНТАХ У НЕІЗОТЕРМІЧНИХ УМОВАХ	46
Власюк А. П., Остапчук О. П. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ РАДІОНУКЛІДІВ У ҐРУНТОВОМУ МАСИВІ В НЕІЗО-ТЕРМІЧНИХ УМОВАХ У ДВОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ	48
Власюк А. П., Цвєткова Т. П. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕ-НЕСЕННЯ СОЛЕЙ В НАСИЧЕНО-НЕНАСИЧЕНОМУ ҐРУНТОВОМУ МАСИВІ ПРИ ЙОГО ОСУШЕННІ	49
Вовк О. М. ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ ТЕРМОЧУТЛИВИХ ПІВПРОСТОРІВ ЗА ДІЇ ДЖЕРЕЛА ТЕПЛА НА МЕЖІ КОНТАКТУ	51

Воєвода В. В. ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТЕЧІЇ В'ЯЗКОПЛАСТИЧНОЇ РІДИНИ	52
Вуж Т. Є., Мокін В. Б. НОВИЙ ПІДХІД ДО ПРОСТОРОВО-ХРОНОЛОГІЧНОЇ ФОРМАЛІЗАЦІЇ ВПЛИВУ ФАКТОРІВ НА ПРОСТОРОВІ ОБ'ЄКТИ	53
Гаврилюк В. І., Чекмарьова А. О. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У КРИВОЛІНІЙНИХ ОБЛАСТЯХ З НЕВИЗНАЧЕНИМИ ДІЛЯНКАМИ МЕЖ	54
Гаращенко О. В., Гаращенко В. І., Дейнека О. Ю., Мельник В. В. НАПІВЕМПІРИЧНЕ РІВНЯННЯ ПЕРІОДУ ФІЛЬТРОЦИКЛУ МАГНІТНОГО ФІЛЬТРА	55
Гой Т. П. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ДВОХ ФУНКЦІЙ ДІЙСНОЇ ЗМІННОЇ ТИПУ ІНТЕГРАЛІВ ФРЕНЕЛЯ	56
Горбенко В. І., Шарафутдінов Я. Е. МОДЕЛЮВАННЯ ЗАБРУДНЕННЯ ВІД АВТОТРАНСПОРТУ	57
Грицик Т. А. ФОРМУВАННЯ УМІНЬ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ	58
Грицько Б. Є. МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПОТЕНЦІАЛУ В КУСКОВО-ОДНОРІДНОМУ ПІВПРОСТОРІ	60
Грицюк П. М., Бабич Т. Ю. МІНІМІЗУЮЧИЙ АЛГОРИТМ РОЗМІЩЕННЯ СПОЖИВАЧІВ НА ТРАНСПОРТНІЙ МЕРЕЖІ	61
Гудь В. М., Драчук Ю. С., Васильчик Т. М., Смажний О. І. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ПОСТІЙНИХ МАГНІТІВ	63
Гудь В. М., Мельник В. С., Пашковський О. П., Герус Л. МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОГО ГЕНЕРАТОРА З РІДИННИМ ТЕПЛООБМІННИКОМ	64
Данилюк І. М., Данилюк А. ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗЧИНЕННЯ ПРИМУСОВО СТИСКУВАНОВО ГАЗОВОГО ОБ'ЄМУ В РІДИНІ	65
Данченков Я. В., Тарас Б. І., Степанюк Н. ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РЕГУЛЮВАННЯ ТЕПЛООВОГО НАВАНТАЖЕННЯ КОТЛОАГРЕГАТИВ В ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМАХ	66

Дворкін Л. Й., Турбал Ю. В., Шах А. К. АВТОМАТИЗОВАНЕ ПРО- ЕКТУВАННЯ СКЛАДУ БЕТОННОЇ СУМІШІ	67
Демидюк М. В., Гошовська Н. ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ МОБІЛЬНОГО ДВОЛАНКОВОГО МАНІПУЛЯТОРА	68
Демидюк М. В., Литвин Б. А. ОПТИМІЗАЦІЯ ЛІНІЙНИХ РОЗМІ- РІВ СТОПИ ДВОНОГОГО КРОКУЮЧОГО РОБОТА	69
Демченко В. Л. ПОВЕДІНКА РЕЧОВИНИ В ПОСТІЙНОМУ МАГ- НІТНОМУ ПОЛІ	70
Денсєжко С. А., Поліновський В. В. СПРОЩЕНА МОДЕЛЬ ПОДІЄ- КЕРОВАНОЇ АРХІТЕКТУРИ ПРОСТОЇ ОБРОБКИ ПОДІЙ	71
Добуляк Л. П., Костенко С. Б. ВИКОРИСТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙ- НИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ РОЗРОБКИ ЕФЕКТИВНИХ МЕТОДІВ УПРАВЛІННЯ ПІДПРИЄМСТВАМИ МАЛОГО БІЗНЕСУ	72
Дрінь М., Дрінь Я. М. ПСЕВДОДИФЕРЕНЦІАЛЬНА БАГАТОТОЧ- КОВА НЕЛОКАЛЬНА ЗАДАЧА	73
Дрінь С., Дрінь Я. М. ЗАДАЧА КОШІ ДЛЯ МОДЕЛЬНОГО РІВ- НЯННЯ ФРАКТАЛЬНОЇ ДИФУЗІЇ З ВІДХИЛЕННЯМ АРГУМЕН- ТА	74
Журавчак Л. М., Крук О. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ У КУСКОВО-ОДНОРІДНИХ ТЕРМОЧУТЛИВИХ СЕРЕДОВИЩАХ	75
Євдокимов Д. В. РЕГУЛЯРНИЙ МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕН- ТІВ З ТОЧКАМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ВСЕРЕДИНІ ОБЛАСТІ	76
Заєць Ю. О. ДИНАМІКА ВЗАЄМОДІЇ РОЗРИВНОЇ ХВИЛІ З КЛИ- НОПОДІБНИМ ПРУЖНИМ ШАРОМ ПРИ УМОВАХ МОЖЛИВО- ГО ПРОКОВЗУВАННЯ МІЖ ГРАНИЧНИМИ ПЛОЩИНАМИ	77
Іванчук В. В., Древецький В. В. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕКТИФІКАЦІЙНОЇ КОЛОНИ ЯК ОБ'ЄКТА УПРАВЛІННЯ	78
Іванюк В. А., Понеділок В. В. ПОБУДОВА ЯДЕР ІНТЕГРАЛЬНОГО РЯДУ ВОЛЬТЕРРИ НА ОСНОВІ МЕТОДУ АПРОКСИМАЦІЇ ФІ- ГУРОЮ ОБЕРТАННЯ	79

Іващук Я. Г. АЛГОРИТМ РЕМЕЗОВОГО ТИПУ НАЙКРАЩОГО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ ЕЛЕМЕНТАМИ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИХ КЛАСІВ	80
Ізонін І. В. ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ОБЧИСЛЕННЯ ЕКСПОНЕНТ ГЕЛЬДЕРА В ЗАДАЧАХ РЕКОНСТРУКЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ	81
Каплун А. В., Крива Н. Р., Цимбалюк Л. І. ДВОПЕРІОДИЧНА ЗАДАЧА ПРО ПЛАСТИЧНЕ ВІДШАРОВУВАННЯ ЖОРСТКОГО ВОЛОКНА РОМБІЧНОГО ПЕРЕРІЗУ	82
Каштан С. С., Бойчура М. В. ЧИСЛОВІ МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВІЛЬНОГО РУХУ РІДИН У ВОДОЙМАХ ЗА УМОВ КЕРУВАННЯ	83
Кирик Т. А. ВИКОРИСТАННЯ РІЗНИХ ФОРМ НАВЧАННЯ НА ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З ПРОГРАМУВАННЯ	85
Кінчур О. Ф. МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТОТНО-КЕРОВАНОВОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДУ СИСТЕМИ ВОДОПОСТАЧАННЯ	86
Клен І. В. ПРО ДЕЯКІ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ ТА МЕТОДИ ЇХ РОЗВ'ЯЗАННЯ ..	87
Клепач М. М. АНАЛІЗ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ ОКТАНОВОГО ЧИСЛА БЕНЗИНІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ	89
Климюк Ю. Є. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОСТОРОВИХ СИНГУЛЯРНО-ЗБУРЕНИХ ПРОЦЕСІВ МАСОПЕРЕНОСУ ЗАБРУДНЮЮЧИХ РЕЧОВИН У БАГАТОШАРОВИХ ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ	90
Коковська Я. В., Венгерський П. С. ВИКОРИСТАННЯ НАБЛИЖЕННЯ КІНЕМАТИЧНОЇ ХВИЛІ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ РУСЛОВОГО СТОКУ РІДИНИ	91
Колодяжний В. М. ФОРМУВАННЯ МОДІФІКОВАНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПРИ ЗАСТОСУВАННІ МЕТОДУ ДИСКРЕТНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В ЗАДАЧАХ ГЕОМЕХАНІКИ	92

Кот В. В. СПОЛУЧЕННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З КРУГОВИМ ОТВОРОМ І КРУГЛОГО ДИСКА СИСТЕМОЮ ДВОХ ПРУЖНИХ РЕБЕР	93
Кряжич О. О. ЖИТТЄЗДАТНІСТЬ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ	94
Кузьменко А. П., Войтишин В. В. ЧИСЕЛЬНИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ІЗ РОЗРИВНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ОБЛАСТІ	95
Кузьменко А. П., Гладка О. М. СИНТЕЗ МЕТОДУ ПРЯМИХ І МЕТОДУ СУМАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ В ОДНІЙ ЗАДАЧІ РОЗРАХУНКУ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ У НАФТОНОСНОМУ ПЛАСТІ	96
Кузьменко А. П., Кузьменко В. М., Єпik Н. Б. СУЧАСНИЙ СТАН МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНЦІЙ ТА ЇХ ІНТЕГРАЦІЯ У ПРОФЕСІЙНУ ПІДГОТОВКУ ФАХІВЦЯ	97
Кулік Є. С., Ободяк В. К. ІНФОРМАЦІЙНО-ЕКСТРЕМАЛЬНА ОЦІНКА ЯКОСТІ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ	98
Кутя Т. В. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТЕХНОГЕННИХ ФАКТОРІВ НА СТІЙКІСТЬ ҐРУНТОВОГО СХИЛУ	99
Кушнір Р. М. МОДЕЛЮВАННЯ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОМЕХАНІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ	100
Лаба Д. М. ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ РІВНЯННЯ КЛЕЙНА-ГОРДОНА МЕТОДОМ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ	101
Лавренюк М. С. АЛГОРИТМ ПОКРАЩЕННЯ КАРТИ КЛАСИФІКАЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕЖ ПОЛІГОНІВ	102
Логюк Ю. Г., Щодро О. Є. ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ ВМІНЬ І НАВИЧОК ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ТА АНАЛІЗІ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ У СЕРЕДОВИЩІ SIMULINK ПАКЕТУ МАТЛАВ	103

Малаш К. М., Ткач Є. І. ЧИСЛОВІ МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ ПРИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ ОДНОГО КЛАСУ ЗАДАЧ ЕЛЕКТРОІМПЕДАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ	104
Мартинюк П. М., Чеховська Н. В. ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗАНИХ ПРОЦЕСІВ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЇ ТА КОНТАКТНОЇ СУФОЗІЇ ҐРУНТІВ	105
Мартинюк П. М., Чуй Ю. В. ПРО ДВОВИМІРНУ МАТЕМАТИЧНУ МОДЕЛЬ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЇ ҐРУНТІВ З НАПІВ-ПРОНИКНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ	106
Маслов О. П., Мартиненко О. В. ІНТЕРПОЛЯЦІЯ РОЗРИВНИХ ФУНКЦІЙ МФТ	108
Матвійчук Я. М. ПРИНЦИП РЕДУКЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ	109
Матус С. К., Муран Р. О., Таргоній І. М. СИСТЕМА МОНІТОРИНГУ ТА ДИСТАНЦІЙНОГО УПРАВЛІННЯ РОЗПОДІЛЕНИМИ ОБ'ЄКТАМИ	110
Махович О. І. АПРОКСИМАЦІЙНІ МЕТОДИ В МОДЕЛЮВАННІ ДИНАМІКИ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ	111
Маценко В. Г. МОДЕЛЮВАННЯ ВІКОВОГО СКЛАДУ КОНКУРУЮЧИХ ПОПУЛЯЦІЙ	112
Медвідь Н. В., Мартинюк П. М. ПРО ПРОСТОРОВУ ЗАДАЧУ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ В ГРЕБЛІ З ВОДОВОДОМ	113
Меньшиков Ю. Л. СИНТЕЗ АДЕКВАТНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ОПИСІВ ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ	114
Метелиця Д. І. РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ ВИДІЛЕННЯ КОНТУРУ НА НАПІВТОНОВОМУ ЗОБРАЖЕННІ ЗА УМОВИ МАЛОКОНТРАСТНИХ МЕЖ ОБ'ЄКТІВ	115
Міхайлуца О. М., Заряєв Д. В. МОДЕЛЮВАННЯ СИГНАЛУ ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАФА ДЛЯ НАВЧАЛЬНИХ ЦІЛЕЙ	117
Міщенко П. М., Шаповалов С. П. ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ РЕГІОНАЛЬНОГО РОЗВИТКУ ТА ПОШУК АЛГОРИТМІВ ЇЇ УПРАВЛІННЯ	118

Мороз І. П. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯВИЩА АНОМАЛЬНОЇ ПОВЕДІНКИ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ В P-I-N-ДЮДАХ	120
Музичук К. П. КОНТАКТ БЕРЕГІВ КРИВОЛІНІЙНИХ РОЗРІЗІВ НА ЛІНІЇ ПОДІЛУ МАТЕРІАЛІВ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ ТА ЖОРСТКОГО ДИСКА	121
Назаренко О. М., Борода А. О. ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА І ПРОГНОЗУВАННЯ МАКРОЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ	122
Назаренко О. М., Ніколаєнко О. М. МОДЕЛЮВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО РОЗВИТКУ В РАМКАХ N-СЕКТОРНОЇ МОДЕЛІ СОЛОУ	124
Остапчук С. М. ОСОБЛИВОСТІ КІЛЬКІСНОГО АНАЛІЗУ ДЕФОРМАЦІЇ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ	126
Пасічник В. В., Назарук М. В., Кунанець Н. Е. ФОРМУВАННЯ КЛІКІВ В МЕЖАХ ОСВІТНЬОГО СЕРЕДОВИЩА НА РІВНІ ШКІЛ МІСТА	127
Пасічник В. В., Шестакевич Т. В., Федонюк А. А. ФОРМАЛЬНИЙ ОПИС ОСВІТНИХ ПРОЦЕСІВ ПРИ ІНКЛЮЗИВНІЙ ФОРМІ НАВЧАННЯ	128
Паточкін Б. В., Міщенко В. О. МОДИФІКАЦІЯ МЕТОДУ ДИСКРЕТНИХ ТОКІВ ДЛЯ ВИКОРИСТАННЯ ВЕКТОРНИХ РЕГІСТРІВ ПРОЦЕСОРУ ПК ПРИ ЧИСЛОВОМУ МОДЕЛЮВАННІ ДИФРАКЦІЇ НА ЕКРАНАХ	130
Патракеєв І. М. ПРОГНОСТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕРИТОРІАЛЬНОГО РОЗВИТКУ	131
Пелешко Д. Д., Іванов Ю., Маковейчук О. М., Ізонін І. В. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ОБ'ЄКТІВ У ВІДЕОПОТОКАХ НА ОСНОВІ МІР ПОДІБНОСТІОЗНАК ПОЯВИ І ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ ОЗНАК	133
Плаксій К. Ю., Міхлін Ю. В. РЕЗОНАНСНА ДИНАМІКА НЕІДЕАЛЬНОЇ ДИСИПАТИВНОЇ СИСТЕМИ З НЕЛІНІЙНИМ ВІБРОГАСНИКОМ	134

Пригорницький Д. О. ВИКОРИСТАННЯ БАГАТОСІТКОВИХ МЕТОДІВ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ОБЕРНЕНИХ МОДЕЛЬНИХ ЗАДАЧ НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ	135
Присяжнюк І. М. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПОМ'ЯКШЕННЯ ВОДИ НА ІОНООБМІННОМУ ФІЛЬТРІ	136
П'янило Г. М., Васюник М. Є., Васюник І. Р. АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ МНОГОЧЛЕНАМИ ЯКОБІ	137
П'янило Я. Д., Собко В. Г. ЗАСТОСУВАННЯ БІОРТОГОНАЛЬНИХ РОЗКЛАДІВ ДЛЯ РІШЕННЯ РІВНЯНЬ ПАРАБОЛІЧНОГО ТИПУ	138
Равшанов Н. НАБЛИЖЕНО-АНАЛІТИЧНЕ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ ФІЛЬТРАЦІЇ НАФТИ І ГАЗУ В БАГАТОШАРОВОМУ ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ	139
Реут Д. Т. ВИКОРИСТАННЯ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ ДЛЯ КЛАСИФІКАЦІЇ МІКРООРГАНІЗМІВ ПРИ КОНТРОЛІ ЯКОСТІ ВОД	140
Романчук К. Г., Стефанишин Д. В. ОЦІНКА ЗНАЧУЩОСТІ АВАРІЙНИХ ПОДІЙ В СКЛАДНИХ ІНЖЕНЕРНИХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВІ БАЙЄСІВСЬКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ЙМОВІРНІСТЕЙ .	141
Савка І. Я., Гой Т. П. ПРО КОРЕКТНУ РОЗВ'ЯЗНІСТЬ НЕЛОКАЛЬНОЇ КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯННЯ ЛАВРЕНТЬЄВА-БІЦАДЗЕ	142
Сапужак О. Я., Сирожко О. В. МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ У ЗАДАЧАХ ЕЛЕКТРОРОЗВІДКИ ПОСТІЙНИМ СТРУМОМ	143
Сафоник А. П. ПРО ІДЕНТИФІКАЦІЮ МАСООБМІННИХ КОЕФІЦІЄНТІВ У ЗАДАЧІ ФІЛЬТРУВАННЯ РІДИН ВІД БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО ЗАБРУДНЕННЯ	144
Сафоник А. П., Таргоній І. М. АВТОМАТИЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ МАГНІТНОГО ОСАДЖЕННЯ ДОМШОК	145
Сафоник А. П., Таргоній І. М. КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ МАГНІТНОГО ОСАДЖЕННЯ ДОМШОК	146
Сачук Ю. В. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ПРОБЛЕМИ НА ВЛАСНІ ЗНАЧЕННЯ	147

Семенов В. В. НОВІ АЛГОРИТМИ ДЛЯ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ З МОНОТОННИМИ ОПЕРАТОРАМИ	148
Семенов В. В., Олійник С. В. АЛГОРИТМИ ДЕКОМПОЗИЦІЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ЧАСТКОВО КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ	149
Семенова Н. В., Чайка Д. О. БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА МОДЕЛЬ ВИБОРУ ЗАХОДІВ ЕНЕРГОЗАОЩАДЖЕННЯ В РЕГІОНАЛЬНИХ ПРОГРАМАХ	150
Сенчина А. Ф. ВИКОРИСТАННЯ ДАНИХ СПОСТЕРЕЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ГІРСЬКИХ ПОРІД ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СЕЙСМОЕЛЕКТРИЧНИХ ЕФЕКТІВ ПЕРШОГО Й ДРУГОГО РОДІВ	152
Сівак С. О., Сопронюк Т. М. СТВОРЕННЯ IOS ДОДАТКУ ДЛЯ ВЗАЄМОДІЇ З СОЦІАЛЬНОЮ МЕРЕЖЕЮ FACEBOOK ТА КАРТАМИ APPLE	153
Солонар Ю. М., Сопронюк Т. М. ВИКОРИСТАННЯ FACEBOOK ТА КАРТ GOOGLE MAPS В ANDROID ДОДАТКУ	154
Степанченко О. М., Мартинюк П. М., Сідлярук І. О. ПРО ОДНУ МАТЕМАТИЧНУ МОДЕЛЬ ІНФОРМАЦІЙНОГО РУЙНУВАННЯ СУСПІЛЬСТВА ПІД ВПЛИВОМ АГРЕСИВНИХ ФАКТОРІВ	155
Стефанишина-Гаврилюк Ю. Д., Стефанишин Д. В., Трофимчук О. М. СИТУАЦІЙНЕ ТА ІНДУКТИВНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НА ОСНОВІ РЯДІВ ДИНАМІКИ	157
Тацій Р. М., Пазен О. Ю., Стасюк М. Ф. ЗАГАЛЬНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ З КУСКОВО-НЕПЕРЕРВНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ	158
Терендій О. В. ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ ДІАГНОСТИЧНИХ РІШЕНЬ АСПО	159
Тимчук М. В. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РУЙНУВАННЯ ДІЛЯНКИ ГІРСЬКОГО МАСИВУ РІЗАЛЬНОЮ КРОМКОЮ ПОРОДУРУЙНУЮЧОГО ІНСТРУМЕНТУ	160

Тищук Т. В. СПІВІСНУВАННЯ ТИПІВ ЦИКЛІВ СПЕЦІАЛЬНОГО КЛАСУ НЕПЕРЕРВНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ВІДРІЗКА В СЕБЕ	162
Ткаченко І. І. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ РІДИНИ У СЕРЕДОВИЩАХ З ПОДВІЙНОЮ ПОРИСТІСТЮ	164
Ткаченко Р. О., Дем'ячук С. М. ГЕНЕРАТОР ФОРМУЛ ДЛЯ НЕЙРОМЕРЕЖНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ ПОКРОКОВОГО ПОЛІНОМІАЛЬНОГО РОЗШИРЕННЯ ДЛЯ ВИСОКИХ СТЕПЕНІВ ПОЛІНОМА	165
Тулашвілі Ю. Й. МОДЕЛЮВАННЯ РЕОЛОГІЇ ПОРИСТОГО МАТЕРІАЛУ ЗАСОБАМИ САПР	166
Турбал Ю. В., Сьох А. П., Радовенюк О. В., Турбал М. Ю. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СЕЙСМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ, ЩО ВРАХОВУЮТЬ СОЛІТОННУ КОМПОНЕНТУ	167
Хома Н. Г., Хома-Могильська С. Г., Хохлова Л. ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРІОДИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ ХВИЛЬОВИХ РІВНЯНЬ	169
Христюк А. О. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СВЕРДЛОВИННОГО ГІДРОВИДОБУТКУ	170
Чабак Л. М. МОДИФІКОВАНИЙ ЕКСТРАГРАДІЄНТНИЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ	171
Чмир В. М. МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДИЧНОСТІ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ І РЕМОНТУ АВТОМОБІЛЬНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ	172
Чмир О. Ю., Карабин О. О. ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ В ПРОЦЕС ВИКЛАДАННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ТА СПОСОБИ ЇХ ВИРІШЕННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ПАКЕТУ MAPLE	174
Шаклеїна І. О., Ших Н. В. АНАЛІЗ ДАНИХ В СИСТЕМАХ МОНІТОРИНГУ ДОВКІЛЛЯ	175
Шатний С. В., Кральковська Н. І. РЕАЛІЗАЦІЯ ШТУЧНОЇ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ СИГНАЛІВ	176

Шахно С. М. ПРО ЛОКАЛЬНУ ЗБІЖНІСТЬ ІТЕРАЦІЙНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ З НЕГЛАДКИМ ОПЕРАТОРОМ ЗА УЗАГАЛЬНЕНИХ УМОВ ЛІПШИЦЯ	177
Шахно С. М., Ярмола Г. П. ДЕЯКІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНОЇ ОБЕРНЕНОЇ СПЕКТРАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ	178
Шевчук Л. В. КРИТИЧНІ СТАНИ КОЛИВАНЬ КРУЖЛЯННЯ БУРИЛЬНИХ КОЛОН В ГЛИБОКИХ СВЕРДЛОВИНАХ	179
Шелестов А. Ю., Яйлимов Б. Я. МЕТОД ЗЛИТТЯ ГЕОПРОСТОРОВИХ ДАНИХ В ЗАДАЧІ КАРТОГРАФУВАННЯ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ	180
Шелестов А. Ю., Ящук Д. Ю. ВПЛИВ НАВЧАЛЬНОЇ ВИБІРКИ НА ТОЧНІСТЬ КЛАСИФІКАЦІЇ ЗЕМНОГО ПОКРИВУ ЗА СУПУТНИКОВИМИ ДАНИМИ	181
Шлюнь Н. В. «STIFF-STRING» МОДЕЛЬ ДЛЯ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ ПРИ БУРІННІ КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИН	182
Шпортько О. В. ВИКОРИСТАННЯ ДВОХ АЛЬТЕРНАТИВНИХ СТИСНУТИХ БЛОКІВ ДЛЯ КОЖНОГО БЛОКУ ДАНИХ У ФОРМАТІ PNG	184
Шроль Т. С. СКРАЙБ-ПРЕЗЕНТАЦІЯ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ВІЗУАЛЬНОГО МИСЛЕННЯ СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ	185
Шупіков О. М., Сметанкіна Н. В., Угрімов С. В., Долгополова Н. В., Свет С. В. МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ БАГАТОШАРОВОГО ОСКЛІННЯ ПІД ВПЛИВОМ НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ	186
Юрій Р. Ф. КЛАСИФІКАЦІЯ ЗАГАЛЬНИХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ВІД ОДНІСІ ПЕРЕДМЕТНОЇ ЗМІННОЇ НА КВАЗІГРУПАХ	187
Яджак М. С. ПАРАЛЕЛЬНИЙ МЕТОД ВИКОНАННЯ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ДАНИХ НА КЛАСТЕРНИХ СИСТЕМАХ	188

Якимчук Н. М. ПРОГНОЗУВАННЯ ВИТРАТ ВОДИ В СИСТЕМАХ ВОДОПОСТАЧАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ .	189
Янчук П. С. ПРО МЕТОД КВАЗИСПЕКТРАЛЬНИХ ПОЛІНОМІВ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНИХ РІВНЯНЬ	190
Ярошак С. В. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗРОБКИ РОДОВИЩ НАФТИ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕРМОГРАВІТАЦІЙНОГО ДРЕНАЖУ	191
Ахмедов Д. ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ РЕГИОНОВ	192
Боровинский А. В., Мищенко В. О. ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ТОКОВ ПРИ КОМПЬЮТЕРНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИФРАКЦИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА СИСТЕМАХ ЛЕНТ	193
Бричак А. А. ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ГАЛЁРКИНА С РАЗРЫВНЫМИ ФУНКЦИЯМИ (DG) К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ	194
Ванин В. А., Русанов А. В. ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА АППРОКСИМАЦИИ В ЗАДАЧАХ АЭРОДИНАМИКИ ТУРБОМАШИН	195
Варламова Н. В., Гахов А. В., Мищенко В. О. ПРОГРАММНАЯ ДИВЕРСНОСТЬ И ЛИЧНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗРАБОТЧИКОВ	196
Горбач В. В. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА	198
Гуржий А. А., Шалденко А. В., Мацола Д. Ю. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ПЛОСКИХ ТЕЧЕНИЯХ СО СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ ГРАНИЦ	199
Демьянченко О. П. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ В ТЕПЛОИЗЛУЧАЮЩИХ ТЕЛАХ НА БАЗЕ ВАРИАЦИОННО-СТРУКТУРНОГО МЕТОДА	200
Дубровин В. И., Твердохлеб Ю. В. ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ МИКРОГЕОМЕТРИИ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ	201

Кичмаренко О. Д., Плотников А. А. ЛИНЕЙНЫЕ УПРАВЛЯЕМЫЕ СИСТЕМЫ С ПЕРЕМЕННОЙ РАЗМЕРНОСТЬЮ	203
Клименко В. А., Москаленко Д. Р. ИЗОТРОПНАЯ СРЕДА ОСЛАБЛЕННАЯ ТРЕЩИНАМИ В ПОЛЕ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ, НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ	204
Комлева Т. А., Плотникова Л. И. СВОЙСТВА R-РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ НЕЧЕТКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ ...	205
Красношлык Н. А. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФфуЗИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ОСНОВЕ КЛЕТОЧНО-АВТОМАТНОГО ПОДХОДА	206
Курбонов Н. М. КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ НЕФТЕГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ	207
Лисин Д. А., Лисина О. Ю. О НЕВЯЗКАХ РЕШЕНИЙ СЛАУ ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ БЕССЕТОЧНЫХ МЕТОДОВ	208
Маматов Ш. М., Додаев К. О., Юнусова Н. Р. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОЦЕССА ИК-ВАКУУМНОЙ СУШКИ ОВОЩЕЙ	209
Олевский В. И. АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЗАМКНУТЫХ ОБОЛОЧЕК С ОТКЛОНЕНИЯМИ	210
Панченко Б. Е., Пилипенко С. А. ДИФРАКЦИЯ SH-ВОЛН НА СИСТЕМЕ ТРЕЩИН В БЕСКОНЕЧНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ	211
Плехова А. А., Холева О. Г. ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПОДГОТОВКА СПЕЦИАЛИСТОВ АВТОТРАНСПОРНОЙ ОТРАСЛИ В УСЛОВИЯХ ЛИЧНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ	212
Плотников А. В., Молчанюк И. В. УСРЕДНЕНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ НЕЧЕТКИХ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ ..	213
Поляков В. Л. О ТЕОРИИ ПЛОСКОРАДИАЛЬНОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ	214
Сабзиев Э. Н., Пашаев А. Б. АППАРАТНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ РАДИОСТАНЦИЙ С УЧЕТОМ ИНТЕРМОДУЛЯЦИИ	215

Самилык Е. Ф., Диденко Е. В., Лазурик В. Т. МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДИСКРЕТНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПО- ТОКОВ ПРИ УЧЕТЕ ИХ КЛАСТЕРНОЙ СТРУКТУРЫ	216
Сенченко А. С. О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ОПЕРАЦИИ ПРО- ЕКЦИИ В ТАБЛИЧНЫХ АЛГЕБРАХ	218
Стеля О. Б., Стеля И. О. РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕС- ПЕЧЕНИЯ ДЛЯ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ	220
Черний Д. И. КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ – ТЕХНО- ЛОГИЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ	221
Ben-Asher J., Bar-Josef B., Ginzburg A., Volynski R. NON-FAO PENMAN-MONTEITH EQUATION COMBINED WITH MULTIPLE LINEAR REGRESSION FOR TRANSPIRATION MODELING	222
Ints I. V., Kozlov A. A. ABOUT THE GLOBAL CONTROLLABILITY OF FULL SET OF THE ASYMPTOTIC INVARIANTS LINEAR SYS- TEMS	223
Jarynowski A. WHICH ACTIVATION FUNCTION OF COOPERA- TION DESCRIBES HUMAN BEHAVIOR?	224
Khrist V. V. TENSOR ANALYSIS FOR THE DETERMINATION OF FLEXOMAGNETIC AND FLEXOELECTRIC EFFECTS IN NANOFERROICS	225
Kussul N. M., Shelestov A. Yu., Kolotii A. V. BIOPHYSICAL PA- RAMETERS MODELING BASED ON HIGH RESOLUTION EARTH OBSERVATION IMAGINARY	226
Kutya V. M. EFFECT OF DISPERSED PHASE CONCENTRATION ON THE RHEOLOGICAL PROPERTIES OF EMULSIONS	227
Safonyk A. P. COMPUTER SIMULATION OF CLEANING FLUID FROM MULTICOMPONENT POLLUTION BY MULTILAYER FILTER	228
Vorobel R. A. ALGEBRAIC STRUCTURE BASED ON TRIANGULAR NORM	229

МЕХАТРОННІ САМОРУХОМІ ПРИСТРОЇ ДЛЯ КОНТРОЛЮ ДЕФЕКТІВ У ТЕХНОЛОГІЧНИХ КОНСТРУКЦІЯХ

Аврука І. С., асп.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, iponuwgp@mail.ru*

У багатьох галузях промисловості України виникає необхідність здійснення неруйнівного контролю водостічних, газових труб та технологічних конструкцій, з обмеженим доступом в зону вимірювань. Тому актуальною є задача створення саморухомих пристроїв, які забезпечують доставку засобів інформації в зону можливих дефектів конструкцій.

Відомими є робототехнічні пристрої з технічного обслуговування і дефектоскопії труб різних діаметрів виконаних за автомобільним принципом «двигун–колееса», та в основу яких покладено біонічний принцип таких прототипів як павук, мікро – змія та черв'як. Принцип дії мехатронних пристроїв автомобільного типу полягає в використанні двигуна і рухомої платформи з різною кількістю коліс від двох до шести. Вони здатні переміщуватися через мережу підземних каналізаційних труб, газопроводів та здійснювати неруйнівний контроль тріщин, дефектів та корозії магістральних газопроводів. До переваг можна віднести: високу швидкість руху, високі тягові зусилля, здатність проходити трубопроводи з різкими підняттями та зниженнями. До недоліків відносяться: застосування в трубах великих діаметрів $> 300\text{мм}$, відсутність реверсивного руху та складність переміщення в трубах з кутами. Принцип дії мехатронних пристроїв типу «павук» оснований на використанні чотирьох пар коліс, які з'єднані між собою за допомогою шарнірних ланок [1]. Даний пристрій дає можливість перевірки складних систем трубопроводів та каналів. До його переваг слід віднести: можливість роботи без кабеля, автономія роботи близько 2 годин, огляд труб малих діаметрів 25 – 100мм. Основні недоліки: недостатні тягові зусилля та водонепроникність. Принцип дії змієподібних саморухомих пристроїв

полягає в використанні окремих ланок, які зчеплюються між собою. В передній частині механізму встановлений датчик, який дає можливість здійснювати перевірку поверхні труби [2]. До переваг таких пристроїв слід віднести: можливість подолання перешкод, огляд вигнутих труб малих діаметрів 18 – 100мм. Основні недоліки: обмежена дистанційність та недостатні тягові зусилля. Відомим є черв'якоподібний мобільний робот, що здатний рухатися автономно в горизонтальній, вертикальній трубі та в ліктьовому суглобі з кутом вигину 90°. Окрім того робот має датчики та виконавчі механізми в передній частині тіла, і, відповідно, може здійснювати візуальну перевірку поверхні труби, визначення дефектів та зварювання труб [3]. До його переваг відноситься: можливість огляду труб малих діаметрів та автономність. Основні недоліки: переміщення на невеликі відстані, недостатні тягові зусилля, неможливість повернення назад.

Проведений аналіз показує, що найбільш перспективними є саморухомі мехатронні пристрої, біологічним прототипом яких є «черв'як». В той же час невирішеним є питання розробки систем навігації та автоматичного керування, рухом і збором інформації, що вимагає проведення подальших досліджень.

Список використаних джерел

1. *Maramatsu M.* Autonomous mobile robot in pipe or piping operations / M. Maramatsu, N. Namiki, R. Koyama // Proc. IEEE RSJ International Conf. on Intelligent Robots and Systems, 2000. – P. 2166-71.
2. *Wakimoto S.* A micro snake – like robot for small pipe inspection / S. Wakimoto, J. Nakajima // Proc. International Symposium on Micro Mechatronics and Human Science, 2003. – P. 303-8.
3. A simple architecture for in – pipe inspection robots / M. Horodincă, I. Dorftei, E. Mignon, A. Preumont // Proc. International Colloquium on Mobile and Autonomous Systems, 2002. – P. 61-4.

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ ДОПУСТИМОЇ МАТРИЦІ РОЗКЛАДІВ

Бабич С. В., асп., Турбал Ю. В., доц., к. ф.-м. н.

Національний університет водного господарства та природокористування, turbaly@gmail.com

Задачі календарного планування є важливим розділом загальної теорії розкладів, який не втратив актуальності і сьогодні. Незважаючи на існування низки програмних продуктів для автоматизації процесу складання розкладу занять навчальних закладів, ряд аспектів розв'язку відповідної задачі вимагають вдосконалення та допускають різноманітні теоретичні та технічні підходи до їх вирішення. Специфікою задачі складання розкладу занять навчального закладу є її багатокритеріальність та залежність від значних обчислювальних ресурсів. Задача задоволення обмежень (Constraint satisfaction problems [1]) є важливою задачею штучного інтелекту. За думкою Р. Дехтер [1], мережі обмежень являються графовим представленням, використаним для пошуку стратегій рішення задач.

У роботі запропонований новий підхід до задач календарного планування, що ґрунтується на поняттях конфігурації та матриць розкладів. Отримано критерій існування системи різних представників матриць розкладів на основі введених модифікацій перманент. Запропоновано алгоритм побудови системи різних представників стовпчиків. Отримані в роботі теоретичні результати можуть бути підґрунтям для розробки автоматизованої системи для складання розкладу занять а також вирішення інших задач теорії розкладів.

Список використаних джерел

1. *Dechter R. Constraint Processing / R. Dechter – Kaufmann, 2003.– 481 p.*
2. *Танаев В. С. Теория расписаний. Одностадийные системы / В. С. Танаев, В. С. Гордон, Я. М. Шафранский. – М. : Наука, 1984. – 345 с.*
3. *Конвей Р. В. Теория расписаний / Р. В. Конвей, В. Л. Максвелл, Л. В. Миллер. – М. : Наука, 1975. – 389 с.*

ТРИКРОКОВИЙ МЕТОД ІЗ ШВИДКІСТЮ ЗБІЖНОСТІ $1+\sqrt{2}$ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПЕРЕВИЗНАЧЕНИХ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ

**Бартіш М. Я., проф., д. ф.-м. н.,
Ковальчук О. В., асист.**

Львівський національний університет імені Івана Франка, lnu.edu.ua

Розглянемо задачу розв'язування системи нелінійних алгебраїчних рівнянь:

$$P(x) = 0, \quad P: R^n \rightarrow R^m, \text{ де } m \geq n.$$

Дану задачу можна розглядати частковим випадком задачі про найменші квадрати:

$$\min \frac{1}{2} P(x)^T P(x) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n p_i(x)^2. \quad (1)$$

Використовуючи ідею трикрокових методів пропонується нова модифікація методу з [1], а саме:

$$\begin{cases} x_1 = x_0 - [P^T(\theta_0)P'(\theta_0)]^{-1} P^T(\theta_0)P(x_0), \\ u_k = x_k - [P^T(\theta_{k-1})P'(\theta_{k-1})]^{-1} P^T(\theta_{k-1})P(x_k), \\ v_k = x_k - [P^T(\theta_k)P'(\theta_k)]^{-1} P^T(\theta_k)P(x_k), \\ x_{k+1} = \arg \min \|P(v_k + \gamma(u_k - v_k))\|, \\ \theta_0 = x_0, \theta_k = \frac{u_k + x_k}{2}, k = 0, 1, \dots \end{cases} \quad (2)$$

Метод (2) не вимагає значної кількості додаткових обчислень на кожній ітерації в порівнянні з методом в [1], лише одна одновимірна мінімізація для обчислення точок x_{k+1} .

Проведено теоретичні дослідження алгоритму (2). Апробація на тестових прикладах показала ефективність запропонованого методу в сенсі кількості обчислень.

Список використаних джерел

1. *Бартіш М. Я.* Про одну модифікацію методу Гаусса-Ньютона / М. Я. Бартіш, С. М. Шахно, А. І. Чипурко // Вісн. Львів. у-ту сер. мех.-мат. – 1995. – № 42. – С. 35-38.

**ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ КРИТЕРІЮ ТИПУ
КОЛМОГОРОВА–СМИРНОВА ПРИ АНАЛІЗІ
АДЕКВАТНОСТІ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**

Бахрушин В. Є., д. ф.-м. н., Дудко І. О., асп.

Класичний приватний університет,

Vladimir.Bakhrushin@zhu.edu.ua

Одним із основних засобів перевірки адекватності математичних моделей, побудованих за емпіричними даними, є перевірка властивостей їх залишків [1]. Зокрема, часто встановлюється вимога, що вони повинні підпорядковуватися нормальному розподілу. Іноді для залишків вимагають підпорядкованість іншому закону розподілу, якщо це впливає з особливостей використаної для отримання вихідних даних вимірювальної процедури. У роботі [2] нами були визначені критичні значення критерію згоди типу Колмогорова–Смирнова для випадку перевірки складної гіпотези $H_0 = F(x) \in F\{(x; \Theta), \theta \in \Theta\}$, коли початкові наближення параметрів розподілу розраховують за досліджуваною вибіркою, а потім їх уточнюють шляхом мінімізації розрахункового значення критерію. У даній роботі цей підхід було використано у процедурі перевірки адекватності моделей, які будують за емпіричними даними. Відповідна процедура реалізована мовою програмування R.

Список використаних джерел

1. *Бахрушин В. Є.* Методи аналізу даних / В. Є. Бахрушин. – Запоріжжя : КПУ, 2011. – 268 с.
2. *Бахрушин В. Є.* Визначення критичних значень критерію типу Колмогорова–Смирнова для деяких типів розподілу методом Монте-Карло / В. Є. Бахрушин, І. О. Дудко // Системні технології. – Дніпропетровськ : НМетАУ, 2014. – С. 53-59.

**ПЕРЕВІРКА АДЕКВАТНОСТІ НЕЛІНІЙНИХ РЕГРЕСІЙНИХ
МОДЕЛЕЙ ЗАСОБАМИ МОВИ R**

Бахрушин В. Є., д. ф.-м. н., Ігнахіна М. О., к. ф.-м. н.,

Назаренко О. О., маг.

Класичний приватний університет,

Vladimir.Bakhrushin@zhu.edu.ua

Нелінійні регресійні моделі широко використовуються в багатьох галузях сучасних досліджень. Зазвичай для перевірки їх якості обмежуються розрахунком коефіцієнта детермінації моделі, оцінкою значущості моделі та її коефіцієнтів. Але ці властивості можна задовольнити шляхом ускладнення моделі, наприклад, підвищенням степеня поліноміальних моделей. Тому більш строга методика перевірки адекватності потребує аналізу властивостей залишків моделі. Зазвичай вважають, що вони повинні бути нормально розподіленими випадковими величинами з нульовим середнім [1]. У роботі мовою R створено функцію, яка буде набір стандартних графіків для залишків (графік, гістограма, емпірична функція розподілу, Q-Q діаграма), здійснює перевірку нормальності за критеріями Шапіро-Уїлка, Андерсона-Дарлінга та Ліллієфорса, перевіряє рівність середнього значення нулю за одновибірковим критерієм Стюдента, а також розраховує значення автокореляційної функції для перших 5 лагів і відповідні значення критерію Дарбіна-Уотсона.

Тестування цієї функції виконано на прикладах побудови поліноміальних моделей, а також моделей складних спектрів, що можуть бути подані у вигляді суми декількох дебаївських піків.

Список використаних джерел

1. *Бахрушин В. Є.* Методи аналізу даних / В.Є. Бахрушин. – Запоріжжя: КПУ, 2011. – 268 с.

**ЕМПІРИЧНЕ ПОРІВНЯННЯ ПОТУЖНОСТІ
ОДНОФАКТОРНОГО ДИСПЕРСІЙНОГО АНАЛІЗУ ТА
КРИТЕРІЮ ДЖОНКХІЄРА–ТЕРПСТРИ**

Бахрушин В. Є., д. ф.-м. н., Нуждов А. Є., маг.

Класичний приватний університет,

Vladimir.Bakhrushin@zhu.edu.ua

Дисперсійний аналіз є одним з основних методів аналізу даних. Поряд з класичними однофакторним і багатофакторним дисперсійним аналізом, які накладають жорсткі обмеження на умови застосовності, сьогодні розроблено низку інших методів, призначених для перевірки тих самих гіпотез у випадках, коли ці умови не виконуються [1]. Одним з них є тест Джонкхієра–Терпстри [2, 3]. В цій роботі нами було виконано обчислювальний експеримент, який підтвердив, що для перевірки гіпотези про однорідність групи вибірок, які можуть бути впорядковані за факторною ознакою, тест Джонкхієра–Терпстри є потужнішим за класичний однофакторний дисперсійний аналіз. Відповідна процедура реалізована мовою програмування R і передбачала формування груп нормально розподілених вибірок з однаковими дисперсіями та закономірним зсувом середнього значення. Показано, що у всіх випадках критерій Джонкхієра–Терпстри надійніше виявляє наявність зсуву.

Список використаних джерел

1. *Бахрушин В. Є.* Методи аналізу даних / В.Є. Бахрушин. – Запоріжжя: КПУ, 2011. – 268 с.
2. *Jonckheere A. R.* A distribution-free k-sample test against ordered alternatives / A. R. Jonckheere // *Biometrika*. – 1954. – V. 41. – P. 133-145.
3. *Terpstra T. J.* The asymptotic normality and consistency of Kendall's test against trend, when ties are present in one ranking / T. J. Terpstra // *Indagationes Mathematicae*. – 1952. – V. 14. – P. 327-333.

**РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ДОДАТКУ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ
ОПТИМАЛЬНИХ УМОВ ПРАЦІ В ПРИМІЩЕННЯХ**

Бачишина Л. Д., ст. викл., Денисюк М. П., маг.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, qazwsxgtfo@gmail.com*

Одним із важливих факторів, який впливає на самопочуття і здоров'я людини, є умови праці, а саме: освітленість робочого місця та мікроклімат в приміщенні.

Розроблений програмний комплекс дозволяє побудувати 3D модель робочого приміщення, виконати відповідні розрахунки та визначити оптимальні місця для розташування джерел світла, батарей тощо. Даний додаток був створений на двигуні Unity3D з використанням мови програмування C#. Зручний та зрозумілий користувацький інтерфейс надає можливість відтворити будь-яке приміщення з плану будівлі. За параметрами, визначеними користувачем (ширина та висота приміщення, стіни прилеглі до вулиці), і правовими нормами освітлення буде визначено кількість та розташування робочих місць обладнаних ПК.

На основі санітарно-гігієнічних норм умов праці та параметрів введених користувачем можна виконати перевірку стану мікроклімату, визначити, чи він відповідає нормативним показникам. Якщо поточні дані відрізняються від допустимих, то в додатку будуть представлені рекомендації, щодо приведення поточного стану приміщення до нормативного стану.

Список використаних джерел

1. *Швембергер С. 3ds Max: художественное моделирование и специальные эффекты / С. Швембергер, И. Щербаков, В. Горончаровский. – СПб. : БХВ-Петербург, 2006. – 320 с.*

**РОЗРОБКА ВЕБ-РЕСУРСУ «ГЕОІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА
УРОЖАЙНОСТІ ЗЕРНОВИХ КУЛЬТУР УКРАЇНИ»**

Бачишина Л. Д., ст. викл., Попружук О. М., маг.

*Національний університет водного господарства та
природокористування,*

Larysa bachyshyna@ukr.net, sanya.popruzhuik@gmail.com

Розроблено інформаційну систему для візуалізації, аналізу та прогнозування зерновиробництва на території України.

Інформаційний ресурс містить базу даних, що складається з 6-ти таблиць та інтерактивну карту урожайності, має зручний та зрозумілий користувацький інтерфейс.

Авторами проведено загальний аналіз динаміки врожайності зернових в регіонах України за період 1991-2013 рр. Виконано статистичну обробку часових рядів, побудовані лінійна, експоненціальна та поліноміальна трендові моделі. Здійснена перевірка адекватності трендових моделей шляхом аналізу ряду залишків з використанням критеріїв випадковості, незалежності, нормального закону розподілу та рівності нулю середнього значення. Визначено найкращу модель для побудови прогнозу врожайності зернових на 2014-2017 рр.

Розроблений програмний комплекс може бути використана для планування та оптимізації продовольчого споживання, обсягу запасів зерна, експортного потенціалу України.

Список використаних джерел

1. *Криштановский А. О.* Методи аналізу часових рядів / А. О. Криштановский // Моніторинг суспільної думки: економічні та соціальні зміни. – 2000. – № 2 (46). – С. 44-51.
2. *Страхарчук А. Я.* Інформаційні системи і технології в банках: навч. посібник / А. Я. Страхарчук, В. П. Страхарчук. – К. : УБС НБУ; Знання, 2010. – 515 с.

ОБҐРУНТУВАННЯ МЕТОДУ УСЕРЕДНЕННЯ НА ПІВОСІ ДЛЯ БАГАТОЧАСТОТНИХ СИСТЕМ ІЗ ЛІНІЙНИМ ЗАПІЗНЕННЯМ

Бігун Я. Й., проф., д. ф.-м. н.

*Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
yaroslav.bihun@gmail.com*

Метод усереднення для багаточастотних систем звичайних диференціальних рівнянь, які в процесі еволюції проходять через резонанс, обґрунтовано в монографії [1]. Системи зі сталим запізненням методом усереднення досліджувались у праці [2]. У даній роботі розглядається багаточастотна система із лінійним запізненням вигляду:

$$\begin{aligned} \frac{da}{dt} &= X(t, a, a_1, j, j_q, e), \\ \frac{dj}{dt} &= \frac{w(t)}{e} + Y(t, a, a_1, j, j_q, e), \end{aligned} \quad (1)$$

де $t \in R_+$, $a \in D \subset R^n$, $j \in T^m$ – тор, $l, q \in (0, 1)$, малий параметр $e \in (0, e_0]$, $a_l(t) = a(lt)$, $j_q(t) = j(qt)$. Припускається, що праві частини системи рівнянь (1) достатньо гладкі функції своїх аргументів.

Знайдено достатні умови, при виконанні яких розв'язок системи рівнянь із початковими умовами $a(0; e) = a_0$, $j(0; e) = j_0$ існує при $t > 0$ і для досить малого $e_0 > 0$ і $a(0; e) = \bar{a}(0)$ виконується оцінка $\|a(t, e) - \bar{a}(t)\| \leq e^{1/(2m)}$, де $\bar{a}(t)$ – компонента розв'язку системи рівнянь усередненої за швидкими змінними j і j_q . Зміст цих умов полягає в «незастряганні» системи (1) у малому околі резонансів $(k, w(t)) + q(l, w(qt)) = 0$, $k, l \in Z^m$, $col(k, l) \neq 0$ і рівномірній асимптотичній стійкості розв'язку системи рівнянь першого наближення для повільних змінних \bar{a} при $e = 0$.

Список використаних джерел

1. *Самойленко А. М.* Математичні аспекти теорії нелінійних коливань / А. М. Самойленко, Р. І. Петришин. – Київ : Наукова думка, 2004. – 475 с.
2. *Бігун Я. Й.* Існування розв'язку та усереднення нелінійних багаточастотних задач із запізненням / Я. Й. Бігун // Укр. мат. журн. – 2007. – **59**, №4. – С. 435-446.

**НОВІ ПІДСИСТЕМИ СКІНЧЕННО-ЕЛЕМЕНТНОГО
РОЗВ'ЯЗУВАЧА НАДРА-3D**

Білоус М. В., с. н. с., к. ф.-м. н.

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України,

maksbilous@ukr.net

В Інституті кібернетики імені В.М. Глушкова НАН України розроблено скінченно-елементний розв'язувач Надра-3D. В 2013 році було виконано оновлення його архітектури з метою розширення розв'язувача на нові класи задач та оснащення новими алгоритмами розв'язування СЛАР великої розмірності.

На базі нової архітектури у 2014 р. були програмно реалізовані підсистеми моделювання стаціонарних та нестаціонарних процесів фільтрації води в багатокомпонентних середовищах в тривимірній та просторово-плановій постановках, розв'язання стаціонарних та нестаціонарних тривимірних задач теорії пружності.

Реалізовано можливості використання розв'язувача як в режимі знаходження розв'язків вихідної системи диференціальних рівнянь, так і в режимі побудови відповідної СЛАР за методом скінченних елементів з подальшим збереженням її в файл та використанням зовнішніх розв'язувачів СЛАР для знаходження розв'язку.

У складі програмного комплексу Надра-3D цей розв'язувач використовується для моделювання регіонального режиму фільтрації Чернігівського родовища підземних вод (при моделюванні враховується багатокомпонентність шаруватого геологічного середовища, інфільтрація на покрівлі, водовідбори, розгалужена мережа поверхневих водотоків).

Список використаних джерел

1. *Белоус М. В.* Конечно-элементный решатель Надра-3D / М. В. Белоус // Материалы II-й международной конференции «Кластерные вычисления». – Львов. – С. 40 – 47.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗНИХ
ТЕПЛОВИХ І ДИФУЗІЙНИХ ПРОЦЕСІВ З УРАХУВАННЯМ
РОЗПАДУ ДОМІШКИ У ДВОФАЗНІЙ СТОХАСТИЧНО
НЕОДНОРІДНІЙ БАГАТОШАРОВІЙ СМУЗИ**

Білушак Ю. І.¹, м. н. с., к. т. н.,

Гончарук В. Є.², с.н.с., доц., к. ф.-м. н.,

Давидок А. Є.^{1,3}, інж., асп.,

Чернуха О. Ю.¹, проф., д. т. н.

¹*Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача*

НАНУ, cher@cmm.lviv.ua,

²*Національний університет «Львівська політехніка»,*

³*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАНУ, davydoka@gmail.com*

На теплотехнічні та міцнісні характеристики захисних частин будівель значно впливають нестационарні процеси тепло- і вологоперенесення, а інтенсифікація чи зниження фізико-хімічних перетворень у конструктивних елементах можуть змінювати властивості та структуру приграничних шарів. Тому дослідження процесів термодифузії та визначення нестационарних полів температури і концентрації є однією з актуальних проблем математичного моделювання.

На основі математичної моделі, побудованої за континуально-термодинамічним підходом, досліджено взаємозв'язані процеси теплопровідності і дифузії з урахуванням розпаду мігруючої речовини у двофазній стохастично неоднорідній смузі. Постановку контактної-крайової задачі здійснено з урахуванням ідеальних умов контакту для температури та неідеальних – для концентрації. Вихідну задачу зведено до еквівалентної системи інтегро-диференціальних рівнянь, розв'язок якої знайдено методом послідовних наближень у вигляді рядів Неймана. Доведено теореми існування розв'язку системи інтегро-диференціальних рівнянь та збіжності відповідних інтегральних рядів. Отримано розрахункові формули для усереднених за ансамблем конфігурацій фаз полів температури і концентрації розпадної домішки за умови рівномірного розподілу фаз у тілі. Розроблено програмні модулі для розрахунку усереднених температури тіла і концентрації розпадної домішкової речовини в однорідному шарі та двофазній шаруватій смузі з рівномірним розподілом включень. Показано, що час виходу на стаціонарний режим для температури на п'ять порядків менший, ніж для концентрації.

УДК 517.93

**ПОБУДОВА АСИМПТОТИЧНО ОПТИМАЛЬНОГО
КЕРУВАННЯ В ЛІНІЙНІЙ ЗА КЕРУВАННЯМ ЗАДАЧІ
ЗІ ШВИДКИМИ ТА ПОВІЛЬНИМИ ЗМІННИМИ**

Бойцова І. А., доц., к. ф.-м. н.

*Одеський національний університет імені І. І. Мечникова,
boitsova.irina@mail.ru*

Розглядається задача оптимального керування, яка описується системою диференціальних рівнянь зі швидкими та повільними змінними виду:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= e[f(t, x, y) + A(x)u], & x(0) &= x_0, \\ \dot{y} &= g(t, x, y), & y(0) &= y_0, \end{aligned}$$

та термінальним критерієм якості:

$$J[u] = j(x(T)) \rightarrow \min_{u \in U},$$

де $t \in [0, T]$, $T = Le^{-1}$, $L > 0$ – задана стала, $e > 0$ – малий параметр, $x(t) \in D_x \subset R^n$ – повільні змінні, $y(t) \in D_y \subset R^m$ – швидкі змінні, $u(t) \in U \subset \text{comp}(R^r)$ – керування, що належить компактній множині U .

Задачі ставиться у відповідність усереднена задача:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= e[f_0(z) + A(z)v], & z(0) &= z_0, \\ J_0[v] &= j(z(T)) \rightarrow \min_{v \in U}, \end{aligned}$$

якщо рівномірно відносно x , y_0 , t_0 існує границя:

$$f_0(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} f(s, x, h(s, x, y_0)) ds,$$

що обчислюється вздовж розв'язку $y = h(t, x, y_0)$ виродженої задачі, отриманої з початкової задачі при $e = 0$. Доведено, що оптимальне керування усередненої задачі є асимптотично оптимальним керуванням для початкової задачі.

Список використаних джерел

1. Плотников В. А. Усреднение в задачах оптимального управления системами с быстрыми и медленными переменными / В. А. Плотников, И. А. Бойцова // Проблемы управления и информатики – 2000. – № 5. – С. 152-156.

**ЧИСЛОВІ МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ ТА
СУМАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ МОДЕЛЮВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ
КВАЗІДЕАЛЬНИХ ПРОЦЕСІВ У НЕОДНОРІДНИХ ПЛАСТАХ**

Бомба А. Я.¹, проф., д. т. н., Гладка О. М.², асп.,

Кузьменко А. П.³, доц., к. ф.-м. н.

¹*Рівненський державний гуманітарний університет, abomba@ukr.net,*

²*Національний університет водного господарства та
природокористування, viklom@ukr.net,*

³*Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. академіка Степана Дем'янука, anatoliyprk@gmail.com*

На основі синтезу числових методів комплексного аналізу, сумарних зображень та розщеплення задачі шляхом декомпозиції області розроблено конструктивний підхід до математичного моделювання нелінійних квазіідеальних процесів (за умов взаємовпливу характеристик процесу і середовища) у нелінійно-шаруватих LEF-пластах – нафтогазових, водоносних, ущільнених (сланцевих) пластах, що зазнали техногенно обумовлених змін (деформацій) внаслідок їх експлуатації (розробки родовищ).

Створено обчислювальну технологію і відповідний програмний комплекс розв'язання модельних нелінійних крайових задач, в яких коефіцієнт провідності середовища залежить від потенціалу поля і від функції течії, для одно-, дво- та багатозв'язних криволінійних LEF-областей, обмежених лініями течії і екіпотенціальними лініями, з використанням методів сумарних зображень для диференціальних рівнянь з розривними коефіцієнтами (у випадках шаруватих родовищ) чи сконструйованих числово-аналітичних представлень розв'язків (що узагальнюють методи сумарних зображень на випадки неоднорідних родовищ). Розроблено методику поєднання числових методів квазіконформних відображень з декомпозицією задачі із застосуванням альтернуючого методу Шварца для розділення області комплексного квазіпотенціалу на підобласті з «накладками». Запропоновано підхід і відповідні алгоритми числової ідентифікації параметрів моделі.

**ЧИСЛОВІ МЕТОДИ КВАЗИКОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ
РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ КОЕФІЦІЄНТА
ЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ ЗА ДАНИМИ ТОМОГРАФІЇ
ПРИКЛАДЕНИХ ПОТЕНЦІАЛІВ**

Бомба А. Я., проф., д. т. н., Крока Л. Л., асп.

*Рівненський державний гуманітарний університет,
abomba@ukr.net, l_kroka@ukr.net*

Шляхом введення функції $\psi = \psi(x, y)$, комплексно спряженої до функції електричного потенціалу $\varphi = \varphi(x, y)$, модель [1] томографії прикладених потенціалів зведено до ширшої крайової задачі (за умови ідентифікації коефіцієнта електричної провідності $\sigma = \sigma(x, y)$):

$$\sigma \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \sigma \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}, \quad (x, y) \in G_z,$$

$$\varphi|_{AB} = \varphi_*, \quad \varphi|_{CD} = \varphi^*, \quad \varphi^{(p)}|_{B_p C_p} = \overline{\varphi}^{(p)}(M), \quad \varphi^{(p)}|_{A_p D_p} = \underline{\varphi}^{(p)}(N),$$

$$\psi|_{AD} = 0, \quad \psi|_{BC} = Q, \quad \psi|_{CD} = \overline{\psi}(M), \quad \psi|_{AB} = \underline{\psi}(N),$$

$$\int_{MN} \sigma \cdot \frac{\partial \varphi(M)}{\partial n} = Q, \quad M \in AB, N \in CD,$$

Тут G_z – область томографічного перерізу, обмеженого замкнутою гладкою кривою ∂G з точками A, B, C, D на ній.

На основі узагальнення числового методу квазіконформних відображень [2] (з використанням ідей регуляризації) запропоновано алгоритм реконструкції $\sigma = \sigma(x, y)$.

Список використаних джерел

1. Электроимпедансная томография / Я. С. Пеккер и др. – Томск : Изд-во НТЛ, 2004. – 192 с.
2. Методи комплексного аналізу: монографія / А. Я. Бомба, С. С. Каштан, Д. О. Пригорницький, С. В. Ярошак. – Рівне : НУВГП, 2013 – 415 с.

**ПРОСТОРОВІ СИНГУЛЯРНО ЗБУРЕНІ ПРОЦЕСИ
БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО КОНВЕКТИВНО-ДИFUЗІЙНОГО
МАСОПЕРЕНОСУ В НАНОПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ
З ВРАХУВАННЯМ ТЕРМОРЕЖИМУ**

Бомба А. Я., проф., д. т. н., Присяжнюк О. В., асп.

Рівненський державний гуманітарний університет, lenapris@ukr.net

Розглядається модельна сингулярно збурена задача процесу трикомпонентного конвективно-дифузійного масопереносу забруднюючих речовин при фільтрації в нанопористому середовищі [1] з врахуванням масообміну, породженого екзотермічною хімічною реакцією:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \kappa \cdot \text{grad } \varphi, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0, \\ \text{div}(D_i(P) \cdot \text{grad } \varphi_i) - \mathbf{v} \cdot \text{grad } \varphi_i - S_i(P) \frac{\partial \varphi_i}{\partial t} \Big|_{r=R} - \varphi_i K(P) \varphi_1^{\alpha_1} \varphi_2^{\alpha_2} &= \sigma \frac{\partial \varphi_i}{\partial t}, \\ D_i^*(P) \left(\frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial \varphi_i}{\partial r} \right) - \varphi_i K_i^*(P) \varphi_1^{\alpha_1} \varphi_2^{\alpha_2} &= \sigma^* \frac{\partial \varphi_i}{\partial t}, \quad i = \overline{1,3}, \\ \text{div}(a \cdot \text{grad } P) - v(x) \text{grad } P + K \varphi_1^{\alpha_1} \varphi_2^{\alpha_2} &= \frac{\partial P}{\partial t} \end{aligned}$$

при відповідних початкових та крайових умовах [1]. Тут $\varphi_i(x, y, z, t)$ – концентрація i -того компонента забруднень в міжчастинковому просторі, а $\varphi_i(x, y, z, r, t)$ – концентрація i -того компонента у внутрішньо-частинковому просторі, $P(x, y, z, t)$ – температура середовища, φ і $\mathbf{v}(v_x, v_y, v_z)$ – відповідно потенціал (квазіпотенціал) і вектор швидкості фільтрації. Отримано асимптотичне розв'язання розв'язку даної задачі.

Список використаних джерел

1. Бомба А. Я. Асимптотичний метод розв'язання одного класу модельних сингулярно збурених задач процесу масопереносу в різнопористих середовищах / А. Я. Бомба, І. М. Присяжнюк, О. В. Присяжнюк // Доповіді НАН України. – 2013. – № 3. – С. 28-34.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ НЕІЗОТЕРМІЧНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ІЗ УРАХУВАННЯМ ВПЛИВУ ТРИЩИН ГІДРОРОЗРИВУ

Бомба А. Я., проф., д. т. н.; Сінчук А. М., асп.

Рівненський державний гуманітарний університет,

abomba@ukr.net

У процесі видобутку нафти середньої та високої в'язкості (наприклад, природних бітумів) ефективною, для підтримки пластового тиску та покращення реологічних властивостей флюїдів, одна із найпоширеніших технологій є нагнітання в пласт теплоносіїв. При цьому здійснюється розігрів пласта, в зв'язку з чим знижується в'язкість флюїду, і, тим самим, покращується гідродинамічний зв'язок між свердловинами.

У роботі розвинено числові методи комплексного аналізу математичного моделювання ізотермічної багатофазної фільтрації [1] на випадок неізотермічного процесу витіснення в елементах площового заводнення в умовах гідравлічного розриву пласта. Розроблено числовий алгоритм розв'язування відповідних крайових задач та створено програмний комплекс, що їх реалізує. На основі цього здійснено побудовану гідродинамічної сітки, розраховано поле температури та насиченості, фільтраційні витрати на свердловинах, час повного її заводнення, встановлено значення об'єму витісненого флюїду в довільний момент часу та місцезнаходження ділянок «застою» нафти тощо. Проведено аналіз числових розрахунків перерозподілу відповідних фільтраційних характеристик та встановлено особливості протікання процесу витіснення у випадках неізотермічної та ізотермічної багатофазної фільтрації.

Список використаних джерел

1. *Бомба А. Я.* Комплексний аналіз поведінки системи «свердловини-тріщини-пласт» в елементах площадного заводнення / *А. Я. Бомба, А. М. Сінчук* // Вісник НТУ «ХПІ». Серія «Математичне моделювання в техніці та технологіях». – Х.: НТУ «ХПІ», 2013 – № 54(1027) – С.4–15.

**ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
БАГАТОФАЗНИХ ТЕЧІЙ НАДТЕКУЧОЇ РІДИНИ****Бразалук Ю. В., доц., к. ф.-м. н.***Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара,**brazaluk_jv@ukr.net*

Ефекти при наднизьких температурах, у тому числі й течії надтекучої рідини, у теперішній час знаходять все більш широке застосування як у відповідних фізичних дослідженнях, так і в розроблених або перспективних технологіях. Загальні фізична та математична моделі течії надтекучої рідини стверджує: при поступальному русі рідини або тіл, у неї поміснених, течія може вважатися нев'язкою. У цьому випадку варто чекати виникнення не тільки потенційної, але й безциркуляційної течії. Завдяки цим умовам така течія буде відрізнятися цілим рядом гідродинамічних особливостей, наприклад, силовим ефектом, що домінує, буде сила гідродинамічної взаємодії. У силу вищесказаного актуальною представляється задача розробки математичної моделі процесів гідродинамічної взаємодії у поступальних на нескінченності течіях надтекучої рідини та розвитку відповідних чисельних методів. З огляду на те, що така течія описується рівнянням Лапласа, а розглянута задача припускає області складної геометричної форми, найбільш ефективними в цьому випадку представляється метод граничних елементів. Виявлення стійких і нестійких режимів гідродинамічної взаємодії, пояснення механізму такої нестійкості мають принципове значення для гідромеханіки багатофазної течії. Якщо дозволити об'єктам дисперсної фази рухатися під дією сил гідродинамічної взаємодії, то розглянута вище регулярна структура втрачає регулярність та прагне розтягнутися тонким шаром у напрямку швидкості потоку, що набігає. Цей висновок має фундаментальне значення для гідромеханіки не тільки надтекучої рідини, оскільки це найпростіший випадок нестійкості багатофазної течії.

**ДОСЛІДЖЕННЯ ВЗАЄМОДІЇ МОНОХРОМАТИЧНОГО
ПОЛЯРИЗОВАНОГО СВІТЛА ІЗ ДЕФОРМОВАНОЮ
СТРУКТУРОЮ «ФОТОПРУЖНИЙ ПОКРИВ–ПРОВІДНИК»**

Васьо Н. О., асп., Чекурін В. Ф., д. ф.-м. н., проф.

Інститут прикладних проблем механіки і математики

ім. Я. С. Підстригача НАН України,

vaso.iapmm@gmail.com, chekurin@iapmm.lviv.ua

Метод фотопружних покриттів широко використовується для визначення напружено-деформованого стану елементів конструкцій, споруд та приладів за дії зовнішніх навантажень [1]. Його реалізують, встановлюючи на поверхні об'єкта тонкий діелектричний шар (покрив), виготовлений із матеріалу з властивостями фотопружності.

У доповіді розглядається задача про взаємодію поляризованого світла із деформованою шаруватою структурою «діелектричний півпростір – діелектричний шар – ідеально провідний півпростір». Ця структура моделює об'єкт із встановленим на ньому фотопружним покритвом. В рамках цієї моделі отримані співвідношення фотопружності, які пов'язують параметри поляризації відбитого світла від компонент деформації та напружень на поверхні об'єкта, поляризації падаючого світла, діелектричних властивостей середовища, пружних властивостей покриття і матеріалу об'єкта.

Обговорюється можливість використання отриманих результатів для створення методів визначення напружено-деформованого стану в околах концентрації напружень (дефектів, тріщин), та місць закріплення на поверхні металевих об'єктів.

Список використаних джерел

1. *Dally J. W. Experimental Stress Analysis / J. W. Dally, W. F. Riley. – McGraw-Hill Inc., 2001. – 88 p.*

**ЧИСЕЛЬНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ
МОДЕЛЕЙ ПОВЕРХНЕВОГО СТОКУ
В НАБЛИЖЕННІ КІНЕМАТИЧНОЇ ХВИЛІ**

Венгерський П. С., доц., к. ф.-м. н.

ЛНУ ім. І. Франка, p_vengersky@lnu.edu.ua

Вважатимемо, що рух води має вигляд кінематичних хвиль, які виникають унаслідок зміни в часі складових водного балансу в умовах рівноваги сили опору і сили земного тяжіння [1].

Для поверхневого стоку рівняння кінематичної хвилі набудуть вигляду

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = R - I, q = \alpha h^m \text{ в області } (0, L) \times (0, T], \quad (1)$$

де R – інтенсивність дощу; Re – число Рейнольдса; I – інтенсивність інфільтрації води в ґрунт; $\alpha = Ci_0^{1/2}$, $m = \frac{3}{2}$ – за формулою Шезі для

турбулентного руху або $\alpha = \frac{g i_0}{2\nu}$, $m = 3$ – для ламінарного руху, ν – кінематична в'язкість.

Щоб сформулювати початково-крайову задачу для рівнянь (1), доповнимо його наступними умовами

$$h|_{t=0} = h_0, \left(-\beta \frac{\partial h}{\partial x} + (1 - \beta) h \right) \Big|_{x=0} = 0, \left(\gamma \frac{\partial h}{\partial x} + (1 - \gamma) h \right) \Big|_{x=L} = 0, \quad \gamma, \beta > 0. \quad (2)$$

Для задачі (1)-(2) була сформульована варіаційна задача, яка розв'язувалася методом скінченних елементів. В результаті отримаємо систему нелінійних рівнянь, яка розв'язувалася двома різними підходами. Показано застосування інтервальних ітераційних методів типу Ньютона і типу Рунге [2], їх переваги, доцільність використання, вплив на швидкість і точність розв'язку задачі.

Список використаних джерел

1. *Кучмент Л. С.* Модели формирования речного стока / Л. С. Кучмент. – Л., 1980. – 143 с.
2. *Венгерський П. С.* Ускорение сходимости одной модификации интервального метода типа Рунге при решении нелинейных краевых задач / П. С. Венгерський // Выч. техн. – 1996. – № 2 (5). – С. 17-19.

**АЛГОРИТМИ АНАЛІЗУ ДИНАМІКИ НЕЛІНІЙНИХ
ОБ'ЄКТІВ У ВИГЛЯДІ ІНТЕГРАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ
З ЯДРАМИ, ЩО РОЗДІЛЯЮТЬСЯ**

Верлань Д. А., асп.

КНУ ім. Т. Шевченка, dmitriverlan@gmail.com

Великий клас задач динаміки описується нелінійними інтегральними рівняннями Вольтера другого роду, до якого принципово зводяться довільні задачі Коші для нелінійних звичайних диференціальних рівнянь. Інтегральна динамічна модель отримана як опис деякої нелінійної динамічної задачі, не завжди може бути зведена без апроксимації до диференціальних рівнянь. Нелінійні інтегральні рівняння можуть містити у собі інтегральні оператори Гаммерштейна, або Урисона.

До алгоритмів розв'язання нелінійних інтегральних рівнянь, що реалізуються в системах контролю та управління, пред'являються високі вимоги по швидкодії. Одна з особливостей рівнянь другого роду полягає в тому, що вони дозволяють без особливих труднощів отримувати різні ітераційні схеми обчислення шуканої функції. У випадках, коли в рівняннях ядро є таким, що розділяється, є можливість підвищити продуктивність процесу розв'язання, тобто скоротити час обчислення і комп'ютерну пам'ять, зменшити помилки.

Пряме застосування вказаних рівнянь методу квадратурних формул приводить до великої системи нелінійних рівнянь щодо шуканих значень, що створює труднощі при реалізації алгоритму, незважаючи на те, що матриця розв'язуваної системи кінцевих рівнянь є трикутною. Простіші розрахункові вирази властиві ітераційним алгоритмам.

Численні обчислювальні експерименти і результати розв'язування практичних задач свідчать про те, що властивість розділеності ядра нелінійного інтегрального рівняння дозволяє побудувати ефективні модифіковані алгоритми, які призводять до скорочення часу обчислень і зменшення помилок обчислень.

**ВСТАНОВЛЕННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ МІЖ ВИ-
НИКНЕННЯ УРАГАНІВ ТА СОНЯЧНОЮ АКТИВНІСТЮ
НА ОСНОВІ ANFIS МОДЕЛЕЙ**

Виклюк Я. І., д. т. н., проф., Лєко Т. Б., асп.

ПВНЗ «Буковинський Університет», yuklyuk@ukr.net

Урагани становлять глобальну світову проблему. Для ефективного подолання наслідків таких кризових явищ, необхідно впроваджувати відповідні превентивні заходи, що базуються на науково-обґрунтованих математичних методах прогнозування. Розробка останніх є досі не вирішеною задачею, оскільки існує велика кількість ураганів з невстановленою причиною виникнення.

Робота присвячена перевірці «геліоцентричної» гіпотези методами Data Mining, згідно якої зародження значної кількості ураганів може бути обумовлене спалахами на сонці. В якості вхідних параметрів виступали характеристики сонячного вітру та високоенергетичних частинок. В якості вихідних параметрів – число ураганів в Атлантичному, західному та східному узбережжях Тихого океану та їх загальне число. В ході дослідження враховувалась часова затримка між вхідними та вихідними параметрами.

На основі фрактального аналізу були встановлені ступені персистентності часових рядів та порівняні їх фрактальні характеристики.

За допомогою розробленої програми було в автоматичному режимі побудовано і навчено 7140 ANFIS моделей. Це дало змогу встановити та дослідити найбільш адекватні функціональні залежності для досліджуваних кризових явищ.

Як показав аналіз чутливості, розроблені моделі в рамках «геліоцентричної гіпотези» здатні передбачити від 22 до 26% від загальної кількості ураганів. Цей результат добре корелює з відсотком ураганів, що стались за не пояснених причин. Хибні прогнози становлять лише 1%. Невелика кількість помилок вказує на точність моделі. Отже розроблені моделі можуть доповнити існуючі методи прогнозування цих кризових явищ, а отже підвищити їх ефективність.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИФУЗІЇ ДОМІШКИ ЗА
НАЯВНОСТІ ДВОХ СТАНІВ У БАГАТОКОМПОНЕНТНОМУ
СЕРЕДОВИЩІ З ВИПАДКОВИМ ПРОШАРКОМ**

Власій О. О.¹, доц., к. т. н., Чернуха О. Ю.², проф., д. т. н.

¹Прикарпатський національний університет

ім. В. Стефаника, olesyav@ukr.net,

²Центр математичного моделювання ІППММ

ім. Я. С. Підстригача НАНУ, cher@cmm.lviv.ua

Поширення техногенних забруднень у довкіллі значною мірою визначається процесами дифузії, причому для коректного опису необхідно враховувати складну дрібнодисперсну структуру ґрунту. Наявність стохастичних макровключень ускладнює як розробку адекватних математичних моделей масопереносу, так і знаходження розв'язків відповідних крайових задач. Досліджено процес вертикального дифузійного переміщення домішки у середовищі з пастками, що містить випадково розташований прошарок іншого матеріалу. Прийнято, що частинки перебувають у двох станах, між якими відбувається масообмін.

Запропоновано математичну модель, яка описується системою диференціальних рівнянь з коефіцієнтами, що є випадковими функціями просторової координати. Розглядаючи макронеоднорідності середовища як внутрішні джерела, крайову задачу зведено до еквівалентної системи інтегро-диференціальних рівнянь зі стохастичними ядрами, розв'язок якої побудовано методом послідовних наближень у вигляді рядів Неймана. Із застосуванням перетворень Лапласа та Фур'є побудовано функції Гріна та отримано аналітичні вирази для концентрацій домішкової речовини в однофазному середовищі з пастками. Усереднення отриманих виразів для випадкових полів концентрацій домішки у двох станах проведено за ансамблем конфігурацій фаз з рівномірною функцією розподілу у припущенні превалюючої об'ємної частки матриці.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЗМІНИ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ГРУНТОВОГО МАСИВУ ПРИ НАГНІТАННІ В НЬОГО В'ЯЖУЧОГО РОЗЧИНУ З УРАХУВАННЯМ МАСО- ТА ВОЛОГОПЕРЕНОСЕННЯ

Власюк А. П.¹, проф., д. т. н., Дроздовський Т. А.², асп.

¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет

ім. акад. Степана Дем'янчука, A.P.Vlasyuk.rv@gmail.com

²Національний університет водного господарства та природокористування, coldion@gmail.com

Досліджується зміна напружено-деформованого стану ґрунтової основи гідротехнічної споруди внаслідок нагнітання в неї в'язучого розчину через довгу траншею, зроблену під фундаментом інжектора з урахування вологоперенесення в області Ω_2 зовні фронту нагнітання.

Математична модель задачі в області Ω_2 має вигляд:

$$\begin{aligned} \mu_2 \cdot \Delta U + (\lambda_2 + \mu_2) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \left[\frac{\partial \lambda_2}{\partial x} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \right. \\ \left. + 2 \frac{\partial U}{\partial x} \frac{\partial \mu_2}{\partial x} + \frac{\partial \mu_2}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] = X_2, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu_2 \cdot \Delta V + (\lambda_2 + \mu_2) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \left[\frac{\partial \lambda_2}{\partial y} \cdot \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) + \right. \\ \left. + 2 \frac{\partial V}{\partial y} \frac{\partial \mu_2}{\partial y} + \frac{\partial \mu_2}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right] = Y_2, \end{aligned}$$

$$\mu(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \operatorname{div}(k(h, c) \cdot \operatorname{grad} h) - \operatorname{div}(v(c) \cdot \operatorname{grad} c),$$

$$\operatorname{div}(D(c) \operatorname{grad} c) - v \cdot \operatorname{grad} c - \gamma(c - C_*) = \sigma \frac{\partial c}{\partial t}$$

з відповідними крайовими умовами та умовами спряження.

Розв'язок задач отримано методом скінченних різниць з використанням чисельних конформних відображень.

ПРО ОДНУ ЗАДАЧУ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТЕПЛО-МАСОПЕРЕНЕСЕННЯ НА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ҐРУНТОВОГО МАСИВУ В ТРИВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

Власюк А. П.¹, д. т. н., проф., Жуковська Н. А.², ст. викл.

¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. акад. Степана Дем'янчука, A.P.Vlasyuk.rv@gmail.com

²Національний університет водного господарства та природокористування, N.A.Zhukovska@gmail.com

Проведено математичне моделювання впливу тепло-масоперенесення на напружено-деформований стан ґрунтового масиву в тривимірному випадку, що описується наступною крайовою задачею:

$$\begin{aligned} & \mu(c, T)\Delta U + (\lambda(c, T) + \mu(c, T)) \frac{\partial \epsilon_{\theta}}{\partial x} + \frac{\partial \lambda(c, T)}{\partial x} \epsilon_{\theta} + 2 \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial x} \frac{\partial U}{\partial x} + \\ & + \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial z} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) - (3\lambda(c, T) + 2\mu(c, T)) \alpha_T \frac{\partial T}{\partial x} = X, \\ & \mu(c, T)\Delta V + (\lambda(c, T) + \mu(c, T)) \frac{\partial \epsilon_{\theta}}{\partial y} + \frac{\partial \lambda(c, T)}{\partial y} \epsilon_{\theta} + 2 \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial y} \frac{\partial V}{\partial y} + \\ & + \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) + \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial z} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) - (3\lambda(c, T) + 2\mu(c, T)) \alpha_T \frac{\partial T}{\partial y} = Y, \\ & \mu(c, T)\Delta W + (\lambda(c, T) + \mu(c, T)) \frac{\partial \epsilon_{\theta}}{\partial z} + \frac{\partial \lambda(c, T)}{\partial z} \epsilon_{\theta} + 2 \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial z} \frac{\partial W}{\partial z} + \\ & + \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) + \frac{\partial \mu(c, T)}{\partial y} \left(\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y} \right) - (3\lambda(c, T) + 2\mu(c, T)) \alpha_T \frac{\partial T}{\partial z} = Z, \end{aligned}$$

$$\nabla \cdot (D(c, T)\nabla c) - v\nabla c - \gamma(c - C_m) + \nabla \cdot (D_T \nabla T) = n_p \frac{\partial c}{\partial t},$$

$$\nabla \cdot (\lambda_T \nabla T) - \rho c_p v \nabla T = c_T \frac{\partial T}{\partial t},$$

$$v = -K(c, T)\nabla h + v_c \nabla c + v_T \nabla T, \quad \operatorname{div} v + \frac{\partial n_p}{\partial t} = 0, \quad X \in \Omega, \quad t > 0$$

з відповідними крайовими умовами.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ РАДІОНУКЛІДІВ
У НЕНАСИЧЕНОМУ ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ
У ДВОХВИМІРНОМУ ЛІНІЙНОМУ ВИПАДКУ**

Власюк А. П.¹, д. т. н., проф., Жуковський В. В.², асп.

¹*Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. акад. Степана Дем'янчука, A.P.Vlasyuk.rv@gmail.com*

²*Національний університет водного господарства та
природокористування, zeonet@gmail.com*

Математичну модель міграції радіонуклідів у ненасиченому пористому середовищі в двохвимірному лінійному випадку в загально-прийнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею:

$$D_1 \left(\frac{\partial^2 c_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_1}{\partial y^2} \right) - V_x \frac{\partial c_1}{\partial x} - V_y \frac{\partial c_1}{\partial y} - \gamma_1 c_1 + \gamma_2 c_2 = \sigma_1 \frac{\partial c_1}{\partial t},$$

$$D_2 \left(\frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_2}{\partial y^2} \right) + \gamma_1 c_1 - \gamma_2 c_2 - \theta \frac{\partial q}{\partial r} \Big|_{r=R} = \frac{\partial c_2}{\partial t},$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} = D_0 \left(\frac{\partial^2 q}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial q}{\partial r} \right),$$

$$\mu(h) \frac{\partial h}{\partial t} = k_1 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_2 \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} - v_1 \frac{\partial c}{\partial x} - v_2 \frac{\partial c}{\partial y},$$

$$V_x = -k_1 \frac{\partial h}{\partial x} + v_1 \frac{\partial c}{\partial x}, \quad V_y = -k_2 \frac{\partial h}{\partial y} + v_2 \frac{\partial c}{\partial y}, \quad \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} = 0$$

з відповідними крайовими умовами для напору $h(x, y, t)$, концентрацій $c_1(x, y, t)$, $c_2(x, y, t)$ та $q(x, y, r, t)$. Знайдено чисельний розв'язок поставленої крайової задачі. Проведено серію чисельних експериментів. Здійснено аналіз отриманих результатів. Це дало можливість зробити прогнозування щодо ступеня забруднення пористих середовищ у зоні неповного насичення та подальшого їх очищення і використання.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ НАРОДОНАСЕЛЕННЯ В ОДНОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ

Власюк А. П.¹, д. т. н., проф., Климчук В. М.², викл.

¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет

ім. акад. С. Дем'янчука, A.P.Vlasyuk.rv@gmail.com

²Технічний коледж Національного університету водного
господарства та природокористування, Vvod@nxt.ru

Сучасний етап розвитку суспільства пов'язаний із суттєвими змінами напрямків і масштабів міграційних переміщень населення [1].

Математична модель даної задачі в одновимірному випадку у загальноприйнятих позначеннях може бути описана крайовою задачею:

$$D_1 \frac{\partial^2 c_1}{\partial x^2} - v_1 \frac{\partial c_1}{\partial x} - \gamma_1 c_1 = \frac{\partial c_1}{\partial t}, \quad D_2 \frac{\partial^2 c_2}{\partial x^2} - v_2 \frac{\partial c_2}{\partial x} - \gamma_2 c_2 = \frac{\partial c_2}{\partial t},$$

$$c_1(x, 0) = \mathcal{C}_0^1(x), \quad x \in (0, a_1), \quad c_2(x, 0) = \mathcal{C}_0^2(x), \quad x \in (a_1, a),$$

$$l_1 c_1(0, t) = \mathcal{C}_1^1(t), \quad t > 0, \quad l_2 c_2(a, t) = \mathcal{C}_2^2(t), \quad t > 0,$$

$$l_3(c_1(a, t), c_2(a, t)) = \mathcal{C}_3^1(t), \quad t > 0, \quad l_4(q_1(a, t), q_2(a, t)) = \mathcal{C}_4^1(t), \quad t > 0.$$

Для крайової задачі побудована монотонна різницева схема та знайдено її чисельний розв'язок [2].

На основі запропонованої моделі досліджень міграційних процесів можливо підвищити якість аналізу стану міграційної системи, моделювати та прогнозувати міграцію населення.

Список використаних джерел

1. Овчиннікова О. Р. Проблеми управління міждержавними міграційними процесами на сучасному етапі / О. Р. Овчиннікова // Придніпровський науковий вісник (Донбаський випуск). Економіка. – Донецьк, 1998. – № 108 (175). – С. 54-57.
2. Власюк А. П. Монотонна різницева схема для нелінійного одновимірного рівняння параболічного типу, що містить першу похідну / А. П. Власюк, О. П. Остапчук, О. М. Степанченко // Вісник Київського університету. Сер. фіз.- мат. наук. – 2005. – Вип. 2. – С. 188-197.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МАСОПЕРЕНЕСЕННЯ
СОЛЕЙ ПРИ ФІЛЬТРАЦІЇ ТА ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННІ
В НАСИЧЕНО-НЕНАСИЧЕНИХ ҐРУНТАХ
У НЕІЗОТЕРМІЧНИХ УМОВАХ**

Власюк А. П.¹, д. т. н., проф., Огійчук В. О.², асп.

¹*Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. акад. С. Дем'янчука, A.P.Vlasyuk.rv@gmail.com*

²*Національний університет водного господарства та
природокористування, Viktor22101@gmail.com*

Досліджується масоперенесення сольових розчинів при фільтрації підземних вод та вологоперенесенні в насичено-ненасичених ґрунтових середовищах в неізотермічних умовах.

Математичну модель даної задачі в областях повного та неповного насичення у загальноприйнятих позначеннях можна описати наступною крайовою задачею [1]:

$$\frac{\partial \left(D(c) \frac{\partial c}{\partial x} \right)}{\partial x} - v \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma(c - C^*) + D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \sigma \frac{\partial c}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\mu(h) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(c) \frac{\partial h}{\partial x} \right) - v \frac{\partial c}{\partial x}, \quad v = -k(c) \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - v c_p \frac{\partial T}{\partial x} = c_n \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3)$$

$$v_x = -k(c, h, T) \frac{\partial h}{\partial x} + v(c) \frac{\partial c}{\partial x} + D_T \frac{\partial T}{\partial x}, \quad (4)$$

$$c(0, t) = \mathcal{C}_1^0(t), \quad c(l, t) = \mathcal{C}_2^0(t), \quad c(x, 0) = \mathcal{C}_0^0(x), \quad (5)$$

$$h|_{x=0} = H_1^0(t), \quad h|_{x=l} = H_2^0(t), \quad h|_{t=0} = H_0^0(x), \quad (6)$$

$$T(x, 0) = T_0(x), \quad T(0, t) = T_1(t), \quad T(l, t) = T_2(t), \quad (7)$$

$$[h]|_{x=l} = [c]|_{x=l} = \left[cv_x - D(c) \frac{\partial c}{\partial x} \right]_{x=l} = 0, \quad (8)$$

де $c = c(x, t)$ – концентрація сольового розчину, $D(c)$ – коефіцієнт конвективної дифузії, γ – коефіцієнт масообміну, C_* – концентрація граничного насичення сольового розчину, σ – пористість ґрунту, $k(c)$ – коефіцієнт фільтрації (водопроникності), $\mu(h) = \frac{\partial \omega}{\partial h}$ – при неповному насиченні ґрунту, $\mu(h) \equiv 0$ – при повному насиченні ґрунту, ν – коефіцієнт осмосу.

Для крайової задачі (1) – (8) побудовано монотонну різницеву схему, отримано її чисельний розв’язок та виконано програмну реалізацію. У результаті проведення чисельних експериментів отримано розподіл поля вологи в області неповного насичення, поле напорів рідини в області повного насичення, поля розподілу концентрації в даних областях.

Список використаних джерел

1. Власюк А. П. Математичне моделювання масоперенесення солей при сумісній фільтрації та вологоперенесенні в насичено-ненасичених ґрунтах в нелінійній постановці / А. П. Власюк, Т. П. Цветкова // Тези XVII Міжнародної конференції «Прийняття рішень в умовах невизначеності». – Східниця, 2011. – С. 48-50.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ
РАДІОНУКЛІДІВ У ҐРУНТОВОМУ МАСИВІ
В НЕІЗОТЕРМІЧНИХ УМОВАХ У ДВОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ**

Власюк А. П.¹, д. т. н., проф., Остапчук О. П.², к. т. н., доц.

¹*Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. акад. С. Дем'янчука, A.P.Vlasyuk.rv@gmail.com*

²*Національний університет водного господарства та
природокористування, ostapchuk_o@ukr.net*

Проведено математичне і комп'ютерне моделювання міграції радіонуклідів в ґрунтовому масиві великої протяжності в неізотермічних умовах у двовимірній постановці шляхом переносу їх фільтраційним потоком з деякою швидкістю та під впливом конвективної дифузії до горизонтального фільтра-вловлювача паралелепіпедної форми [1].

Одним із факторів, що впливає на ускладнення математичної моделі є нелінійність процесів фільтраційного тепло-масоперенесення, що розглядаються.

Побудовано нелінійну математичну модель даної задачі. Числовий розв'язок крайової задачі, що описує вказану математичну модель, знайдено методом скінченних різниць. В результаті програмної реалізації розробленого обчислювального алгоритму розв'язку крайової задачі розраховано розподіли концентрації радіонуклідів в часі по області фільтрації. Це дало можливість оцінити час, за який в шарі родючого ґрунту вміст радіонуклідів стане менше гранично допустимого, що свою чергу дає змогу прийняття рішення про придатність родючих земель для подальшого їх безпечного використання в сільському господарстві.

Список використаних джерел

1. *Власюк А. П.* Числове моделювання локалізації радіонуклідів за допомогою дрен-вловлювачів при плоско-вертикальній напірній фільтрації / *А. П. Власюк, О. П. Остапчук* // Тези доп. Всеукр. наук. конф. «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів». – Рівне : НУВГП, 2013. – С. 43.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕНЕСЕННЯ
СОЛЕЙ В НАСИЧЕНО-НЕНАСИЧЕНОМУ ГРУНТОВОМУ
МАСИВІ ПРИ ЙОГО ОСУШЕННІ**

Власюк А. П.¹, д. т.н., проф., Цветкова Т. П.², ст. викл.

¹Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. акад. С. Дем'янчука, A.P.Vlasyuk.rv@gmail.com

²Національний університет водного господарства та
природокористування, Tsvetkova@ukr.net

Досліджується водно-сольовий режим ґрунтового масиву у вигляді горизонтального пласта при його осушенні. На початку дослідження рівень ґрунтових вод (РГВ) займає початкове положення, а з часом при осушенні – положення кривої депресії EF (рис. 1).

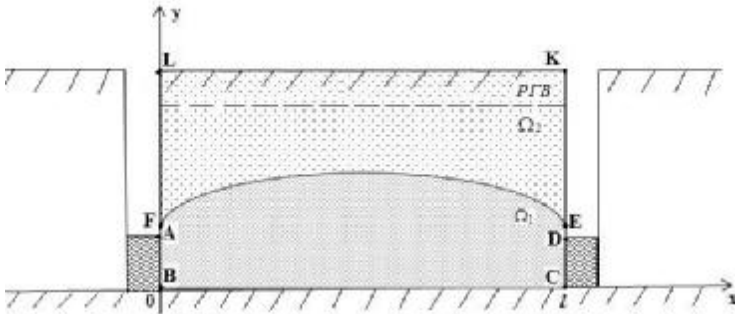


Рис. 1. Фільтрація сольового розчину у випадку осушення ґрунтового масиву

Математична модель даної задачі в областях фільтрації Ω_1 та вологоперенесення Ω_2 відповідно у загальноприйнятих позначеннях має вигляд [1]:

$$\frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right)}{\partial y} - v'_x(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} - v'_y(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} - \gamma_1(c_1 - C^*) = \sigma_1 \frac{\partial c_1}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_1(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_1(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right) = 0, \quad (2)$$

$$v'_x(c_1) = -k(c_1, h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} + v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x}, \quad v'_y(c_1) = -k(c_1, h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} + v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y}, \quad (3)$$

$$h_1|_{EF} = y, \quad \frac{\partial h_1}{\partial n} \Big|_{BC} = 0, \quad h_1|_{AB} = H_1, \quad h_1|_{CD} = H_2, \quad h_1|_{AF} = y, \quad (4)$$

$$c_1(x, y, 0) = \mathcal{C}_0(x, y), \quad \frac{\partial c_1}{\partial n} \Big|_{AB \cup BC \cup CD} = 0, \quad \frac{\partial c_1}{\partial n} \Big|_{DE} = 0; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} \right)}{\partial y} - v_x(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} - \\ & - v_y(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} - \gamma_2(c_2 - C^*) = \sigma_2 \frac{\partial c_2}{\partial t}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\mu(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right), \quad (7)$$

$$v_x(c_2) = -k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x}, \quad v_y(c_2) = -k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y}, \quad (8)$$

$$h_2(x, y, 0) = \mathcal{H}_0(x, y), \quad h_2|_{EF} = y, \quad \frac{\partial h_2}{\partial n} \Big|_{FL \cup LK \cup KE} = 0, \quad (9)$$

$$c_2(x, y, 0) = \tilde{C}_0(x, y), \quad \frac{\partial c_2}{\partial n} \Big|_{FL \cup LK \cup KE} = 0. \quad (10)$$

На межі областей повного та неповного насичення (кривій депресії) задаються умови спряження для напорів, концентрації та потоків солей відповідно:

$$h_1|_{EF} = h_2|_{EF}, \quad \left(\frac{\partial h_1}{\partial y} - \frac{\partial h_1}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} \right) \Big|_{EF} = 0, \quad (11)$$

$$c_1|_{EF} = c_2|_{EF}, \quad u_1 c_1 - D_1 \frac{\partial c_1}{\partial n} = u_2 c_2 - D_2 \frac{\partial c_2}{\partial n}. \quad (12)$$

Для задачі (1)-(12) побудовано різницеву схему з використанням локально-одновимірного методу О. А. Самарського. Розроблено обчислювальний алгоритм та програмне забезпечення розв'язування крайової задачі, проведено серію чисельних експериментів та їх аналіз.

**ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ
ТЕРМОЧУТЛИВИХ ПІВПРОСТОРІВ ЗА ДІЇ
ДЖЕРЕЛА ТЕПЛА НА МЕЖІ КОНТАКТУ**

Вовк О. М., н. с., к. ф.-м. н.

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, dept19@iapmm.lviv.ua*

На сьогодні актуальними є дослідження термопружного стану елементів конструкцій за високотемпературного нагрівання з врахуванням усіх істотних факторів, які дозволяють максимально точно відобразити реальні фізичні процеси, а саме термочутливості матеріалів, складного теплообміну, контактної взаємодії, наявності внутрішніх джерел тепла тощо. Все це значно ускладнює математичні моделі та вимагає пошуку нових ефективних підходів до розв'язування відповідних задач теплопровідності та термопружності. Раніше нами був апробований аналітико-числовий підхід, що базується на використанні методу лінеаризувальних параметрів, для розв'язування нелінійних задач теплопровідності контактуючих термочутливих тіл з простою нелінійністю [1]. У даній роботі розглядається аналітико-числовий підхід до розв'язування квазістатичних контактних задач термопружності за відсутності обмежень на характер зміни теплових характеристик матеріалів. На основі цього підходу побудовано розв'язок квазістатичної задачі термопружності для двох контактуючих півпросторів з миттєвими тепловиділеннями на межі дотику. Досліджено температурні поля і спричинений ними термопружний стан півпросторів, виготовлених з окису цирконію та титанового сплаву. Вивчено вплив термочутливості матеріалів на розподіл температур та напружень у півпросторах.

Список використаних джерел

1. Попович В. Дослідження термопружного стану контактуючих термочутливих півпросторів з тепловиділеннями на межі дотику / В. Попович, О. Вовк // Вісник ТНТУ. – 2014. – № 2 (74). – С. 38-47.

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТЕЧІЇ В'ЯЗКОПЛАСТИЧНОЇ РІДИНИ

Воєвода В. В., асп.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, vadikVV@meta.ua*

Неперервне вимірювання реологічних параметрів неньютонівських рідин дає змогу передбачати поведінку середовищ в найрізноманітніших технологічних процесах. З цієї метою розроблений пристрій на базі гідродинамічного мостового перетворювача з капілярами різних довжин та діаметрів, який дозволяє визначати значення граничної напруги зсуву і пластичної в'язкості та будувати математичну модель течії в'язкопластичної рідини.

При протіканні рідини по капілярам пристрою на них виникають відповідні перепади тиску, величини яких використовуються для розрахунку граничної напруги зсуву τ_0 заданої рідини згідно «спрощеного» рівняння Букінгема-Рейнера. На основі того ж рівняння з використанням визначеного значення τ_0 розраховуються значення пластичної в'язкості η_1 в капілярі більшого діаметра при меншій швидкості зсуву γ_1 та η_2 – в меншому капілярі при більшій швидкості зсуву γ_2 , а також усереднене значення пластичної в'язкості η . Виходячи з отриманих значень τ_0 та η будується крива текучості $\tau = f(\gamma)$, яка є графічним представленням математичної моделі в'язкопластичної рідини. Розрахунки значень пластичної в'язкості і граничної напруги зсуву та побудова кривої текучості здійснюються з допомогою програмованого мікроконтролера, на вхід якого підключені давачі тиску, а на вихід – показуючий пристрій.

**НОВИЙ ПІДХІД ДО ПРОСТОРОВО-ХРОНОЛОГІЧНОЇ ФОРМАЛІЗАЦІЇ ВПЛИВУ ФАКТОРІВ
НА ПРОСТОРОВІ ОБ'ЄКТИ**

Вуж Т. Є.¹, викл., Мокін В. Б.², д. т. н., проф.

¹ *Вінницький національний медичний університет
ім. М. І. Пирогова, tasya_v@inbox.ru*

² *Вінницький національний технічний університет,
vbmokin@gmail.com*

Просторово-хронологічним моделям даних про різні фактори, які впливають на просторові об'єкти та змінюються одночасно у часі й у просторі, та методам обробки таких даних в останні роки присвячено багато публікацій, у т. ч. у системі SCOPUS. Для оптимізації подібних моделей пропонується використовувати удосконалену схему формалізації факторів, коли спершу визначаються основні фактори, що впливають на заданий об'єкт та змінюються у часі й у просторі. Далі проводиться дискретизація усіх напрямів навколо цього об'єкта, але не традиційно по однакових за розміром секторах, а по секторах, обмежених дугами різного розміру у такий спосіб, щоб усі або хоча б декілька факторів, що діють на об'єкт, одночасно потрапляли у цей сектор. Такий підхід можна застосовувати тільки за умови адитивної дії факторів, коли вплив додається.

Запропонований підхід до формалізації та удосконалений метод побудови та аналізу просторово-хронологічних моделей був випробуваний при аналізі впливу амброзії полиноистої на виникнення бронхіальної астми у населення міста. Сектори обираються таким чином, щоб в них потрапляли можливі напрямки дії вітру, що переносить амброзію до людини у будинку, що дозволяє спростити схему формалізації напрямів поширення амброзії від кожного її осередку. Побудована модель є оптимальною, тобто дозволяє зберегти максимум інформації про об'єкт та фактори впливу на нього у мінімально малій кількості таблиць.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ
ПРОЦЕСІВ У КРИВОЛІНІЙНИХ ОБЛАСТЯХ
З НЕВИЗНАЧЕНИМИ ДІЛЯНКАМИ МЕЖ**

Гаврилюк В. І., к. т. н., доц., Чекмарьова А. О., маг.

*Рівненський державний гуманітарний університет,
im_vova@ukr.net, annette.93@mail.ru*

Розглянуто модельну нелінійну задачу на знаходження квазігармонічної функції $\varphi = \varphi(x, y)$ (квазіпотенціалу) у деякій криволінійній області $G_z = AA^*B^*C^*C'D$ з вільною невідомою кривою (крива депресії) A^*B^* [1]:

$$k(\text{grad}\varphi)\frac{\partial\varphi}{\partial y} = -\frac{\partial\psi}{\partial x}, \quad k(\text{grad}\varphi)\frac{\partial\varphi}{\partial x} = \frac{\partial\psi}{\partial y}, \quad (1)$$

$$\varphi|_{AA^*} = \varphi_*, \quad \varphi|_{CD} = \varphi^*(h) = h, \quad \psi|_{AD} = 0, \quad \psi|_{A^*B^*C^*C} = Q, \quad \varphi|_{A^*B^*} = g(y), \quad (2)$$

де рівняння (1) є наслідком закону Дарсі у вигляді $\mathbf{v} = k\text{grad}\varphi$ та рівняння нерозривності $\text{div}\mathbf{v} = 0$, $\mathbf{v} = (v_x(x, y) + iv_y(x, y))$ – швидкість фільтрації, $\kappa = \kappa(\text{grad}\varphi)$ – обмежена неперервно-диференційована в області G_z функція, що характеризує провідність середовища та його схильність до деформації, $\psi = \psi(x, y)$ – функція течії, квазікомплексно спряжена до $\varphi = \varphi(x, y)$, $g(y)$ – обмежена неперервно-диференційована функція. Параметри φ_* і φ^* та рівняння кривих AA^* , BC^* , C^*C^* , CC^* , CD , AD є заданими, $B^* \in BC^*$, BC^* – непроникна стінка, наприклад фундамент будинку, CD – дренажна система.

В якості прикладу побудовано гідродинамічну сітку, знайдено повну витрату, положення кривої депресії, встановлено зони збурення та інші характеристики процесу фільтрації до дренажу.

Список використаних джерел

1. Нелінійні задачі типу фільтрація-конвекція-дифузія-масообмін за умов неповних даних: монографія / А. Я. Бомба, В. І. Гаврилюк, А. П. Сафоник, О. А. Фурсачик. – Рівне : НУВГП, 2011. – 275 с.

НАПІВЕМПІРИЧНЕ РІВНЯННЯ ПЕРІОДУ ФІЛЬТРОЦИКЛУ МАГНІТНОГО ФІЛЬТРА

**Гарашенко О. В., асист., Гарашенко В. І., к. т. н., доц.,
Дейнека О. Ю., асист., Мельник В. В., учень 11 класу**

Національний університет водного господарства та природокористування, vigarashchenko@yandex.ru

Очищення технологічних вод теплових і атомних електричних станцій від феромагнітних продуктів корозії здійснюють високошвидкісними, екобезпечними магнітними фільтрами, які дозволяють очищати водні середовища з температурою до 500°C. В намагніченій феромагнітній фільтруючій загрузці під дією силового фактора, величина якого досягає $1 \cdot 10^{12} - 1 \cdot 10^{15} \text{ A}^2/\text{м}^3$, відбувається осадження феромагнітних домішок. При очищенні водних середовищ фільтруюча загрузка «насичується» феромагнітними домішками, маса яких в певний момент часу t досягає максимального значення, що відповідає питомій ємності поглинання домішок загрузкою. В подальшому, ефективність очищення магнітним фільтром зменшується. Час t – це період фільтроциклу, при досягненні якого необхідно здійснювати регенерацію фільтра. На основі експериментальних досліджень процесу магнітного очищення та розрахунків отримане удосконалене рівняння для визначення періоду фільтроциклу.

$$t = \frac{\rho_q \cdot P \cdot (\alpha \cdot d)^{\frac{4}{3}} \cdot L \cdot \Pi}{\rho_p (C_0 - C) \cdot V \cdot K},$$

де ρ_q – густина матеріалу осаджених частинок; ρ_p – густина рідини, що фільтрується; P – щільність пакування осаджених частинок; α – коефіцієнт поглинання; d – діаметр гранул фільтруючої загрузки; L – висота загрузки; Π – щільність фільтруючої загрузки; C_0, C – концентрації заліза на вході і виході фільтра; V – швидкість фільтрування; K – коефіцієнт відповідності методик вимірювання концентрацій заліза та кількість осаджених у фільтрі домішок.

**ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ ДВОХ ФУНКЦІЙ
ДІЙСНОЇ ЗМІННОЇ ТИПУ ІНТЕГРАЛІВ ФРЕНЕЛЯ**

Гой Т. П., к. ф.-м. н., доц.

*Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
tarasgoy@yahoo.com*

За аналогією з класичними степеневими розвиненнями для тригонометричних функцій $\sin x$, $\cos x$, розглянемо неелементарні функції дійсної змінної $\text{sinc}(x)$ і $\text{cosc}(x)$, означені за формулами [1]:

$$\text{sinc}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!^{2n+1}}, \quad \text{cosc}(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!^{2n}},$$

де $n^{[m]} = n(n+m/2-1)(n+m/2-2)\dots(n+m/2+1)$ – центральний факторіальний степінь [2], а також функції типу інтегралів Френеля:

$$S(x) = \int_0^x \text{sinc}(t^2) dt, \quad C(x) = \int_0^x \text{cosc}(t^2) dt.$$

Теорема. Функції $S(x)$ і $C(x)$ є розв'язками відповідно таких задач Коші:

$$27x^3 y^{(4)} - 81x^2 y''' + (16x^5 + 177x) y'' + (32x^4 - 192) y' = 0, \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 0, \quad y''(0) = 0, \quad y'''(0) = 2;$$

$$27x^3 y^{(4)} - 135x^2 y''' + (16x^5 + 339) y'' - 384 y' = -384, \\ y(0) = 0, \quad y'(0) = 1, \quad y''(0) = 0, \quad y'''(0) = 0.$$

Список використаних джерел

1. Гой Т. П. Неелементарні функції, породжені центральними факторіальними степенями / Т. П. Гой // Вісник ХНУ ім. В. Н. Каразіна. Серія «Математика, прикладна математика і механіка». – 2014. – № 1133. – С. 131-139.
2. Гой Т. П. О центральных факториальных степенях и некоторых их применениях / Т. П. Гой // Математика и математическое образование. Теория и практика. – Ярославль : Изд-во ЯГТУ, 2014. – Вып. 9. – С. 30–35.

МОДЕЛЮВАННЯ ЗАБРУДНЕННЯ ВІД АВТОТРАНСПОРТУ

Горбенко В. І., доц., к. ф.-м. н., Шарафутдінов Я. Е., асп.

Класичний приватний університет, vgorbenko@ukr.net

Основною метою роботи була розробка програмного забезпечення, що дозволяє моделювати рух автотранспорту та обчислювати забруднення від нього в залежності від інтенсивності руху, щільності потоку, швидкості руху, видів транспорту тощо. Для досягнення поставленої мети:

- проведено загальний аналіз характеристик стану атмосферного повітря та впливу на нього інтенсивності транспортного потоку;
- визначено вимоги до створюваного програмного забезпечення та розроблено діаграми прецедентів;
- виявлено сутності об'єктної моделі та розроблено відповідні класи;
- розроблено програмне забезпечення для моделювання впливу інтенсивності транспортного потоку на стан атмосферного повітря.

При створенні програмного забезпечення було обрано певну математичну модель автотранспортного потоку на багатосмуговій дорозі, яка являє собою систему рівнянь, що пов'язують між собою нормовані динамічні характеристики транспортного потоку (інтенсивність, щільність, швидкість) на кожній смузі дороги. Для визначення інтенсивності транспортного потоку задавалась кількість кожного виду транспорту, що проходить через ділянку дороги, яка розглядається в моделюванні. Для відтворення різноманітних моделей руху транспортних засобів і, таким чином, різноманітних інтенсивностей потоків в програмі визначається швидкість конкретного транспортного об'єкту та режиму руху для усього потоку. Для моделювання також задається час, для якого відтворюється транспортний потік, та крок, що визначає дискретність виконання розрахунків. Результати моделювання представлено залежностями, що відтворюються в наборі графіків.

ФОРМУВАННЯ УМІНЬ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ В КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

Грицик Т. А., ст. викл., к. пед. н.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, grizik2008@ukr.net*

Метод математичного моделювання набув широкого застосування у природничих науках, за його допомогою вивчаються явища та процеси природи. Студенти, які навчаються за природничо-науковими напрямками підготовки, повинні знати сучасні загальнонаукові методи дослідження навколишнього світу, розуміти та застосовувати у своїй професійній діяльності метод математичного моделювання.

У процесі дослідження з проблеми навчання студентів природничих напрямів підготовки методу математичного моделювання було встановлено, що більшість студентів має досить низький рівень володіння цим методом наукового пізнання. Значна частина студентів не розуміє суті методу моделювання, не вміє впізнавати та аналізувати найпростіші математичні моделі. Постає необхідність удосконалення існуючих методик навчання цьому методу, зокрема в курсі вищої математики, з метою забезпечення професійної компетентності випускників вузів. Зважаючи на це, курс вищої математики, що вивчається студентами природничих спеціальностей, необхідно орієнтувати на засвоєння основ математичного моделювання.

Методичні основи запропонованої нами методики навчання студентів математичному моделюванню в курсі вищої математики наступні: цілеспрямованість у навчанні математичному моделюванню, мотивація та активізація навчальної діяльності студентів (мотиваційно-цільовий компонент); змістовий відбір навчального матеріалу, відбір доцільних задач (змістовий компонент); спеціально організована навчальна діяльність, спрямована на засвоєння методу математичного моделювання (операційний компонент).

Змістове опрацювання методу математичного моделювання включає такі обов'язкові складові: 1) ознайомлення з загальними питаннями математичного моделювання (означення, класифікація, властивості математичних моделей); 2) розгляд базових математичних моделей, що обов'язково супроводжується конкретними прикладами, графічними образами; 3) важливо продемонструвати різні типи математичних моделей (наприклад, неперервні та дискретні) для опису одного й того самого біологічного явища чи процесу; 4) практичне дослідження моделі, що передбачає розв'язування задач на моделювання з конкретним змістом; 5) доцільні історичні довідки про модель, що вивчається; 6) загальнонаукове значення моделі; 7) важливо запропонувати перелік літературних джерел, де висвітлені питання математичного моделювання біологічного явища; 8) самостійна науково-дослідницька робота студентів, яка полягає у знаходженні та опрацюванні прикладів різних математичних моделей на певну тему.

Важливо досягти усвідомлення того, що математична модель лише в певній мірі відображає живу систему і не є її точним аналогом. Процеси в реальних умовах описуються більш складними залежностями. Проте математичне моделювання як метод наукового пізнання дає можливість для отримання цінної інформації про об'єкт вивчення.

Базові моделі природознавства – це математичні моделі, які піддаються аналітичному дослідженню і дозволяють описувати цілий спектр різних природних явищ. До базових біологічних моделей відносять наступні математичні моделі: експонентна модель (рівняння Мальтуса), логістична модель (рівняння Ферхюльста), модель Вольтерра «хижак-жертва», рівняння Лоткі, Модель Моно, рівняння Міхаеліса-Ментен. Ознайомлення студентів з базовими математичними моделями біології є першим необхідним етапом у процесі вивчення методу математичного моделювання. Розгляд класичних математичних моделей природознавства створює стартові умови для науково-дослідної роботи студентів у цій галузі, здійснюється мотивація та зацікавлення студентів кількісними методами пізнання природи.

МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ ПОТЕНЦІАЛУ В КУСКОВО- ОДНОРІДНОМУ ПІВПРОСТОРИ

Грицько Б. Є., асп.

*Львівський національний університет ім. Івана Франка,
toker.lviv.ua@gmail.com*

Побудовано математичну модель розподілу електричного поля у кусково-однорідному півпросторі з урахуванням його збудження точковими штучними джерелами струму. Для дискретизації та апроксимації системи граничних інтегральних рівнянь, що відповідає умовам ідеального електричного контакту (рівність потенціалів і густин струмів) на межі поділу середовищ, використано основні ідеї непрямого методу граничних елементів, колокації та спеціальний фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа для півпростору, який автоматично враховує електроізоляцію його денної поверхні. При цьому межу поділу дискретизовано на двовимірні ермітові елементи другого порядку, а невідомі функції густин фіктивних джерел струму апроксимовано бета-сплайнами нульового порядку (сталими). З використанням об'єктно-орієнтованої мови C# розроблено програмний комплекс для реалізації дискретної моделі задачі та здійснено комп'ютерне моделювання для оцінки її похибок у випадку включення сферичної форми. Порівняно вказану модель із задачею для півпростору, що містить порожнину (тоді на цій межі задано умову типу Неймана з нульовою густиною струму).

Аналіз отриманих результатів проведених обчислювальних експериментів дозволив зробити такі висновки: 1) похибка обчислень позірною питомого опору становить до 0.3% для включення, розміщеного на глибинах, не менших, ніж 1.5 характерного його розміру (радіус кулі); 2) у випадку електропровідності включення в 10 разів вищої або нижчої за провідність геосередовища, можна розглядати надпровідне або ізолюване включення відповідно; 3) дана методика може бути ефективно використана в електророзвідці при розв'язуванні обернених задач.

МІНІМІЗУЮЧИЙ АЛГОРИТМ РОЗМІЩЕННЯ СПОЖИВАЧІВ НА ТРАНСПОРТНІЙ МЕРЕЖІ

Грицюк П. М., д. е. н., Бабич Т. Ю., ст. викл.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, gritsukp@ukr.net*

У практичних застосуваннях зустрічається постановка транспортної задачі з невстановленим розташуванням користувачів на транспортній мережі. Це розташування повинен спланувати дослідник, взявши за мету мінімізацію транспортних витрат. Прикладом такої задачі є задача про планування будівництва мережі зернових елеваторів у південно-східному регіоні України. Для спрощення будемо вважати, що перевезення здійснюються між обласними центрами. Якщо планується будівництво одного елеваторного комплексу, математична модель задачі має вигляд:

$$\min \sum_{i=1}^n d_{ij} x_i, \quad (1)$$

де d_{ij} – відстань між обласними центрами i та j , x_i – надлишок зерна в i -му регіоні. Задачі такого типу називають мінісумними [1]. Якщо планується будівництво двох елеваторів, спочатку необхідно здійснити розбиття початкової множини областей на 2 кластери. Критерієм розбиття буде вилучення найбільш затратних маршрутів. Побудуємо допоміжну матрицю зважених відстаней V , кожен елемент якої визначається за співвідношенням:

$$v_{ij} = d_{ij} \cdot \min(x_i, x_j). \quad (2)$$

Алгоритм кластеризації має наступний вигляд:

1. Визначаємо найбільший елемент матриці $\max_1 = V_{ij}$. Помічаємо i – «червоний» рядок; j – «синій» стовпець. Области A_i та A_j відносимо до різних кластерів.

2. Визначаємо наступний елемент матриці $\max_2 = V_{pq}$ в порядку спадання. Якщо $p = i$, то q -а область буде віднесена до «синього» регіону; якщо $q = j$, то p -а область буде віднесена до «червоного» регіону.

3. Якщо $(p \neq i) \wedge (q \neq j)$, то за умови $d_{pi} < d_{pj}$ p -а область буде

віднесена до «червоного» регіону; якщо $d_{pi} \geq d_{pj}$ то p -а область буде віднесена до «синього» регіону; якщо $d_{iq} < d_{jq}$ то q -а область буде віднесена до «червоного» регіону; якщо $d_{iq} \geq d_{jq}$ q -а область буде віднесена до «синього» регіону.

Пункти 2-3 виконуємо до того часу, поки вся множина об'єктів не буде класифікована. Центри кластерів, тобто вузли у яких доцільно розмістити елеватори визначаємо за мінісумним принципом (1). Для розбиття на 3 кластери вибираємо той з отриманих вище двох кластерів, для якого функція вартості перевезень є більшою і розбиваємо його на два підкластери за описаним вище алгоритмом. Таким же чином здійснюється розбиття на 4, 5 і більше кластерів. Розбиття припиняється, коли для всіх кластерів буде виконана деяка, наперед задана, умова, наприклад,

$$\sum_{i=1}^n d_{ij} x_i < f_0.$$

Оцінимо похибку, пов'язану із припущенням, що перевезення сконцентровані лише між обласними центрами. Розглянемо геометричну модель сусідніх областей у вигляді дотичних кругів з радіусами R_i та R_j . Якщо елеватор розміщений у i -му обласному центрі, то середнє значення відстані, яку долають автомобілі від довільної точки j -ої області до i -го обласного центру можна оцінити виразом:

$$\overline{d}_{ij} = d_{ij} + 4R_j / 3p. \quad (3)$$

Тепер можна знайти уточнений розв'язок задачі з використанням несиметричної матриці усереднених відстаней (3). Але, оскільки значення модельних радіусів R_i для областей України є близькими, то поправка (3) незначним чином вплине на отриманий раніше розв'язок задачі.

Список використаних джерел

1. *Кристофидес Н.* Теория графов. Алгоритмический поход / Н. Кристофидес. – М. : Мир, 1978. – 432 с.

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ПОСТІЙНИХ МАГНІТІВ

Гудь В. М., доц., к. ф.-м. н., Драчук Ю. С., асист.,
Васильчик Т. М., студ., Смажний О. І., студ.

Національний університет водного господарства та природокористування, Vovkchik@ukr.net

Постійні магніти широко застосовуються для підвищення енергоефективності електричних машин та апаратів. Важливою складовою процесу їхнього виготовлення є контроль якості. З появою рідкоземельних матеріалів, багато існуючих методів та обладнання виявилось непридатними для визначення магнітних параметрів. Одним із методів визначення характеристик постійних магнітів може бути ідентифікація за розподілом магнітного поля з врахуванням геометричних розмірів. При цьому, нез'ясованим залишається питання взаємозв'язку між точністю визначення геометричних розмірів та похибкою вимірювання залишкової індукції. Тому метою роботи є дослідження впливу точності визначення геометричних розмірів на похибку вимірювань залишкової індукції постійних магнітів.

Досліджували циліндричні магніти висотою та радіусом до 0,1 м залишковою індукцією від 0,1 до 1,5 Тл.

Показано [1], що індукція магнітного поля створеного постійним магнітом на відстані x від поверхні полюса залежить від величини залишкової індукції B_r та його геометричних розмірів..

В результаті проведених досліджень доведено, що постійні магніти можуть ідентифікуватися за розподілом власного магнітного поля. Показано, що похибка визначення залишкової індукції залежить від точності вимірювання геометричних розмірів постійного магніту. Встановлено, межі застосування способу ідентифікації.

Список використаних джерел

1. Постоянные магниты: Справочник / Под ред. Ю. М. Пятина. – Москва: Энергия, 1980. – 488 с.

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОЕЛЕКТРИЧНОГО ГЕНЕРАТОРА З РІДИННИМ ТЕПЛОБІМННИКОМ

Гудь В. М., доц., к. ф.-м. н., Мельник В. С., ст. викл.,
Пашковський О. П., студ., Герус Л., студ.

Національний університет водного господарства та
природокористування, yovkchik@ukr.net

Термоелектрична генерація (ТЕГ) є одним із перспективних способів отримання електричної енергії. Одним із напрямків застосування ТЕГ є їх використання у якості автономних джерел живлення теплових установок та лічильників обліку теплової енергії [1]. Для підвищення ефективності роботи ТЕГ необхідно удосконалювати їхні конструкції. При цьому, математичне моделювання є засобом оптимізації систем термоелектричного перетворення енергії. Відповідно метою роботи є розробка математичної моделі термоелектричного генератора з рідинним теплообмінником.

Роботу системи описували системою рівнянь:

$$\begin{cases} C_h \rho_h V_h \frac{dT_{h \text{ out}}}{dt} = G_h c_h (T_{h \text{ in}} - T_{h \text{ out}}) - \frac{\lambda}{L} \cdot S (T_{h \text{ out}} - T_{c \text{ out}}) - P, \\ C_c \rho_c V_c \frac{dT_{c \text{ out}}}{dt} = G_c c_c (T_{c \text{ in}} - T_{c \text{ out}}) + \frac{\lambda}{L} \cdot S (T_{h \text{ out}} - T_{c \text{ out}}), \\ P = 4 \frac{N^2 \alpha^2 (T_{h \text{ out}} - T_{c \text{ out}})^2}{(r + R_H)} \cdot \left(1 - \frac{r}{r + R_H} \right), \end{cases}$$

де C_h, C_c – теплоємність гарячої і холодної рідин; ρ_h, ρ_c – густина гарячої і холодної рідин; V_h, V_c – об'єми камер радіаторів гарячої і холодної сторін; $T_{h \text{ in}}, T_{c \text{ in}}, T_{h \text{ out}}, T_{c \text{ out}}$ – вхідні та вихідні температури гарячої і холодної рідин; G_h, G_c – витрати гарячої і холодної рідин через радіатори; λ – ефективна теплопровідність ТЕГ; L – товщина ТЕГ; S – площа поверхні ТЕГ; P – електрична потужність ТЕГ.

Дослідження проводили з використанням додатку Simulink середовища Mat Lab. У результаті досліджень показано, що потужність, яка генерується ТЕГ, залежить від витрати рідин в радіаторах холодної та гарячої сторін. Встановлено вплив навантаження на зовнішню характеристику ТЕГ у різних режимах його роботи.

Список використаних джерел

1. *Анатычук Л. И.* Термоэлементы и термоэлектрические устройства: справочник / Л. И. Анатычук. – К. : Наукова думка, 1979 – 385 с.

**ЧИСЛОВЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗЧИНЕННЯ
ПРИМУСОВО СТИСКУВАНОВОГО ГАЗОВОГО ОБ'ЄМУ В РІДИНІ**

Данилюк І. М.¹, асист., к. ф.-м. н., Данилюк А.², асист.

¹Чернівецький національний університет ім. Ю. Федьковича,

²Буковинський державний фінансово-економічний університет

Процес розчинення примусово стискуваного газового об'єму в рідині для випадку, коли конвективні потоки відсутні, описується початковою задачею для рівняння з похідною дробового порядку [1, с. 343]:

$$D_t^1(f(t)p(t)) + ID_t^{1/2}(p(t)-1) = 0, \quad p(0) = 1, \quad (1)$$

де $p(t)$ – безрозмірна концентрація біля границі поділу середовищ, $f(t)$ – закон зміни об'єму, $t \in [0,1]$, $I = const > 0$, $D_t^{1/2}$ – оператор дробового диференціювання Рімана-Ліувіля порядку $1/2$:

$$D_t^{1/2}x(t) = \frac{1}{\Gamma(1/2)} D_t^1 \int_0^t \frac{x(u)}{(t-u)^{1/2}} du.$$

Для (1) побудовано числовий розв'язок на рівномірній сітці із використанням апроксимації зображення дробової похідної порядку $1/2$ функції $x(t)$ за допомогою інтеграла Адамара [2]:

$$D_t^{1/2}x(t_j) = \frac{1}{\Gamma(-1/2)} \int_0^{t_j} \frac{x(u)}{(t-u)^{3/2}} du \approx \frac{t_j^{-1/2}}{\Gamma(-1/2)} \sum_{k=0}^j a_{kj} x_{j-k}.$$

Похибка апроксимації одержаної числової схеми $O(h^{3/2})$.

Список використаних джерел

1. *Бабенко Ю. И.* Метод дробного дифференцирования в прикладных задачах теории тепломассообмена / Ю. И. Бабенко. – СПб. : НПО «Профессионал», 2009. – 584 с.
2. *Fractional Calculus: Models and Numerical Methods / D. Baleanu, K. Diethelm, E. Scalas, J. J. Trujilo.* – World Scientific, 2012. – 426 p.

ДОСЛІДЖЕННЯ ТА РЕГУЛЮВАННЯ ТЕПЛООВОГО НАВАНТАЖЕННЯ КОТЛОАГРЕГАТИВ В ПЕРЕХІДНИХ РЕЖИМАХ

Данченков Я. В., Тарас Б. І., Степанюк Н.

Національний університет водного господарства та природокористування, b.i.taras@nuwm.edu.ua

Відомо, що теплове навантаження теплопостачаючих котельень є змінним: як протягом доби, так і протягом року. При цьому оптимальний ККД котлоагрегату забезпечується при теплових навантаженнях 75-100% від номінального [1]. Таким чином, постає задача забезпечення сталого навантаження теплоагрегату в перехідних режимах.

Оскільки теплове навантаження котлоагрегату визначається температурою та витратою зворотного теплоносія, пропонується введення в схему рециркуляційного трубопроводу та додаткового контуру регулювання температури зворотного теплоносія, що дозволить оптимізувати тепловий режим водогрійного котлоагрегату в перехідних режимах (рис. 1).

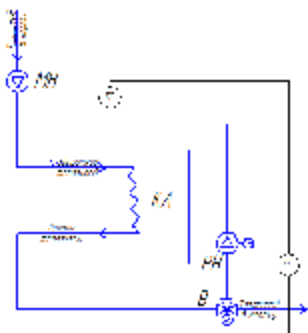


Рис. 1. Схема котлоагрегату з додатковим контуром регулювання температури зворотного теплоносія: МН – мережевий насос, РН – рециркуляційний насос, В – трьохходовий вентиль, КА – котлоагрегат.

Список використаних джерел

1. Соколов Б. А. Котельные установки и их эксплуатация – М. : Академия, 2007. – 432 с.

**АВТОМАТИЗОВАНЕ ПРОЕКТУВАННЯ
СКЛАДУ БЕТОННОЇ СУМІШІ**

**Дворкін Л. Й., проф., д. т. н., Турбал Ю. В., доц., к. ф.-м. н.,
Шах А. К., маг.**

*Національний університет водного господарства та
природокористування, li.dvorkin@nuwm.edu.ua,
turbaly@gmail.com, shakh.anton@gmail.com*

Комп'ютерне матеріалознавство вирішує задачі багатофакторного прогнозування властивостей композиційних матеріалів і визначення оптимальних технологічних умов забезпечення заданих властивостей. Теоретичною базою є системний аналіз з використанням математичних моделей, які відображають об'єктивні зв'язки між різними технологічними параметрами і властивостями. Розв'язання задач комп'ютерного матеріалознавства необхідне передусім для розробки автоматизованих систем керування технологічними процесами, отримання композиційних матеріалів з заданими властивостями, найбільш ефективного використання матеріальних і енергетичних ресурсів. Нами було розроблене програмне забезпечення для розрахунку складу важкого бетону та проведення статистичного контролю, яке дозволяє досягти певного рівня надійності виробництва і однорідності самого бетону.

При підборі складу бетону доцільно використовувати узагальнену залежність міцності бетону, отриману модифікацією відомої розрахункової формули (символьні позначення згідно [1, с. 27]):

$$K_{с\tau}R_{б} = pA_iR_{ц} \left[\frac{Ц + K_{ц,ε}H}{B + V} - 0,5 \right].$$

Список використаних джерел

1. Дворкін Л. Й. Основні задачі комп'ютерного бетонознавства / Л. Й. Дворкін, О. Л. Дворкін, Ю. В. Гарніцький. – Рівне : РДТУ, 1999. – 89 с.

**ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ РУХУ
МОБІЛЬНОГО ДВОЛАНКОВОГО МАНІПУЛЯТОРА**

Демидюк М. В., ст. наук. співроб., к. ф.-м. н.,

Гошовська Н., асп.

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я.С.Підстригача НАН України, demidyuk@iapmm.lviv.ua*

Досліджуємо задачу оптимізації керованого руху (у горизонтальній площині) мобільного дволанкового маніпулятора. Маніпулятор одним кінцем шарнірно закріплений на каретці, яка прямолінійно рухається по горизонтальній площині, на другому кінці (у захваті) розміщено вантаж. Маніпулятор виконує транспортну операцію: за заданий час переносить вантаж із початкового положення у кінцеве. При цьому робоча зона маніпулятора обмежена певною областю. Керування рухом маніпулятора здійснюється за допомогою сили, прикладеної до каретки, та двох моментів сил, прикладених у шарнірах. У рамках побудованої системи рівнянь руху маніпулятора (рівнянь Лагранжа 2-го роду) формулюємо таку задачу оптимального керування. Визначити закон руху маніпулятора та відповідні керування, які за накладених обмежень робочої зони забезпечують виконання транспортної операції з мінімальним значенням квадратичного (за керуванням) функціонала.

Розроблено алгоритм наближеного розв'язання сформульованої задачі, який ґрунтується на параметризації узагальнених координат маніпулятора набором заданих функцій (згідно методу Рітца для варіаційних задач) та використанні процедур нелінійного математичного програмування. Виконання обмежень забезпечуємо методом зовнішніх штрафних функцій. Числові експерименти підтвердили ефективність запропонованої методики. Проведено порівняльний аналіз різних наборів функцій параметризації щодо їх впливу на субоптимальні кінематичні та динамічні характеристики маніпулятора. Розроблені методика та програмний модуль можна використати як елементи САПР маніпуляторів.

**ОПТИМІЗАЦІЯ ЛІНІЙНИХ РОЗМІРІВ СТОПИ
ДВОНОГОГО КРОКУЮЧОГО РОБОТА****Демидюк М. В., ст. наук. співроб., к. ф.-м. н.,****Литвин Б. А., наук. співроб., к. ф.-м. н.***Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, demydyuk@iapmm.lviv.ua*

У рамках побудованої механіко-математичної моделі двоногого крокуючого робота [1] досліджуємо задачу сукупної оптимізації конструктивних параметрів стопи та законів руху робота. Робот переміщається по нерухомій горизонтальній поверхні під дією керуючих моментів сил у шарнірах ніг (вектор \mathbf{M}) та сил реакцій опорної поверхні. На ходу робота накладаємо кінематичні та динамічні умови антропоморфного переміщення нижніх кінцівок та умови симетричності одинарних кроків (заданої довжини та тривалості). Стопу моделюємо дволанковою системою (твердих тіл) з циліндричним шарніром. За оптимізуючі параметри стопи (вектор \mathbf{c}) приймаємо висоту задньої частини (п'ятки), довжину всієї стопи та довжину передньої частини (фаланги пальців).

Формулюємо таку задачу оптимізації. На проміжку подвійного кроку визначити такі $\mathbf{c}^* \in \mathbf{C}$, $\mathbf{M}^*(t)$, які з огляду на рівняння руху робота та накладені обмеження мінімізують заданий функціонал (\mathbf{C} – множина допустимих значень).

Розроблено алгоритм побудови субоптимального розв'язку сформульованої задачі, який ґрунтується на параметризації узагальнених координат робота сімейством згладжувальних кубічних сплайнів, методиці обернених задач динаміки та числових процедурах нелінійного математичного програмування.

Список використаних джерел

1. Демидюк М. В. Параметрична оптимізація ходи двоногого робота / М. В. Демидюк, Б. А. Литвин, Б. М. Голуб // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2005. – 48. – №3. – С. 162-171.

**ПОВЕДІНКА РЕЧОВИНИ В ПОСТІЙНОМУ
МАГНІТНОМУ ПОЛІ**

Демченко В. Л., наук. співроб., к. ф.-м. н.

*Інститут хімії високомолекулярних сполук НАН України,
dvaleriy@ukr.net*

Відомо, що ізольовані магнітні полюси в природі не виявлені, вони завжди існують парами. Один із них називають «північним», а другий – «південним», пара полюсів називається «диполем». Магнітний дипольний момент диполя визначають як:

$$m = md ,$$

де d – вектор, проведений із північного до південного полюса; m – сила полюса.

Мікроскопічна (атомна) теорія зазначає, що магнітний дипольний момент, який виникає у матеріалах, зумовлюється такими рухами заряджених частинок в атомах:

- орбітальним рухом електронів навколо ядер;
- спіном електронів, тобто обертанням електронів навколо власної осі;
- спіном ядер, зумовленим наявністю спінів протонів і нейтронів.

Якщо помістити речовину в магнітне поле напруженістю H , то вона намагнічуватиметься, тобто в речовині виникатиме результуючий магнітний момент, який складається з окремих магнітних моментів заряджених частинок. Магнітний стан речовини характеризується величиною результуючого магнітного моменту, віднесеного до одиниці об'єму, до одиниці маси або до грам-атома речовини. Мірою намагнічення речовини є намагніченість I (результуючий магнітний момент одиниці об'єму), що дорівнює магнітному моменту M одиниці об'єму речовини:

$$I = \frac{M}{V} ,$$

де $M = \sum m_i$ – сумарний магнітний момент.

Між намагніченістю і зовнішнім магнітним полем існує зв'язок:

$$I = cH ,$$

де c – об'ємна магнітна сприйнятливість.

СПРОЩЕНА МОДЕЛЬ ПОДІЄ-КЕРОВАНОЇ АРХІТЕКТУРИ ПРОСТОЇ ОБРОБКИ ПОДІЙ

Денежко С. А., Поліновський В. В.

ВМУРол «Україна», sa_denegko@mail.ru

В основі створення подіє-керованої архітектури (ПКА) лежить уявлення про набір основних компонентів (фаз), які певним чином реагують на різні події.

Для того щоб, створити нову структуру управління подіє – керованої архітектури можна скористатися програмою PNEditor, яка являє собою спеціальну моделюючу систему використовуючи мову мереж Петрі для опису моделей.

Послідовність простої (класичної) обробки подій виглядає наступним чином: спочатку подія SOA поступає у генератор подій, генератор подій передає подію у канал подій, далі канал подій запитів приймає подію та передає подію в обробку подій, далі подія передається у канал відповідей і знову поступає у канал подій запитів, канал подій запитів приймає подію та знову передає її в обробку, останній крок в в простій обробці подій управління цією подією.

Мережа Петрі C є четвіркою: $C = \{P, T, I, O\}$, де $P = \{p_1, p_2, \dots, p_n\}$ – безліч позицій, $n > 0$, $T = \{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ – безліч переходів, $m > 0$, таких, що $P \cap T = \emptyset$, $P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$; $T = \{t_1, t_2\}$; $I(t_1) = \{p_1, p_3\}$; $I(t_2) = \{p_2\}$; $O(t_1) = \{p_2\}$; $O(t_2) = \{p_3, p_4\}$.

Висновок. Як дослідницьке завдання авторами була визначена спроба змоделювати просту (класичну) обробку процесу подій у ПКА. Дана задача потребує подальших досліджень.

Список використаних джерел

1. Денежко С. А. Предприятие реального времени с использованием принципов EDA и SOA / С. А. Денежко, В. В. Полиновский // Теория, методология и концепция модернизации в экономике, управлении проектами, политологии, педагогике, психологии, праве, природопользовании, медицине, философии, филологии, социологии, математике, технике, физике: сборник научных статей. – СПб. : Изд-во «КультИнформПресс», 2013 – С. 148-151.
2. Koschmider A. Ontology Based Business Process Description / Agnes Koschmider, Andreas Oberweis. // Proceedings of the CAiSE, 2005. – P. 321-333.

**ВИКОРИСТАННЯ ОПТИМІЗАЦІЙНИХ МОДЕЛЕЙ
ДЛЯ РОЗРОБКИ ЕФЕКТИВНИХ МЕТОДІВ
УПРАВЛІННЯ ПІДПРИЄМСТВАМИ МАЛОГО БІЗНЕСУ**

Добуляк Л. П., к. е. н., асист., Костенко С. Б., к. ф.-м. н., доц.

Львівський національний університет імені Івана Франка,

lucanlesia@gmail.com

Більшість підприємств малого бізнесу є або торгівельними, або виробничими, або такими, що поєднують виробничу і торгівельну функції. Це зумовлено тим, що однією з основних функцій малого бізнесу є насичення ринку потрібними споживачам товарами та послугами (їх виробництво та реалізація).

Під час аналізу факторів, що впливають на функціонування малих підприємств на мікроекономічному рівні, виявлено наступне: основною метою діяльності будь-якого підприємства є отримання максимального прибутку (фактор 1); будь-яке підприємство стикається з проблемою недостачі фінансових ресурсів, таким чином, ефективний розподіл власних або отриманих у кредит коштів може забезпечити успішне функціонування підприємства та просування його на ринку (фактор 2); для виробничого підприємства надзвичайно важливим є оптимально розподілити наявних ресурси (фактор 3); виробничому підприємству завжди потрібно випускати таку продукцію, яка користується попитом у споживачів і, таким чином, задовольняти їхні мінливі потреби (фактор 4); торгівельному підприємству також потрібно задовольняти потреби споживачів, тобто пропонувати продукцію високої якості (фактор 5); для торгівельного підприємства важливо раціонально розподіляти замовлення між постачальниками (фактор 6).

З огляду на зазначені фактори, нами запропоновані методи прийняття оптимальних рішень для виробничих та торгівельних малих підприємницьких структур, які були реалізовані за допомогою чотирьох оптимізаційних моделей.

**ПСЕВДОДИФЕРЕНЦІАЛЬНА БАГАТОТОЧКОВА
НЕЛОКАЛЬНА ЗАДАЧА**

Дрінь М., доц., к. ф.-м. н., Дрінь Я. М., доц., к. ф.-м. н.

Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,

drin_jaroslav@i.ua

У шарі $\Pi_T \equiv (0, T) \times \mathbb{R}^n$ розглянемо крайову задачу:

$$\mathbb{I}_1 u(t, x) + Au(t, x) = f(t, x), \quad \mathbb{m}u(0, x) = \sum_{k=1}^m \mathbf{n}_k B_k u(t_k, x) + \mathbf{j}(x), \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad (1)$$

де $T > 0$, $\mathbf{m} > 1$, $0 < t_1 < \dots < t_m = T$, $0 < \mathbf{n}_1 < \dots < \mathbf{n}_m < 1$ – числові параметри,

A – ПДО з символом $a(\mathbf{s}) \equiv \sum_{p=0}^m a_p(\mathbf{s})$, $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^n$, де $a_p(\mathbf{s})$ є однорідними

функціями порядку g_p , $g_1 < \dots < g_m < g_0$; b_k – ПДО з символами $b_k(\mathbf{s})$, $\mathbf{s} \in \mathbb{R}^n$, однорідними порядку b_k , $1 \leq k \leq m$, $b_1 < b_2 < \dots < b_m$; f, \mathbf{j} – відомі функції. Для даних задачі (1) умови сформульовані в [1], де розглянута двоточкова задача без ПДО в умові (2).

Аналогічно, як в [1], знайдена формула для розв’язку задачі (1) у вигляді суми згортки даних задачі з ядрами, які явно виписуються і для яких доведені степеневі оцінки. Для обґрунтування формул використовуються результати праці [2].

Список використаних джерел

1. *Дрінь Я. М.* Нелокальна задача Діріхле для параболічних псевдодиференціальних рівнянь з негладкими символами / Я. М. Дрінь / Буковинський математичний журнал. – 2014. – Т. 2, № 2–3. – С. 72-81.
2. *Eidelman S. D.* Analytic methods in the theory of differential and pseudodifferential equations of parabolic type / S. D. Eidelman, S. D. Ivasyshen, A. A. Kochubei. – Basel-Boston-Berlin : Bizkhaser Verlag, 2004. – 390 p.

**ЗАДАЧА КОШІ ДЛЯ МОДЕЛЬНОГО РІВНЯННЯ
ФРАКТАЛЬНОЇ ДИФУЗІЇ З ВІДХИЛЕННЯМ АРГУМЕНТА**

Дрінь С.¹, к. ф.-м. н., Дрінь Я. М.², доц., к. ф.-м. н.

¹Національний університет «Києво-Могилянська академія»,

²Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,

drin_jaroslav@i.ua

У шарі $\Pi_T \equiv (0, T) \times \mathbb{R}^1$ розглянемо задачу:

$$D_t^\alpha u(t, x) = a^2 \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} + f(t, x, u(t-h, x)), \quad t > h, \quad x \in \mathbb{R}^1, \quad (1)$$

$$u(t, x)|_{0 \leq t \leq h} = u_0(t, x), \quad x \in \mathbb{R}^1, \quad (2)$$

де $D_t^\alpha u(t, x) \equiv \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \left[\frac{d}{dt} \int_h^t \frac{u(\tau, x) d\tau}{(t-\tau)^2} - (t-h)^{-\alpha} u_0(h, x) \right]$ – регуляризована

дробова похідна Рімана-Ліувілля порядку $\alpha \in (0, 1)$, $t > h$, $x \in \mathbb{R}^1$.

Для даних задачі (1), (2) умови сформульовані в [1], де розглянута задача Коші для рівняння (1) без відхилення аргумента.

Методом кроків із допомогою перетворення Фур'є функції Міттаг-Леффлера (так як в [1, 2, 3]) знаходимо розв'язок задачі (1), (2), розв'язуючи спочатку відповідне інтегральне рівняння [1, с. 185].

Список використаних джерел

1. *Матійчук М. І.* Параболічні та еліптичні задачі у просторах Діні: монографія / М. І. Матійчук. – Чернівці, 2010. – 248 с.
2. *Eidelman S. D.* Analytic methods in the theory of differential and pseudodifferential equations of parabolic type / S. D. Eidelman, S. D. Ivasyshen, A. A. Kochubei. – Basel-Boston-Berlin : Birkhauser Verlag, 2004. – 390 p.
3. *Эльсгольц Л. Э.* Введение в теорию дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом / Эльсгольц Л. Э., Норкин С. Б. – М. : Наука, 1971. – 293 с.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ
ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ У КУСКОВО-ОДНОРІДНИХ
ТЕРМОЧУТЛИВИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

Журавчак Л. М.¹, ст. н. с., д. т. н., Крук О.², асп.

¹*Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С.І. Субботіна*

НАН України, lzhuravchak@ukr.net

²*Національний університет «Львівська політехніка»,*

olena0306@gmail.com

При моделюванні стаціонарних процесів теплопровідності у просторових кусково-однорідних обмежених об'єктах неканонічної форми враховано степеневу та експоненційну залежності коефіцієнтів теплопровідності матеріалів зон від температури, умови ідеального теплового контакту на межі поділу середовищ, змішані (першого, другого й третього роду) крайові умови та дію внутрішніх (плоских і об'ємних) джерел тепла. За допомогою перетворення Кірхгофа здійснено лінеаризацію системи вихідних рівнянь крайової задачі, при цьому гранична умова третього роду та перша з умов контакту (рівність температур) залишаються нелінійними. З використанням непрямих методів граничних (НМГЕ) та приграничних (НМПГЕ) елементів для змінних Кірхгофа побудовано інтегральні зображення розв'язків отриманої системи рівнянь Лапласа та дискретно-континуальну модель для знаходження інтенсивностей невідомих джерел, введених у граничних та приграничних елементах і апроксимованих постійними. Останню зведено до системи нелінійних алгебраїчних рівнянь, утвореної внаслідок задоволення в локаційному сенсі крайових умов та умов ідеального теплового контакту на межі поділу середовищ, її розв'язано модифікованим методом Ньютона. Результати комп'ютерного моделювання дозволили виявити особливості, що виникають при застосуванні НМГЕ та НМПГЕ, зокрема продемонстрували більшу ефективність останнього щодо точності розрахунків значень температури і теплового потоку поблизу і на межі контакту середовищ, а також поблизу й на межі тіла.

РЕГУЛЯРНИЙ МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ З ТОЧКАМИ СПОСТЕРЕЖЕННЯ ВСЕРЕДИНІ ОБЛАСТІ

Євдокимов Д. В., ст. викл.

*Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара,
devd@ukr.net*

Наявність сингулярності в класичних інтегральних рівняннях теорії потенціалу викликає певні труднощі при реалізації чисельних алгоритмів теорії потенціалу. З метою подолання зазначених труднощів були запропоновані так звані регулярні граничні інтегральні рівняння з розташуванням точки спостереження поза областю розв'язку чи в області розв'язку. Розглянемо другий випадок на прикладі крайових задач для плоского рівняння Лапласа, згідно теорії потенціалу:

$$u(X_0) = \int_{\Gamma} u(X) \frac{\partial j(X, X_0)}{\partial n} dS(X) - \int_{\Gamma} \frac{\partial u(X)}{\partial n} j(X, X_0) dS(X), \quad (1)$$

де j_0 – фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа. Виберемо на межі Γ точку X' виберемо на нормалі на відстані h від точки X' точку спостереження X_0 . В точці X_0 співвідношення (1) можна будь-яке число разів диференціювати по координатах точки X_0 , як по параметрах. Тоді можна побудувати розклад функції u в ряд Тейлора вздовж нормалі в околі точки X_0 ($x=h$ в точці X'):

$$u(X') = u(X_0) - h \frac{\partial u}{\partial n}(X_0) + \frac{h^2}{2!} \frac{\partial^2 u}{\partial n^2}(X_0) + \dots + (-1)^k \frac{h^k}{k!} \frac{\partial^k u}{\partial n^k}(X_0) + \dots \quad (2)$$

Аналогічно:

$$\frac{\partial u}{\partial x}(X') = - \frac{\partial u}{\partial n}(X_0) + h \frac{\partial^2 u}{\partial n^2}(X_0) + \dots + (-1)^k \frac{h^{k-1}}{(k-1)!} \frac{\partial^k u}{\partial n^k}(X_0) + \dots \quad (3)$$

Після підстановки похідних, отриманих з (1), (2) та (3) можна розглядати як граничні інтегральні рівняння, які завжди є рівняннями другого роду. Тестові розрахунки показали також більш високу точність запропонованого підходу.

**ДИНАМІКА ВЗАЄМОДІЇ РОЗРИВНОЇ ХВИЛІ
З КЛИНОПОДІБНИМ ПРУЖНИМ ШАРОМ
ПРИ УМОВАХ МОЖЛИВОГО ПРОКОВЗУВАННЯ
МІЖ ГРАНИЧНИМИ ПЛОЩИНАМИ**

Заєць Ю. О., асист.

Національний транспортний університет, yuzaets@gmail.com

Явище удару і спровокований їм ефект розповсюдження ударних (розривних) хвиль в деформівних середовищах широко зустрічаються в природі і техніці. Так, виражений ударний характер мають динамічні процеси, які виникають в наслідок дії сейсмічних хвиль. Оскільки механізм землетрусів включає процес розповсюдження пружних поздовжніх та поперечних хвиль деформації, то перед рухомою поверхнею фронту хвилі середовище знаходиться в незбудженому стані, та за цією поверхнею функції деформацій та напружень мають скінченні значення, а безпосередньо на поверхні мають розриви неперервності.

Ефективними виявляються підходи зниження рівня ризику руйнувань під час землетрусів за рахунок вивчення неоднорідностей тектонічних структур. В результаті перетворення сейсмічних хвиль на неоднорідностях тектонічних порід може змінюватись не лише їх поляризація і геометрія фронтів, а й зменшуватись або збільшуватись їх інтенсивність.

В даній роботі на основі умови збереження імпульсу та нерозривності швидкостей частинок [1] виконано дослідження явища поширення розривної хвилі під час її проходження клиноподібного шару. Зокрема, представлені результати зміни інтенсивності хвилі при рівності нулю дотичних напружень на першій площині контакту двох середовищ.

Список використаних джерел

1. Подильчук Ю. Н. Лучевые методы в теории распространения и рассеяния волн / Ю. Н. Подильчук, Ю. К. Рубцов. – К.: Наукова думка, 1988. – 220 с.

КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РЕКТИФІКАЦІЙНОЇ КОЛОНИ ЯК ОБ'ЄКТА УПРАВЛІННЯ

Іванчук В. В., асп., Древецький В. В., проф., д. т. н.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, ivanchuk.v@mail.ru*

Головним показником роботи процесу брагоректифікації (БРУ) є задана концентрація і чистота вихідної продукції з ректифікаційної колони. Основним чинником, що визначає концентрацію пастеризованого спирту, є флегмове число. Оптимальне флегмове число визначається на підставі техніко-економічних розрахунків [1].

За допомогою програмного середовища ChemCAD, було створено модель визначення та регулювання флегмового числа ректифікаційної колони та її впливу на концентрацію і кількісний склад домішок вихідної продукції. Проведено дослідження і встановлено, що при отриманні спирту концентрацією 96,2% об. оптимальне флегмове число коливається в межах 3.5 ± 0.5 , якщо колона працює при атмосферному тиску.

Аналізуючи отримані результати, можна зробити висновок, що при граничних значеннях флегмового числа ректифікаційної колони спостерігається погіршення якості вихідної продукції, тобто спирту-ректифікату, зменшення продуктивності колони і збільшення витрати енергетичних носіїв, що вимагає колони. Тому, з метою отримання спирту-ректифікату поліпшеної якості, необхідно вести систематичний контроль за кількісними показниками домішок вихідної продукції на певних етапах ректифікації і здійснювати автоматичну стабілізацію флегмового числа.

Список використаних джерел

1. *Іванчук В. В.* Автоматизована система управління брагоректифікаційною установкою непрямої дії / В. В. Іванчук, В. М. Кутя. – К. : Наукові праці НУХТ, 2013. – С. 14-18.

**ПОБУДОВА ЯДЕР ІНТЕГРАЛЬНОГО РЯДУ ВОЛЬТЕРРИ НА
ОСНОВІ МЕТОДУ АПРОКСИМАЦІЇ ФІГУРОЮ ОБЕРТАННЯ**

Іванюк В. А., к. т. н., Понеділок В. В., асп.

КПНУ ім. Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський,

wivanyuk@gmail.com, ponedilok@gmail.com

Застосування інтегральних рядів Вольтерри [1] при дослідженні нелінійних динамічних систем має такі позитивні властивості, як зручність та компактність математичного опису; високий рівень універсальності; достатньо високу стійкість методів числової реалізації.

Основною проблемою при застосуванні інтегральних рядів Вольтерри є складність процесу побудови ядер Вольтерри [2]:

$$K_1(s) = \frac{1}{A} \frac{df(s)}{ds}, \dots, K_p(s_1, \dots, s_p) = \frac{1}{p! A^p} \frac{\partial^p f_p(s_1, \dots, s_p)}{\partial s_1 \dots \partial s_p}$$

на основі отриманих експериментальних залежностей $f_m(s_1, \dots, s_m)$, де $K_m(s_1, \dots, s_m)$ – m -те ядро ряду Вольтерри.

Пропонується метод отримання ядер Вольтерри на основі апроксимаційного подання похідних функцій $f(s) = e^{a_k s^k + a_{k-1} s^{k-1} + \dots + a_1 s + a_0}$, ..., $f(s_1, \dots, s_p) = e^{P(s_1, \dots, s_p)}$ ($P(s_1, \dots, s_p)$ – поліном k -го степеня відносно s_1, \dots, s_p) в аналітичному вигляді.

Список використаних джерел

1. Пупков К. А. Функциональные ряды в теории нелинейных систем / К. А. Пупков, В. И. Капалин, А. С. Ющенко. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1976. – 448 с.
2. Іванюк В. А. Комп'ютерна реалізація детермінованого способу ідентифікації інтегральних моделей нелінійних динамічних об'єктів / В. А. Іванюк, В. В. Понеділок, В. А. Грищук // Математичне та комп'ютерне моделювання. Сер.: Технічні науки. – 2014. – Вип. 10. – С. 59-67.

**АЛГОРИТМ РЕМЕЗОВОГО ТИПУ
НАЙКРАЩОГО НАБЛИЖЕННЯ ФУНКЦІЙ
ЕЛЕМЕНТАМИ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИХ КЛАСІВ**

Іващук Я. Г., ст. викл., к. ф.-м. н.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, zrsd@i.ua*

Розглядається задача найкращого рівномірного наближення функцій простору $C[a, b]$ елементами $F(x, c_1, c_2, \mathbf{K}, c_n)$ нелінійного інтерполяційного класу F , що є неперервними по змінній x і неперервно-диференційовними по параметрах $c_j, j = \overline{1, n}$.

Алгоритм ремезового типу найкращого рівномірного наближення, на відміну від алгоритму Ремеза, складається з одного ітераційного циклу, де на кожному кроці ітерації ми змінюємо множину з $n+1$ точок, і базується на поєднанні ідеї параметричного методу Бернштейна з диференційовністю по Гато оператора найкращого наближення $P: C[a, b] \rightarrow F$ [1]. Доведено його лінійну та, при певних обмеженнях, квадратичну збіжність [1]. Перевагами даного алгоритму є його швидкодія і те, що стартовий елемент $F(x, c)$ не обов'язково брати таким, щоб виконувалася умова альтернансу.

Список використаних джерел

1. *Іващук Я. Г.* Оцінки збіжності алгоритму ремезового типу для інтерполяційних класів / Я. Г. Іващук // Збірник праць Інституту математики НАН України. Т. 10, № 1: Теорія наближень функцій та суміжні питання. – Київ : Ін-т математики НАН України, – 2013. – С. 126-132.

**ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ ОБЧИСЛЕННЯ ЕКСПОНЕНТ
ГЕЛЬДЕРА В ЗАДАЧАХ РЕКОНСТРУКЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ**

Ізонін І. В., асп.

*Національний університет «Львівська політехніка»,
overdraft@mail.ru*

Степінь нерегулярності функції інтенсивності (ФІ) зображення може бути описаний за допомогою локального показника гладкості функції (експоненти Гельдера), який надає багато інформації щодо локального розподілу значень ФІ зображення в околі кожної точки. Точність його оцінки великою мірою впливає на подальшу обробку зображень, що зумовлює задачу вибору оптимального методу обчислення самого показника. Визначення експонент Гельдера на основі методу моментів є статистичним, оскільки базується на усередненні моментів визначених наперед борелівських мір (наприклад ємностей Шоке). Завдяки операції усереднення просторова локалізація показників втрачається. Метод ММВП [1, 243] базується на поєднанні теорії вейвлетів та мультифрактального аналізу і дозволяє аналізувати широкий клас сингулярностей. А алгоритм «вейвлет-лідер» характеризується високою точністю обчислень. Проте алгоритмічна складність обчислень накладає обмеження на використання цих методів. Метод на основі ємностей Шоке [2] демонструє точні результати визначення експонент Гельдера, а також дозволяє відносно просто здійснити реконструкцію зображень за спектром сингулярностей, що є прийнятним варіантом для реалізації в сучасних системах технічного зору реального часу.

Список використаних джерел

1. *Mallat St. A wavelet tour of signal processing / St. Mallat. – Academ. Press, 2008. – 832 p.*
3. Мультифрактальная сегментация данных дистанционного зондирования / Н. Г. Макаренко, О. А. Круглун, И. Н. Макаренко, Л. М. Каримова // Исследования Земли и Космоса. – 2008. – № 3. – С. 18.

**ДВОПЕРІОДИЧНА ЗАДАЧА ПРО ПЛАСТИЧНЕ
ВІДШАРОВУВАННЯ ЖОРСТКОГО ВОЛОКНА
РОМБІЧНОГО ПЕРЕРІЗУ**

Каплун А. В., проф., д. пед. н., Крива Н. Р., ст. викл.,

Цимбалюк Л. І., доц., к. ф.-м. н.

Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя,

mmethod@tu.edu.te.ua

Знайдено чисельно-аналітичний розв'язок антиплоскої задачі для ідеально пружно-пластичного тіла із двоперіодичною системою жорстких волокон ромбічного перерізу:

$$\frac{|y + 2nb|}{h} + \frac{|x + 2nb|}{l} \leq 1, \quad -\infty < z < +\infty,$$

де $2a$ і $2b$ – відстані між центрами волокон у горизонтальному і вертикальному напрямках; $2h$ і $2l$ – довжини горизонтальної та вертикальної діагоналей перерізу волокна. Навантаження задано напруженням у вершинах прямокутника-періода $\tau_{yz}(\pm a, \pm b) = \tau_0$, $\tau_{xz}(\pm a, \pm b) = 0$. Матеріал основного тіла ідеально пружно-пластичний, однорідний та ізотропний.

Досліджено розвиток міжфазних пластичних шарів, що починаються від вершин включень і розвиваються вздовж їх поверхонь. Визначено напружено деформований стан тіла поза включеннями, довжини міжфазних пластичних смуг, як функції величини навантаження. Для довільних геометричних співвідношень волокна і періоду задачі отримано формули для ефективного модуля зсуву тіла у пружній та пружно-пластичній постановках задачі. Досліджено вплив пластичного відшаровування на ефективний модуль зсуву. Показано, що пластичне відшаровування знижує величину ефективного модуля зсуву.

**ЧИСЛОВІ МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ
МОДЕЛЮВАННЯ ПОВІЛЬНОГО РУХУ РІДИН
У ВОДОЙМАХ ЗА УМОВ КЕРУВАННЯ**

Каштан С. С., к. т. н., доц.; Бойчура М. В., студ.

*Рівненський державний гуманітарний університет,
as024@ua.fm, IXZeusXI@gmail.com*

У роботі досліджуються процеси повільного руху рідин при наявності кількох джерел поперечних збурень в областях (водоймах), обмежених лініями течії та еквіпотенціальними лініями. Крім цього, розглядаються збурення породжені лінійними джерелами, а також нелінійні збурення коефіцієнта провідності та збурення окремих ділянок границі області [1, 2]. Розв'язана проблема обернення крайових задач на квазіконформні відображення у випадку $n \geq 3$ (n – кількість еквіпотенціальних ліній границі середовища, що обмежують многозв'язну область). В залежності від значення потенціалу на додаткових еквіпотенціальних лініях, можливі різні випадки формування течії у фізичній області, а, отже, побудови області квазікомплексного потенціалу [1].

В якості прикладу проведено розрахунки на побудову гідродинамічної сітки руху, знаходження витрат та інших характеристик вододійми-охолоджувача Хмельницької АЕС з врахуванням трьох додаткових ділянок збурення границі (випадок руху рідини від ділянки M_1N_1 до N_2M_2 , від AB до N_2M_2 та CD , від M_3N_3 до DC при умовах $j_* < j_0 < j_{00} < j^0 < j^*$ та рівності витрат в підобластях, утворених течіями між AB і N_2M_2 та між M_3N_3 і DC). Відповідну фізичну область $G_z = ABM_1N_1M_2N_2M_3N_3CD$ ($z = x + iy$) зображено на рис. 1, де $AB = \{z: y = -1.077x + 600.615\}$, $CD = \{z: y = 0.375x + 330.625\}$,

$$BM_1N_1M_2N_2M_3N_3C = \left\{ (x, y): y_j = \sum_{i=0}^m p_{1ij} x^i \right\}, \quad AD = \left\{ (x, y): y_j = \sum_{i=0}^m p_{2ij} x^i \right\};$$

$$j|_{AB} = j^*, \quad j|_{CD} = j^*, \quad j|_{M_1N_1} = j_0, \quad j|_{M_2N_2} = j^0, \quad j|_{M_3N_3} = j_{00}, \quad \mathcal{U}|_{AD} = 0,$$

$y|_{N_3C} = Q_* + Q_0 - Q^0 + Q_{00}, \quad y|_{N_2M_3} = Q_* + Q_0 - Q^0, \quad y|_{N_1M_2} = Q_* + Q_0,$
 $y|_{BM_1} = Q_* = Q^* ; Q_*, Q_0, Q_{00} - \text{ потоки, що входить в область } G_z \text{ через}$
 ділянку AB, M_1N_1, M_3N_3 відповідно, $Q^0 - \text{ потік, що виходить із неї}$
 через $M_2N_2, Q^* - \text{ сумарний потік, що виходить з області через } CD$.

Наближений розв'язок поставленої задачі отримано за допомогою розробленого програмного додатку, побудованого на основі алгоритму [1], який ґрунтується на почерговій параметризації величин конформних інваріантів, граничних і внутрішніх вузлів сіткової області G_z^g з використанням ідей методу блочної ітерації [1, 2].

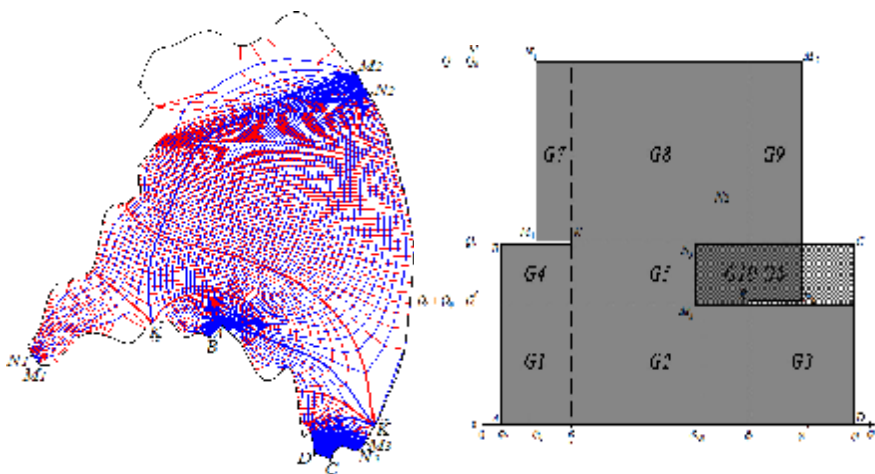


Рис. 1. Гідродинамічна сітка руху та область квазікомплексного потенціалу

Список використаних джерел

1. Методи комплексного аналізу: монографія / А. Я. Бомба, С. С. Каштан, Д. О. Пригорницький, С. В. Ярошак. – Рівне: НУВГП, 2013. – 415 с.
2. Бомба А. Я. Нелінійні обернення крайових задач на конформні відображення з потенціалом керування / А. Я. Бомба, С. С. Каштан // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2002. – 45, №3. – С. 69-76.

ВИКОРИСТАННЯ РІЗНИХ ФОРМ НАВЧАННЯ НА ЛАБОРАТОРНО-ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТТЯХ З ПРОГРАМУВАННЯ

Кирик Т. А., ст. викл.

Рівненський державний гуманітарний університет,

tanya.kyryk@gmail.com

При ознайомленні студентів з новою темою у програмуванні найбільш прийнятна фронтальна форма навчання, під час якої студенти отримують однакові чи подібні завдання і працюють в одному темпі під керівництвом викладача [2]. Успішно виконане завдання мотивує до продовження вивчення теми. Індивідуальна форма навчання використовується для набуття наступного досвіду у програмуванні, практичних вмінь на навичок при створенні програм за індивідуальними завданнями. Гарні результати показує організація навчання у груповій та парній формах [1].

Парне навчання при вивченні програмування застосовує одну з методик гнучкого процесу розробки програмного забезпечення (екстремального програмування). Кожен з учасників пари залучений у процес виконання завдання. При створенні пари важливо врахувати рівень підготовки її учасників. На заняттях можна застосовувати різні техніки парного програмування, які добре зарекомендували себе (пінг-понг, ротація пар). Ротація пар важлива як для підвищення рівня кваліфікації, так і мотивації студентів.

Список використаних джерел

1. IT и психология. Человеческий фактор в парном программировании: почему многие не получают желаемого от его внедрения? [Електронний ресурс] / А. Новичков, Г. Карабанова, А. Шамрай. – Режим доступу: http://agilerussia.ru/methodologies/human_factor_novichkov.
2. Семеріков С. О. Фундаменталізація навчання інформатичних дисциплін у вищій школі : монографія / С. О. Семеріков. – Кривий Ріг : Мінерал; К. : НПУ ім. М. П. Драгоманова, 2009. – 340 с.

МОДЕЛЮВАННЯ ЧАСТОТНО-КЕРОВАНОГО ЕЛЕКТРОПРИ- ВОДУ СИСТЕМИ ВОДОПОСТАЧАННЯ

Кінчур О. Ф., ст. викл.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, kinchur@ua.fm*

Для створення моделі системи «керований електропривод насосу – водопровідна мережа» пропонується використати об'єктно-орієнтований підхід, відповідно до якого система розбивається на окремі елементи: мережа живлення, перетворювач частоти, асинхронний двигун з к. з. ротором, насос, водопровідна мережа.

Модель мережі з перетворювачем частоти представлено керованим джерелом живлення, що дозволяє збільшити швидкодію моделі для задач в яких немає необхідності враховувати процеси в самому перетворювачі частоти, гармонічний склад напруги живлення асинхронного двигуна чи несиметрію напруги мережі.

Математична модель насосу базується на використанні напірно-витратної характеристики, апроксимованої виразом:

$$H_n(t) = av^2(t) + bv(t)Q(t) + cQ^2(t),$$

де $H_n(t)$ – напір на виході насоса, $v(t)$ – відносна швидкість обертання, $Q(t)$ – витрата, a , b , c – коефіцієнти апроксимації.

Для моделювання гідравлічної мережі використано модель, відповідно до якої рівняння витрати та напору для ділянки трубопроводу мають вигляд:

$$\frac{dQ_1(t)}{dt} = \frac{1}{l_1}(H_1(t) - H_2(t) - r_1 Q_1^2(t)), \quad \frac{dH_2(t)}{dt} = C_1(Q_1(t) - Q_2(t)),$$

де $H_1(t)$, $H_2(t)$ – напір на вході і на виході ділянки трубопроводу; $Q_1(t)$, $Q_2(t)$ – витрата на сусідніх ділянках трубопроводу; r_1 – гідравлічний опір ділянки гідро мережі; $l_1 = l_{01}/(Sg)$, де l_{01} , S – довжина та площа поперечного перерізу трубопроводу.

**ПРО ДЕЯКІ СИСТЕМИ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ
З ЧАСТИННИМИ ПОХІДНИМИ ТА МЕТОДИ ЇХ РОЗВ'ЯЗАННЯ**

Клен І. В., к. ф.-м. н.

Національний технічний університет України «КПІ»

Розглянемо нелінійну систему диференціальних рівнянь – узагальнену систему Коші-Рімана [1], яка визначає узагальнену аналітичну функцію – p -аналітичну функцію ($p = p(x, y) > 0$) комплексної змінної $z = x + iy$. До цієї системи зводиться неоднорідна система Коші-Рімана [2] методом заміни змінних. Розв'язання широкого класу задач для цієї системи приводить до необхідності розв'язання крайових задач p -аналітичних функцій, зокрема для конкретних характеристик $p = p(x, y)$, в тому числі для $p = x^k$ ($k = \text{const} > 0$). Вигляд характеристики вказує на особливість узагальненої аналітичної функції. Узагальнена однорідна система Коші-Рімана (нелінійна) була розглянута в свій час Г. М. Положієм [1] і ним же розроблена загальна теорія узагальнених аналітичних функцій (p -аналітичних та (p, q) -аналітичних функцій) з конкретними характеристиками $p = p(x, y)$, зокрема з $p = x^k$ ($k = \text{const} > 0$) і з застосуваннями до задач механіки [3]. Неоднорідна система Коші-Рімана була розглянута І.Н. Векуа [2], ним же створені методи розв'язання еліптичних рівнянь. В цих теоріях стоїть застосування апарата аналітичних функцій і методів розв'язання крайових задач стосовно теорії узагальнених функцій, що задовольняють вказаним системам Коші-Рімана. Наш підхід полягає в зведенні системи диференціаль-

них рівнянь з багатьма змінними і невідомими функціями за допомогою заміни змінних і афінних перетворень до узагальненої системи Коші-Рімана (нелінійної) і до узагальненої неоднорідної системи Коші-Рімана.

У роботі доведено наступні теореми: розв'язок системи диференціальних рівнянь з багатьма змінними та функціями (в тому числі з частинними похідними) в довільній області представляється у вигляді інтегрального зображення узагальненої аналітичної функції з характеристикою $p = p(x, y) = p(z)$; розв'язок системи рівнянь еліптичного типу в довільній області (замкнутій або необмеженій), обмеженій гладким контуром, на якому аналітична функція приймає граничне значення, і відрізком уявної осі, записується у вигляді узагальненої аналітичної функції через граничні значення, що має вигляд інтегрального зображення з характеристикою $p = p(x, y)$.

Список використаних джерел

1. *Положий Г. Н.* Теория и применение p -аналитических и (p, q) -аналитических функций / Г. Н. Положий. – К., 1973. – 424 с.
2. *Векуа И. Н.* Обобщенные аналитические функции / И. Н. Векуа. – М. : Наука, 1988. – 512 с.
3. *Лаврентьев М. А.* Методы теории функций комплексного переменного / М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабат. – М. : Наука, 1987. – 688 с.

**АНАЛІЗ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИМІРЮВАНЬ
ОКТАНОВОГО ЧИСЛА БЕНЗИНІВ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ
ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ**

Клепач М. М.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, klepachmm@ukr.net*

Однією із найважливіших характеристик якості автомобільних бензинів є їх детонаційна стійкість, яку характеризують октановим числом (ОЧ). Стандартні методи визначення ОЧ пов'язані з такими труднощами як, потреба відбору проб, спалювання дослідного зразка, тривалість вимірювань, а також, складність конструкції та експлуатації дослідної установки. Тому розробка та дослідження альтернативних методів визначення детонаційної стійкості бензинів є актуальними.

Октанове число бензину залежить від його групового складу. Водночас, параметром, що характеризує склад та структуру нафтопродукту є його густина. Для реалізації методу визначення ОЧ за густиною автомобільного бензину використано технології штучних нейронних мереж (ШНМ). Моделювання, навчання і тестування мережі проведено в середовищі MatLab. Оцінка ефективності роботи ШНМ здійснювалась за результатами порівнянь значень ОЧ визначених за допомогою нейромережі зі значеннями отриманими стандартним методом. У відповідності з рекомендаціями ISO проведено оцінку невизначеності результатів вимірювань. Проаналізовано стандартні невизначеності вимірювань величин, що впливають на сумарну невизначеність оцінки ОЧ. При вимірюванні густини палива ареометром невизначеність зумовлена похибкою приладу $u(\rho)$, впливом утвореного меніска $u(men)$ та невизначеністю вимірювання температури $u(t)$. Враховано також невизначеності значень ОЧ отриманих стандартним методом $u(ON_{st})$, які використовувались для навчання ШНМ та невизначеність моделювання самої мережі $u(ШНМ)$. Сумарна стандартна невизначеність оцінки ОЧ знаходилася як додатний квадратний корінь із суми квадратів складових.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
ПРОСТОРОВИХ СИНГУЛЯРНО-ЗБУРЕНИХ ПРОЦЕСІВ
МАСОПЕРЕНОСУ ЗАБРУДНЮЮЧИХ РЕЧОВИН
У БАГАТОШАРОВИХ ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ**

Климюк Ю. Є., доц., к. т. н.

Рівненський державний гуманітарний університет, klimyuk@ukr.net

Як показує практика, погіршення якості підземних вод, зокрема, ґрунтових, вносить свій суттєвий вплив на загальний стан поверхневих вод, а, отже, й на стан навколишнього середовища та на здоров'я самих людей. Тому вживання заходів щодо запобігання попадання забруднюючих речовин у підземні води й ґрунтові потоки є останнім часом предметом досліджень багатьох вітчизняних та закордонних вчених.

Важливе місце в цих дослідженнях займають методи математичного моделювання. На сьогоднішній день при дослідженні процесів міграції забруднюючих речовин у пористих середовищах актуальною проблемою є врахування у повній мірі всіх найбільш вагомих внутрішніх взаємодій між їх складовими, чимало з яких носять просторовий характер. Для цього необхідно якомога детальніше розглядати внутрішню природу цих процесів і виявляти у такий спосіб усі фізичні аспекти взаємодій та всю гамму функціональних зв'язків між основними елементами і визначальними параметрами системи. При цьому виникає чимало труднощів, пов'язаних із врахуванням повздовжніх і поперечних викривленостей області, в якій шукається розв'язок, складністю рівнянь у частинних похідних і граничних умов відповідних модельних задач.

У [1] розроблено ефективну методику розв'язання сингулярно-збурених крайових задач типу «фільтрація-конвекція-дифузія» у випадку переважання конвективних складових процесу над дифузійними для модельних складної геометрії одно- і двозв'язних областей, обмежених екіпотенціальними або квазіекіпотенціальними поверхнями та поверхнями течії. Розроблену методику у [1] також узагальнено на випадки дослідження просторових процесів розповсюдження забруднюючих речовин у пористих середовищах із врахуванням багатокомпонентності забруднюючих речовин та багатошаровості середовища.

Список використаних джерел

1. *Бомба А. Я.* Математичне моделювання просторових сингулярно-збурених процесів типу фільтрація-конвекція-дифузія: монографія / А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк. – Рівне: ТЗОВ фірма «Ассоль», 2014. – 273 с.

ВИКОРИСТАННЯ НАБЛИЖЕННЯ КІНЕМАТИЧНОЇ ХВИЛІ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ РУСЛОВОГО СТОКУ РІДИНИ

Коковська Я. В., асист., Венгерський П. С., доц., к. ф.-м. н.

Львівський національний університет імені Івана Франка,
yaryna.kokovska@gmail.com, p_vengersky@lnu.edu.ua

У багатьох задачах гідрології переміщення водних мас відбувається в умовах рівноваги сил опору та сили тяжіння. Такий рух має вигляд хвиль, які виникають внаслідок зміни в часі складових водного балансу і тому Лайтхілл та Уїзем [1] назвали їх кінематичними хвилями.

Спрощені рівняння стоку води у вигляді рівнянь кінематичної хвилі набудуть вигляду:

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{3}{2} C \sqrt{iF} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = Bw, \quad (1)$$

де $F = F(x, t)$ – площа поперечного перерізу; $B = b(x, y) - a(x, y) = \text{const}$ – ширина русла; w – бічний притік; Re – число Рейнольдса; i – нахил лінії дна.

Доповнимо рівняння (1) такими початковими та крайовими умовами:

$$F_{t=0} = F_0,$$

$$\left(-\beta \frac{\partial F}{\partial x} + (1-\beta) F \right)_{x=0} = 0,$$

$$\left(\gamma \frac{\partial F}{\partial x} + (1-\gamma) F \right)_{x=L} = 0, \quad \gamma, \beta > 0.$$

Аналіз результатів обчислень тестових прикладів, порядки збіжності та стійкість розв'язків задач наведені в [2].

Список використаних джерел

1. Уїзем Дж. Линейные и нелинейные волны / Дж. Уїзем. – М. : Мир, 1977. – 622 с.
2. Венгерський П. С. Один з підходів моделювання процесів руслового стоку рідини / П. С. Венгерський, Я. В. Коковська // Вісн. Льв. ун-ту. Сер. мех.-мат. – Вип. 15. – 2009. – С. 178-195.

**ФОРМУВАННЯ МОДІФІКОВАНИХ ЕЛЕМЕНТІВ
ПРИ ЗАСТОСУВАННІ МЕТОДУ ДИСКРЕТНИХ ЕЛЕМЕНТІВ
В ЗАДАЧАХ ГЕОМЕХАНІКИ**

Колодяжний В. М., проф., д. ф.-м. н.

*Харківський національний автомобільно-дорожній університет,
kolodyazhny@mail.ru*

Ідея методу полягає в тому, що реальний масив шахтної породи в моделі замінюється дискретними елементами (окремих дискретних крихт). З метою спрощення математичної моделі дискретного середовища у вигляді дискретних елементів розглядаються кулі різних розмірів. Модель дискретного середовища представляється у вигляді замкнутого простору, в якому розташовані кулі. Елементи-кулі навантажені гравітаційними силами та при взаємодії один з іншим повинні проявляти пружні або в'язкі властивості. Пропонується підхід, в якому дискретні елементи-кулі замінюються на атомарні функції – нескінченно диференційовані з компактним носієм (у вигляді кулі) розв'язки функціонально-диференціальних рівнянь спеціального вигляду, зокрема:

$$Lu(x, y, z) = \lambda \iint_{\partial\Omega} u[3(x - \xi), 3(y - \eta), 3(z - \zeta)] ds + \mu u(3x, 3y, 3z),$$

де L – диференціальний оператор, $\partial\Omega$ поверхня кулі визначеного радіусу, залежного від радіуса носія шуканої функції; для фінітного розв'язку виписаного рівняння треба задати відповідні значення λ , μ . Використання математичних засобів теорії R -функцій та методу побудови геометрично структурованих атомарних функцій можна отримати дискретні елементи довільної форми, що дозволяє будувати більш реальні моделі дискретного середовища.

**СПОЛУЧЕННЯ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ
З КРУГОВИМ ОТВОРОМ І КРУГЛОГО ДИСКА
СИСТЕМОЮ ДВОХ ПРУЖНИХ РЕБЕР**

Кот В. В., ст. викл., к. т. н.

*Рівненський державний гуманітарний університет,
kotpm04@ukr.net*

Розглядається нескінченна ортотропна пластинка товщиною $2h$ з круговим отвором, в який без зазору і натягу вставлено круглий пружний диск такої ж товщини. На ділянках $L_1 = [a_0, b_0]$ і $L_2 = [a_1, b_1]$ диск і пластинка сполучені між собою системою двох ребер сталожорсткості на згин g_1 і кручення g_2 . Система декартових (x, y) і полярних (r, δ) координат з полюсом в точці O суміщена з центром отвору пластинки і диска так, щоб вісь Ox співпадала з полярною віссю. Будемо вважати, що головні напрямки ортотропії матеріалу пластинки мають напрямки координатних осей. На нескінченності пластинка згинається рівномірно розподіленими моментами M_1 та M_2 , що діють в напрямках координатних осей, а в центрі диска діє зосереджена пара сил з компонентами (M_x, M_y) .

Розв'язок задачі полягає у визначенні компонентів напруженодеформованого стану на контурах пластинки і диска, а також у кожному сполучувальному ребрі.

Математична модель задачі побудована у вигляді системи сингулярних інтегродиференціальних рівнянь з логарифмічними ядрами. Її наближений розв'язок визначається методом механічних квадратур і колокації, яким досліджується вплив на напружений стан складеної пластинки відносних жорсткостей сполучувальних ребер і диска, а також виду зовнішнього навантаження.

ЖИТТЄЗДАТНІСТЬ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**Кряжич О. О., к. т. н., с. н. с.***Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору
НАН України, economconsult@gmail.com*

Життєздатну систему характеризує можливість адаптування до умов мінливого середовища [1]. Проте, на відміну від постулатів про життєздатну систему Ст. Біра, будь-яка система, створена людиною, має на меті гарантоздатне виконання функцій, покладених на неї розробником [2]. Спираючись на таку точку зору, життєздатність інформаційної технології буде представляти собою методи та засоби, що об'єднані в технологічний ланцюг для забезпечення збору, зберігання, обробки, виводу і розповсюдження інформації відповідно до умов зміни середовища. У практичному застосуванні це буде означати, що інформаційна технологія забезпечуватиме процедури обробки інформації щодо роботи деякої досліджуваної системи S на конкретний час t та прогнозування розвитку цієї системи на час Vt , тобто, на якусь найближчу перспективу.

Вирішуючи часткові задачі обробки кожного з видів інформації $J(S, t)$ на проміжку часу $[t_1, t_2]$, інформацію, що обробляється, можна представити у наступному вигляді:

$$J'(S, t) = \|i(S_l, t)\|_{l=1}^p, \quad (1)$$

де $i(S_l, t)$ – інформація, що отримана від джерела інформації S_l ($l = \overline{1, p}$).

Приймаємо, що джерело постачає інформацію безперервно. У цьому випадку можна вважати, що система S життєздатна в момент часу t , за умови, що всі джерела інформації S_l ($l = \overline{1, p}$) надають інформацію, що знаходиться в деякій області O_l . У випадку наявності хоча б одного джерела інформації S_l' , інформація від якого виходить за межі припустимої області, можна казати про загрозу життєздатності системи.

Список використаних джерел

1. *Бир Ст.* Мозг фирмы / Ст. Бир. – М. : Либроком, 2009. – 416 с.
2. *Теслер Г. С.* Концепция построения гарантоспособных вычислительных систем / Г. С. Теслер // Математичні машини і системи. – 2006. – №1. – С. 134-145.

**ЧИСЕЛЬНИЙ АЛГОРИТМ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ
КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ
ІЗ РОЗРИВНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ
З ВИКОРИСТАННЯМ ДЕКОМПОЗИЦІЇ ОБЛАСТІ**

Кузьменко А. П.¹, доц., к. ф.-м. н.,

Войтишин В. В.², маг., інж.-прогр.

¹*Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. академіка Степана Дем'янчука, anatoliyvk@gmail.com*

²*Компанія EPAM Systems (Львів), voityshyn@gmail.com*

Пропонується чисельний алгоритм для еліптичного рівняння з розривними коефіцієнтами. Метод побудований на ідеї декомпозиції області та відповідній технології, за допомогою яких розв'язування відповідної крайової задачі можна звести до послідовності задач в областях неперервності коефіцієнтів.

В якості модельної задачі розглядається крайова задача:

$$-\frac{d}{dx} \left(\kappa(x) \frac{du}{dx} \right) + r(x)u = f(x), x \in (a, \xi_1) \cup (\xi_1, \xi_2) \cup \mathbf{K} \cup (\xi_n, b), \quad (1)$$

$$u(a) = \phi_a, u(b) = \phi_b, \left[\kappa(x) \frac{du}{dx} \right]_{x=\xi_i} = 0, [u]_{x=\xi_i} = 0, i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

Тут точки $x_i, i = \overline{1, n}$, можуть бути точками розриву першого роду для функції $\kappa(x)$. Розв'язок задачі (1), (2) шукаємо у формі функціонального ряду, члени якого визначаються із відповідним чином згенерованої рекурентної послідовності задач для рівняння (1) на відрізках неперервності коефіцієнта $\kappa(x)$. В роботі визначаються умови збіжності такого ряду та похибки наближень розв'язку $u(x)$ задачі (1), (2).

Обчислювальне ядро програмного забезпечення викладеного в даній роботі алгоритму спроектовано на основі об'єктно-орієнтовного підходу. В якості платформи розпаралелювання обчислень використано механізм багатопоточності Microsoft.NET, що забезпечує використання можливостей сучасних багатоядерних процесорів. З метою підтримки високої точності розв'язування рекурентної послідовності задач на відрізках неперервності коефіцієнтів реалізовано на Fortran.

СИНТЕЗ МЕТОДУ ПРЯМИХ І МЕТОДУ СУМАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ В ОДНІЙ ЗАДАЧІ РОЗРАХУНКУ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ У НАФТОНОСНОМУ ПЛАСТІ

Кузьменко А. П.¹, доц., к. ф.-м. н., Гладка О. М.², асп.

¹*Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. академіка Степана Дем'янчука, anatoliypk@gmail.com*

²*Національний університет водного господарства та природокористування, viklom@ukr.net*

Розглядається крайова задача знаходження розподілу тиску – функції $p = p(x, y, t)$ у нафтоносному пласті – області $G = \{(x, y) : a_* \leq x \leq b_*, a^* \leq y \leq b^*\}$ на часовому проміжку $0 \leq t \leq T$:

$$\left\{ \begin{array}{l} b(x, y) \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{k(x, y)}{h_n} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{k(x, y)}{h_n} \frac{\partial p}{\partial y} \right) + f(x, y, t), \quad (x, y, t) \in G \times (0, T), \\ p(x, y, 0) = p_0(x, y), \quad (x, y) \in G, \\ p(a_*, y, t) = p_1(y, t), \quad p(b_*, y, t) = p_2(y, t), \quad y \in [a^*, b^*], \quad 0 \leq t \leq T, \\ p(x, a^*, t) = p_3(x, t), \quad p(x, b^*, t) = p_4(x, t), \quad x \in [a_*, b_*], \quad 0 \leq t \leq T, \end{array} \right.$$

де $k(x, y)$ – коефіцієнт проникності середовища, h_n – динамічна в'язкість нафти у пластових умовах, $b(x, y)$ – агрегований коефіцієнт пружності середовища, $f(x, y, t)$ – функція джерел і стоків, що моделює роботу експлуатаційних і нагнітальних свердловин.

Для розв'язування поставленої задачі пропонується методика, в основу якої покладено метод прямих з використанням формул сумарних зображень [1]. Відповідна обчислювальна технологія ефективна щодо трудомісткості обчислень та дозволяє значною мірою уникати проблем, зокрема, пов'язаних з нестійкістю відповідних різницевих схем і накопиченням обчислювальних похибок.

Список використаних джерел

1. Кузьменко А. П. До розв'язування початково-крайової задачі для параболічного рівняння методом прямих / А. П. Кузьменко, О. М. Гладка // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 7 (16). – Рівне : РВВ РДГУ, 2010. – С. 110-115.

**СУЧАСНИЙ СТАН МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНЦІЙ ТА
ЇХ ІНТЕГРАЦІЯ У ПРОФЕСІЙНУ ПІДГОТОВКУ ФАХІВЦЯ
З ІНФОРМАЦІЙНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ**

Кузьменко А. П.¹, доц., к. ф.-м. н.,

Кузьменко В. М.², ст. викл., Єпік Н. Б.³, ст. викл.

^{1,3}*Міжнародний економіко-гуманітарний університет*

ім. академіка Степана Дем'янчука,

anatoliyprk@gmail.com, natalyaepik0@gmail.com;

²*Національний університет водного господарства та
природокористування*

У даній роботі автори досліджують проблему математичних компетенцій майбутніх фахівців з інформаційних комп'ютерних технологій у контексті поліпшення якості професійно-практичної підготовки студентів ІТ- спеціальностей.

Математичні компетенції фахівців з інформаційних комп'ютерних технологій мають формуватися в умовах тісних зв'язків математичних модулів із дисциплінами професійної і практичної підготовки освітньо-професійних програм ІТ напрямків. Педагогічний формат такого взаємовпливу начальних дисциплін виражається в категорії «дидактична інтеграція знань». Втім, практика вказує, що ефективність інтегративного підходу до вивчення математичних і спеціальних дисциплін за традиційними методиками встановлення міжпредметних зв'язків досить часто обмежується певними реаліями навчального процесу: обмеження в академічних годинах, зниження рівня математичних компетенцій абітурієнта, ринкові дезорієнтації у формуванні мотиваційних настроїв студента тощо.

Вихід із окресленого вище кола проблем, на думку авторів, полягає у фундаменталізації математичної освіти. Отримані в університеті математичні компетенції мають бути основою для поточного навчання і, головне, для навчання впродовж усього професійного життя фахівця.

ІНФОРМАЦІЙНО-ЕКСТРЕМАЛЬНА ОЦІНКА ЯКОСТІ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ

Кулік Є. С., асп., Ободяк В. К., доц., к. т. н.

Сумський державний університет, vobodyak@gmail.com

Згідно з Європейським рамочним стандартом і критеріями акредитації Euro-inf для освітніх програм з інформатики важливим критерієм акредитації вищого навчального закладу (ВНЗ) є ступінь адаптації навчального плану підготовки фахівців і його контенту до вимог ринку праці. Для розв'язання поставленої проблеми на кафедрі комп'ютерних наук Сумського державного університету розроблено інформаційне та програмне забезпечення інформаційно-аналітичної системи адаптації навчального контенту кафедри до вимог ринку праці, яка умовно отримала назву ІАС «Випускник».

Користувачами системи є викладачі кафедри, які створюють і корегують навчальний контент згідно з навчальним планом підготовки студентів із спеціальності «Інформатика»; роботодавці і випускники кафедри попередніх років, які оцінюють із урахуванням одержаного досвіду роботи в ІТ-компаніях відповідність змістовних модулів навчальних дисциплін сучасним вимогам в галузі програмування. Крім того, користувачами системи є студенти всіх форм навчання, які за результатами опитування фахівців корегують свої навчальні індивідуальні траєкторії. Основні переваги ІАС «Випускник»:

- система здатна навчатися (самонавчатися), що дозволяє надати їй властивість адаптивності до довільних початкових умов і впливу неконтрольованих факторів;
- система, яка функціонує в режимі моніторингу, здатна розвиватися, збільшуючи потужності як алфавіту класів розпізнавання, так і словника ознак розпізнавання;
- система одночасно є веб-ресурсом для створення асоціації випускників кафедри.

За результатами машинного навчання створено базу знань і система підготовлена для функціонування в режимі моніторингу.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТЕХНОГЕННИХ
ФАКТОРІВ НА СТІЙКІСТЬ ҐРУНТОВОГО СХИЛУ**

Кутя Т. В., асист.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, kuti@nuwm.edu.ua*

Коефіцієнт запасу стійкості ґрунтового масиву є багатофакторною функцією, змінною за часом внаслідок впливу на неї різних факторів. Найбільшою мірою цей коефіцієнт залежить від міцнісних параметрів ґрунту, з якого складається схил, а саме кута внутрішнього тертя та зчеплення. На міцнісні характеристики значно впливає зміна теплового та сольового режиму, а також ступінь насичення вологою. Оскільки врахування такої кількості факторів впливу експериментально чи в натурних умовах є надзвичайно проблематичним завданням, тому на перший план виходить математичне моделювання цієї задачі.

Математична модель задачі складається з рівнянь тепло- та масоперенесення, рівняння вологоперенесення, де шуканою функцією є насичення у кожній точці ґрунтового схилу, та нелінійного узагальненого закону Дарсі-Клюта [1]. Рівняння доповнюються початковими та граничними умовами. Наближений розв'язок нелінійної відповідної крайової задачі знайдено з використанням методів колокації в точці та радіальних базисних функцій.

На основі знайдених розподілів температури, концентрації порового розчину та насичення оптимізаційними методами градієнтного спуску та золотого перетину здійснюється пошук мінімального коефіцієнта запасу стійкості в залежності від вищезгаданих техногенних факторів.

Список використаних джерел

1. *Кутя Т. В.* Математичне моделювання змочування ґрунту на схилі в умовах багатокомпонентного неізотермічного солеперенесення / Т. В. Кутя // Вісник ХНУ. – 2014. – № 1105. – С. 99-110.

**МОДЕЛЮВАННЯ ТА МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ
ТЕРМОМЕХАНІЧНОЇ ПОВЕДІНКИ НЕОДНОРІДНИХ ТІЛ**

Кушнір Р. М., дир. Інституту, член-кор. НАНУ

ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, director@iapmm.lviv.ua

Приводяться та аналізуються теоретичні і прикладні результати з термомеханіки неоднорідних тіл, які отримано впродовж останніх двох десятиліть в ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України. Зокрема, на цій основі сформовано новий науковий напрямок фундаментальних досліджень Інституту – математичне і термодинамічне моделювання взаємозв'язаних процесів різної природи в структурно-неоднорідних тілах [1]. Отримані результати здобули визнання провідних фахівців як в Україні, так і за її межами. Вони систематизовані та узагальнені у 5-ти томній монографії [2], достатньо повно подані в 11-ти томній «Енциклопедії з температурних напружень», яка опублікована у «Springer» [3].

Обговорюються можливості підготовки і реалізації нових проектів з впровадження теоретичних результатів інституту за цим напрямком в атомну і теплову енергетику, приладо-, літако- і ракетобудування та залучення до їх виконання ряду академічних установ та національних університетів України. Планується підготовка низки монографій з термомеханіки структурно-неоднорідних тіл за комплексного теплового, силового та електромагнітного навантажень.

Список використаних джерел

1. *Кушнір Р. М.* Моделювання та оптимізація в термомеханіці неоднорідних тіл (за мат. доповіді на засіданні Президії НАН України 18.06.2014 р.) / Р. М. Кушнір // Вісник НАН України. – 2014. – № 10. – С. 10-16.
2. Моделювання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра. – Львів : СПОЛОМ, 2006-2011. – 1408 с.
3. *Kushnir R. M.* Encyclopedia of Thermal Stresses (Springer, 2014, Vol. 1 – Vol. 11) / R. M. Kushnir, Yu. V. Tokovyy // Mat методи і фіз.-мех. поля. – 2013. – **56**, № 4. – С. 163-170.

**ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ РІВНЯННЯ
КЛЕЙНА-ГОРДОНА МЕТОДОМ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ**

Лаба Д. М., асп.

Львівський національний університет імені Івана Франка,

dmytropm@gmail.com

Нехай $D \subset R^2$ – двозв'язна область з границями $\Gamma_1, \Gamma_2 \in C^2$, які мають параметричне подання (рис. 1), n – одиничний вектор зовнішньої нормалі. Необхідно знайти функцію $u \in C^2(D) \cap C^1(\bar{D})$, яка задовольняє рівняння Клейна-Гордона ($\kappa > 0$) та граничні умови на кривій Γ_2 :

$$\begin{aligned} \Delta u - \kappa^2 u &= 0 \text{ в } D, \\ u &= f \text{ на } \Gamma_2, \\ \frac{\partial u}{\partial n} &= g \text{ на } \Gamma_2, \end{aligned} \tag{1}$$

де f та g – достатньо гладкі неперервні відомі функції. В задачі немає неперервної залежності розв'язку від вхідних даних. Подавши розв'язок задачі як суму потенціалів простого та подвійного шару, з граничних умов та властивостей подання отримуємо систему інтегральних рівнянь [1]. Після серії перетворень та застосування методу квадратур отримуємо систему алгебраїчних рівнянь. Розв'язавши її методом регуляризації Тихонова, знаходимо наближений розв'язок задачі (1).

Список використаних джерел

1. *Chapko R.* On the use of an integral equation approach for the numerical solution of a Cauchy problem for Laplace equation in a doubly connected planar domain / R. Chapko, B. T. Johansson, Y. Savka // *Inverse Problems in Science and Engineering.* – 2014. – Volume 22, No. 1. – P. 130-149.

АЛГОРИТМ ПОКРАЩЕННЯ КАРТИ КЛАСИФІКАЦІЇ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕЖ ПОЛІГОНІВ

Лавренюк М. С., студ.

Інститут космічних досліджень НАН та ДКА України, nick_93@ukr.net

Якісні карти класифікації земної поверхні на основі супутникових даних відіграють важливу роль в багатьох прикладних задачах, наприклад, для визначення змін у землекористуванні, ідентифікації порушення сівозмін та аналізу кліматичних змін. Тому актуальною є задача забезпечення високої точності карт класифікації.

Традиційні методи попільсьельної класифікації не відрізняються високою точністю, тому автором пропонується метод постобробки даних, який враховує наявну векторну інформацію про межі об'єктів. На основі по-пільсьельного навчання класифікаторів CART та Random Forest на часовому ряді знімків отримано дві карти класифікації. Маючи векторну інформацію про полігони на даній території реалізовано два експерименти фільтрації отриманих карт. В першому варіанті реалізоване голосування пікселів в межах кожного полігону, назначаючи всім пікселям конкретного полігону мажоритарне значення. Інший алгоритм у зв'язку з ненадійністю пікселів, що були покриті хмарами, встановлює їм ваги, що зменшує їх вплив на результат. Запропоновані підходи дозволили покращити загальні точності карт більше ніж на 5%. Враховуючи потужність та великі обсяги доступних знімків, сервіс Google Earth Engine вибраний як оптимальний інструмент для розв'язання даної задачі. Детальний огляд результатів буде представлений у доповіді.

Список використаних джерел

1. Класифікація сільськогосподарських посівів з використанням часових рядів супутникових даних / С. В. Скакун та ін. // Індуктивне моделювання складних систем. – 2014. – Вип. 6. – С. 157-166.

**ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ ВМІНЬ І НАВИЧОК
ПРИ МОДЕЛЮВАННІ ТА АНАЛІЗІ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ
У СЕРЕДОВИЩІ SIMULINK ПАКЕТУ MATLAB**

Лотюк Ю. Г.¹, доц., к. пед. н., Щодро О. Є.², проф., д. т. н.

¹*Міжнародний економіко-гуманітарного університет
ім. акад. С. Дем'янчука, lotyuk@ukr.net*

²*Національний університет водного господарства та
природокористування, alexeug@hotmail.com*

При створенні та дослідженні математичних моделей динамічних систем, у випадку неможливості або складності виведення диференціальних рівнянь застосовується імітаційна модель фізичного явища [4].

Пропонується для дослідження такої моделі використовувати математичні пакети [2, 3, 5], що дозволить уникнути програмування кожної елементарної операції [1]. Студент може конструювати модель безпосередньо мовою предметної галузі: математики, фізики тощо.

Такий підхід дозволить зосередити всю увагу на дослідженні задачі. З'являється можливість зекономити час при проведенні лабораторних занять, та зробити процес навчання більш наочним та вмотивованим.

Список використаних джерел

1. Глинський Я. Моделювання / Я. Глинський // «Інформатика» видавництва «Шкільний світ» (Перше вересня). 2001. – №47 (143). – С. 3-4.
2. Дьяконов В. П. Matlab 6/6.1/6.5 + Simulink 4/5. Основы применения. Полное руководство пользователя / В. П. Дьяконов. – М. : Солон, 2002. – 768 с.
3. Дьяконов В. П. Simulink4. Специальный справочник / В. П. Дьяконов. – СПб. : Питер, 2002. – 528 с.
4. Лукас В. А. Теория автоматического управления / В. А. Лукас. – М. : Недра, 1990. – 415 с.
5. Лазарев Ю. Ф. MatLab 5.x / Ю. Ф. Лазарев. – К. : ВНУ, 2000. – 384 с.

**ЧИСЛОВІ МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ
ПРИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ ОДНОГО КЛАСУ
ЗАДАЧ ЕЛЕКТРОІМПЕДАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ**

Малаш К. М., студ., Ткач Є. І., студ.

*Рівненський державний гуманітарний університет,
katemalash@gmail.com*

Нелінійна взаємодія електричного струму з середовищем зумовлює низьку точність традиційних для ЕІТ методів зворотної проєкції, що уповільнює її впровадження у медичну практику та вимагає пошуку нових обчислювальних методів обробки експериментальних даних [1].

Пропонується новий підхід до ідентифікації коефіцієнта електричної провідності в перерізах ЕІТ і реконструкції відповідного зображення з використанням числових методів комплексного аналізу [2].

Запропоновано ітераційний метод реконструкції розподілу коефіцієнта електричної провідності в томографічному перерізі для випадку залежності шуканого параметра від координат області комплексного потенціалу, побудований на числових методах комплексного аналізу шляхом заміни прямої задачі на обернене квазіконформне відображення [2].

Обґрунтовано можливість поширення запропонованого підходу на випадок довільної залежності шуканого параметра як від координат області комплексного потенціалу, так і координат фізичної області.

Список використаних джерел

1. *Яворський Б. І.* Імітаційне моделювання прямої задачі електроімпедансної томографії / Б. І. Яворський, Є. Б. Яворська, Ю. Б. Промович // Науковий вісник Чернівецького університету. Фізика. Електроніка. – Вип. 2, Т. 1. – 2011. – С. 62-68.
2. *Методи комплексного аналізу: монографія / А. Я. Бомба, С. С. Каштан, Д. О. Пригорницький, С. В. Ярошак.* – Рівне : НУВГП, 2013 – 415 с.

**ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНОВИМІРНОЇ ЗАДАЧІ
ВЗАЄМОЗВ'ЯЗАНИХ ПРОЦЕСІВ ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ
КОНСОЛІДАЦІЇ ТА КОНТАКТНОЇ СУФОЗІЇ ҐРУНТІВ**

Мартинюк П. М., к. ф.-м. н., доц., Чеховська Н. В., маґ.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, ya-natalia@ukr.net*

Математична модель одновимірної задачі фільтраційної консолідації з врахуванням багатofракційної контактної суфозії в неоднорідному масиві ґрунту (рис. 1) містить наступні основні рівняння:

$$\frac{\partial h(x,t)}{\partial t} = \frac{(1+e^{(0)})}{ga(1-\sum_{i=1}^s m^{(i)})} \times \nabla \cdot \mathbf{K}_h \nabla h(x,t) + \frac{\partial h^*}{\partial t} + \frac{1}{g} \frac{\partial q^*}{\partial t}, x \in \Omega_1 \cup \Omega_2, t > 0,$$

$$\frac{\partial S^{(i)}(x,t)}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q}^{(i)}(x,t) = 0, i = \overline{1, S}, x \in \overline{\Omega}_2,$$

$$\mathbf{q}^{(i)}(x,t) = \mathbf{F}(S, S_{max}, \mathbf{u}, \mathbf{u}_{kr}^{(i)}), x \in \overline{\Omega}_2, t \geq 0, i = \overline{1, S},$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}_h \nabla h(x,t), x \in \Omega_1 \cup \Omega_2, t \geq 0,$$

$$\left(S_{max} - \sum_{i=1}^s S^{(i)}(x,t) \right) \frac{d\Gamma_{12}(x,t)}{dt} = -\sum_{i=1}^s (\mathbf{q}^{(i)}, \mathbf{n}_{12}), (x,t) \in \Gamma_{12}(x,t),$$

$$\frac{d\Gamma_{02}(x,t)}{dt} = \frac{d\Gamma_{12}(x,t)}{dt} + \frac{ga}{(1+e)} \int_{\gamma_{\Gamma(x)}}^{j(x)} \frac{\partial h(x,t)}{\partial t} dy, (x,t) \in \Gamma_{02}(x,t),$$

які доповнюються граничними та початковими умовами для відповідних функцій.

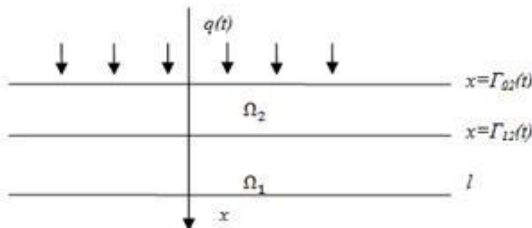


Рис. 1. Схема неоднорідного масиву ґрунту в одновимірному випадку

Для відшукування наближеного розв'язку відповідної крайової задачі використано метод скінченних елементів. Проведено ряд чисельних експериментів. Визначено ступінь впливу суфозійних процесів на просідання поверхні ґрунту.

**ПРО ДВОВИМІРНУ МАТЕМАТИЧНУ МОДЕЛЬ
ФІЛЬТРАЦІЙНОЇ КОНСОЛІДАЦІЇ ҐРУНТІВ
З НАПІВПРОНИКНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ**

Мартинюк П. М., доц., к. ф.-м. н., Чуй Ю. В., маг.

Національний університет водного господарства та природокористування, yurachuy@gmail.com

У природі ґрунт є неоднорідним пористим середовищем, в якому твердий скелет може містити тонкі неоднорідності [3], що мають властивості напівпроникних мембран.

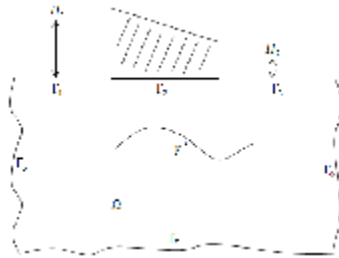


Рис. 1. Досліджувана область ґрунту

Математична модель двовимірної задачі фільтраційної консолідації ґрунтів з напівпроникними включеннями з врахуванням теплопереенесення в загальноприйнятих позначеннях описується крайовою задачею [1, 2]:

$$\frac{(1+\bar{e})(1+\chi)}{2ga} [\operatorname{div}(\mathbf{K}\nabla h - \mathbf{v}\nabla c - \boldsymbol{\mu}\nabla T)] = \frac{\partial h}{\partial t}, (x, y) \in \Omega, t > 0, \quad (1)$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{D}\nabla c + \mathbf{D}_T\nabla T) - (\mathbf{u}, \nabla c) - g_1(c - C_m) = n \frac{\partial c}{\partial t}, (x, y) \in \Omega, t > 0, \quad (2)$$

$$\operatorname{div}(\boldsymbol{\lambda}(c)\nabla T) - r c_r(\mathbf{u}, \nabla T) = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, (x, y) \in \Omega, t > 0, \quad (3)$$

$$\mathbf{u} = -\mathbf{K}(c, T, e)\nabla h + \mathbf{v}(c)\nabla c + \boldsymbol{\mu}\nabla T, \quad (4)$$

$$(\mathbf{u}, \mathbf{n})|_{(x,y) \in \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \cup \Gamma_6} = 0, \quad (5)$$

$$h|_{(x,y) \in \Gamma_1} = H_1, h|_{(x,y) \in \Gamma_3} = H_2, \quad (6)$$

$$(D\nabla c + D_T \nabla T, \mathbf{n})|_{(x,y) \in \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \cup \Gamma_6} = 0, \quad (7)$$

$$c|_{(x,y) \in \Gamma_1} = c_1, \quad c|_{(x,y) \in \Gamma_3} = c_2, \quad (8)$$

$$(\lambda(c) \nabla T - \mathbf{u}T, \mathbf{n})|_{(x,y) \in \Gamma_2 \cup \Gamma_4 \cup \Gamma_5 \cup \Gamma_6} = 0, \quad (9)$$

$$T|_{(x,y) \in \Gamma_1} = T_1, \quad T|_{(x,y) \in \Gamma_3} = T_2, \quad (10)$$

$$(\mathbf{u}, \mathbf{n})_{g^*}^{\pm} = -\frac{k^g}{d}(h^+ - h^-) + \frac{n^g}{d}(c^+ - c^-) + \frac{m^g}{d}(T^+ - T^-), (x,y) \in g^*, t > 0 \quad (11)$$

$$(\mathbf{q}_c, \mathbf{n})_{g^*}^{\pm} = (1-a) \cdot \left((\mathbf{u}, \mathbf{n})_{g^*}^{\pm} - \frac{D^g}{d}(c^+ - c^-) - \frac{D_T^g}{d}(T^+ - T^-) \right), (x,y) \in g^*, t > 0 \quad (12)$$

$$(\mathbf{q}_T, \mathbf{n})_{g^*}^{\pm} = r c_r (\mathbf{u}, \mathbf{n})_{g^*}^{\pm} \cdot T^{\pm} - \frac{l^g}{d}(T^+ - T^-), (x,y) \in g^*, t > 0, \quad (13)$$

$$[(\mathbf{u}, \mathbf{n})]|_{g^*} = 0, \quad [(\mathbf{q}_c, \mathbf{n})]|_{g^*} = 0, \quad [(\mathbf{q}_T, \mathbf{n})]|_{g^*} = 0, t > 0 \quad (14)$$

$$\mathbf{q}_c = \mathbf{u}c - D\nabla c - D_T \nabla T, \quad \mathbf{q}_T = r c_r \mathbf{u}T - \lambda(c) \nabla T, \quad (15)$$

$$h(x, y, 0) = h_0(x, y), \quad c(x, y, 0) = c_0(x, y), \quad T(x, y, 0) = T_0(x, y). \quad (16)$$

Для відшукування наближеного розв'язку крайової задачі (1)-(16) використано метод скінченних елементів. Проведено ряд чисельних експериментів, аналіз яких показав вплив напівпроникного включення на стрибок напору на цьому включенні. Врахування градієнта концентрації сольового розчину та градієнта температури значно впливає на процес фільтраційної консолідації.

Список використаних джерел

1. Власюк А. П. Математичне моделювання консолідації ґрунтів в процесі фільтрації солевих розчинів / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. – Рівне : Вид-во УДУВГП, 2004. – 211 с.
2. Власюк А. П. Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації солевих розчинів в неізотермічних умовах / А. П. Власюк, П. М. Мартинюк. – Рівне : НУВГП, 2008. – 416 с.
3. Дейнека В. С. Модели и методы решения задач с условиями сопряжения / В. С. Дейнека, И. В. Сергиенко, В. В. Скопецкий. – Киев : Наук. думка, 1998. – 614 с.

ІНТЕРПОЛЯЦІЯ РОЗРИВНИХ ФУНКЦІЙ МФТ**Маслов О. П.¹, доц., к. т. н., Мартиненко О. В.², доц., к. ф.-м. н.**¹*Сумській державний університет, amas12@mail.ru*²*Сумській державний педагогічний університет*

У доповіді пропонується використовувати для інтерполяції, яка враховує локальні властивості, багатоточкову формулу Тейлора (БФТ), що запропонована в [1]:

$$T_n(x) = \sum_{i=0}^n h(x-x_i) \sum_{j=0}^k f^{(j)}(x_i) \cdot (x-x_i)^j \frac{1}{j!},$$

де

$$h(x-x_i) = \frac{1}{2 \cdot g_k(1)} \cdot \left(g_k \cdot \frac{(x-x_{i-1})}{(x_i-x_{i-1})} \cdot \frac{|x-x_i|}{x-x_i} + g_k \cdot \frac{(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i+1})} - g_k \cdot \frac{(x-x_{i-1})}{(x_i-x_{i-1})} \cdot \frac{|x-x_i|}{x-x_i} - g_k \cdot \frac{(x-x_{i+1})}{(x_i-x_{i+1})} \cdot \frac{|x-x_{i+1}|}{(x-x_{i+1})} \right),$$

$$g_k(u) = \int_0^u t^k (1-t)^k dt, \quad j \leq k.$$

У цьому випадку, задаючи на кожному інтервалі (x_i, x_{i+1}) значення k , будемо отримувати інтерполяційну функцію з різними диференціальними властивостями на кожному інтервалі. Точки зміни диференціальних властивостей повинні бути включені в масив точок інтерполяції. Точність інтерполяції залежить як від порядку похідних, заданих в точках інтерполяції, так і від відстані між точками інтерполяції. Розглянуто приклади інтерполяції функції з різними типами особливостей. Порівнянням точності інтерполяції по МФТ з іншими типами інтерполянтів, показали більш високу точність при однакових обчислювальних витратах. Інтерполянт, отриманий за допомогою МФТ, враховує локальні властивості інтерпольованої функції.

Список використаних джерел

1. *Литвин О. М.* Класична формула Тейлора, її узагальнення та застосування / *О. М. Литвин, В. Л. Рвачов.* – К. : Наукова думка, 1973. – 277 с.

ПРИНЦИП РЕДУКЦІЇ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**Матвійчук Я. М., д. т. н., проф.***Національний університет «Львівська політехніка», matv@ua.fm*

Головною причиною невдач ідентифікації математичних моделей динамічних систем є некоректність задачі ідентифікації [1]. Часто некоректність викликана надлишковістю структури моделі, тобто наявністю в її структурі елементів і параметрів, непотрібних для даної задачі моделювання, «зайвих».

Пропонуємо принцип редукції математичної моделі, тобто виявлення і видалення надлишкових параметрів (елементів) у структурі моделі і тим самим регуляризації процедури параметричної ідентифікації.

Нехай існує деяка процедура ідентифікації параметрів моделі. Нехай також розв'язок задачі ідентифікації вектор параметрів моделі p з елементами p_i неперервно залежить від умов задачі в деякому околі цих умов. Введемо до умов задачі ідентифікації невеликі збурення в межах вказаного околу неперервності розв'язку. Для збуреної задачі обчислимо вектор параметрів P з елементами P_i .

Для кожного параметра обчислимо модулі відносних відхилень за спеціальною формулою: $\delta_i = \text{abs}((P_i - p_i)/P_i)$.

Доведено [2], що для «незайвих» параметрів відносні відхилення δ_i помітно менші, ніж відносні відхилення для «зайвих» параметрів. Послідовні вилучення «зайвих» елементів математичної моделі регуляризують задачу ідентифікації, тобто підвищують її точність та стійкість. Численні приклади макромодельовання підтверджують цей висновок [1, 2].

Список використаних джерел

1. *Матвійчук Я. М.* Математичне макромодельовання динамічних систем: теорія та практика / Я. М. Матвійчук. – Львів : Видавн. центр ЛНУ ім. І. Франка, 2000. – 215 с. – Режим доступу: <http://ena.lp.edu.ua:8080/handle/ntb/22710>.
2. *Матвійчук Я. М.* Принцип редукції математичних моделей / Я. М. Матвійчук, О. І. Карчевська // Обчислювальні методи і системи перетворення інформації: Зб. праць III-ї н.-т. конф. – Львів, 2014. – С. 80-83.

**СИСТЕМА МОНІТОРИНГУ ТА ДИСТАНЦІЙНОГО
УПРАВЛІННЯ РОЗПОДІЛЕНИМИ ОБ'ЄКТАМИ**

Матус С. К., к. т. н., доц.,

Муран Р. О., маг., Таргоній І. М., маг.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, matus_sv@ukr.net*

Розробка, дослідження розподілених систем моніторингу та управління водогосподарськими об'єктами на основі безпроводних мереж є важливим та актуальним науково-технічним завданням. Слід відмітити, що на сьогодні найбільш гостро стоїть питання безперервного постачання і забезпечення населення якісною питною водою, а саме на стадії його реалізації в області та проблемах, що пов'язані з відсутністю можливості оперативного визначення запасів чистої води в резервуарах та передачі диспетчеру поточної інформації про швидкість зміни рівня.

Враховуючи наведене вище, робота присвячена розробці, дослідженню розподілених систем моніторингу та управління водогосподарськими об'єктами, зокрема застосуванню технологій безпроводного доступу для диспетчеризації резервуарів чистої води, аналізу параметрів роботи системи з метою визначення швидкодії та коефіцієнтів використання кожного з структурних елементів запропонованої системи.

Здійснено аналіз та оцінку сучасних систем моніторингу та технологій в галузі телекомунікацій та виявлено необхідність дистанційного управління розподіленими об'єктами системи водопостачання. З метою визначення швидкодії та завантаженості кожного зі структурних елементів системи у середовищі GPSS-World розроблено інформаційну модель системи моніторингу та проведено імітаційне моделювання її роботи. Створено схемотехнічну модель, що підтвердила достовірність отриманих результатів після імітаційного моделювання у середовищі LabCenter Proteus, а саме порядок формування кадрів даних та час їх передачі. На основі отриманих результатів здійснено технічну реалізацію запропонованої системи.

**АПРОКСИМАЦІЙНІ МЕТОДИ В МОДЕЛЮВАННІ ДИНАМІКИ
НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ**

Махович О. І., асп.

*Кам'янець-Подільський національний університет ім. Івана Огієнка,
umismag@gmail.com*

Існуючі програмні засоби комп'ютерного моделювання нестационарних теплових процесів використовують переважно різницеві методи, які вимагають значних обчислювальних потужностей. Тому актуальним залишається пошук універсальних і простих методів числової реалізації моделей процесів теплопровідності.

Для розв'язання такої задачі пропонується застосування редукційного методу перерізів [1, с. 71]. Суть методу полягає у тому, що розв'язок апроксимується інтерполяційним поліномом Лагранжа за трьома опорними точками просторової координати. Наближений розв'язок у двох із цих точок $T(0,t)$ і $T(1/2,t)$ знаходиться як розв'язок системи двох звичайних диференціальних рівнянь, а третя точка вибирається на границі об'єкта і як значення розв'язку в цій точці використовується відповідна гранична умова. Розв'язок задачі в довільній точці базується на розв'язках отриманої системи звичайних диференціальних рівнянь із врахуванням граничних умов.

За результатами числових експериментів відносна похибка методу не перевищує 0.01%. Універсальність отриманих формул і простота алгоритмів обчислень дають змогу застосовувати метод у системах із обмеженими обчислювальними ресурсами або для розв'язування оптимізаційних задач.

Список використаних джерел

1. Федорчук В. А. Об одном методе исследования динамики нестационарных тепловых процессов при наличии симметричных граничных условий / В. А. Федорчук, А. И. Махович // *Електронне моделювання / Інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є. Пухова НАН України*, К. – 2014. – №3. – С. 71-79.

**МОДЕЛЮВАННЯ ВІКОВОГО СКЛАДУ
КОНКУРУЮЧИХ ПОПУЛЯЦІЙ**

Маценко В. Г., доц., к. ф.-м. н.

*Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича,
vgm2006@mail.ru*

Для достатньо адекватного опису динаміки популяцій їх стан потрібно визначати не тільки загальною чисельністю особин, а й розподілом особин за віком. Вивченню динаміки вікової структури ізолюваних популяцій присвячено ряд праць, наприклад [1].

Важливий вплив на динаміку чисельності мають міжвидові взаємодії. Зокрема, в прикладних задачах часто зустрічаються двовидові системи з внутрішньовидовою та міжвидовою конкуренціями. Для опису таких систем пропонується математична модель вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial x}{\partial \tau} + \frac{\partial x}{\partial t} = -[d_1(\tau) + \int_0^{\infty} a_{11}(\tau, s)x(s, t)ds + \int_0^{\infty} a_{12}(\tau, s)y(s, t)ds]x, \\ \frac{\partial y}{\partial \tau} + \frac{\partial y}{\partial t} = -[d_2(\tau) + \int_0^{\infty} a_{21}(\tau, s)x(s, t)ds + \int_0^{\infty} a_{22}(\tau, s)y(s, t)ds]y, \\ x(0, t) = \int_0^{\infty} b_1(\tau)x(\tau, t)d\tau, \quad y(0, t) = \int_0^{\infty} b_2(\tau)y(\tau, t)d\tau, \\ x(\tau, 0) = \phi_1(\tau), \quad y(\tau, 0) = \phi_2(\tau). \end{array} \right. \quad (1)$$

Для системи (1) при певних умовах на параметри доведена теорема про існування та єдиність додатного розв'язку.

Показано, що при умові $H_i = \int_0^{\infty} b_i(\tau) e^{-\int_0^{\tau} d_i(\xi) d\xi} d\tau > 1, i=1, 2$, крім

нульового розв'язку, система (1) має ще нетривіальний стаціонарний розв'язок. Проведено ряд числових експериментів на ЕОМ.

Список використаних джерел

1. *Маценко В. Г.* Нелінійна модель динаміки вікової структури популяцій / В. Г. Маценко // Нелінійні коливання. – 2003. – 6, № 3. – С. 357-367.

**ПРО ПРОСТОРОВУ ЗАДАЧУ НЕСТАЦІОНАРНОЇ
ФІЛЬТРАЦІЇ В ГРЕБЛІ З ВОДОВОДОМ**

Медвідь Н. В., асп., Мартинюк П. М., доц., к. ф.-м. н.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, natasha_medvid@mail.ru*

Математична модель тривимірної задачі нестационарної фільтрації через тіло ґрунтової греблі з водоводом (рис. 1) з урахуванням впливу теплосолеперенесення в загальноприйнятих позначеннях містить наступні рівняння [1]:

$$\operatorname{div}(\mathbf{K}(c, T) \nabla h) - \operatorname{div}(\mathbf{K}_c \nabla c) - \operatorname{div}(\mathbf{K}_T \nabla T) = b \frac{\partial h}{\partial t},$$

$$\operatorname{div}(\mathbf{D}_T^{(c)} \nabla T) + \operatorname{div}(\mathbf{D}_c \nabla c) - (\mathbf{u}, \nabla c) = s \frac{\partial c}{\partial t},$$

$$\operatorname{div}(\lambda \nabla T) - r c_p (\mathbf{u}, \nabla T) = c_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad \mathbf{u} = -\mathbf{K}(c, T) \nabla h + \mathbf{K}_c \nabla c + \mathbf{K}_T \nabla T,$$

які доповнюються граничними та початковими умовами для невідомих функцій напору, температури та концентрації солей.



Рис. 1. Тіло ґрунтової греблі з водоводом

Для відшукування наближеного розв'язку відповідної крайової задачі використано метод скінченних елементів в середовищі FreeFem++. Проведено ряд чисельних експериментів. Досліджено вплив водоводу та теплосолеперенесення на розподіл напорів в греблі.

Список використаних джерел

1. *Мартинюк П. М.* Про задачу фільтрації в греблі з водоводом / П. М. Мартинюк, Н. В. Медвідь // Матеріали Всеукраїнської наукової конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів». – Рівне : РВВ НУВГП, 2013. – С. 105.

**СИНТЕЗ АДЕКВАТНИХ МАТЕМАТИЧНИХ
ОПИСІВ ФІЗИЧНИХ ПРОЦЕСІВ**

Меньшиков Ю. Л., доц., к. т. н.

*Дніпропетровський національний університет ім. О. Гончара,
menshikov2003@list.ru*

Розглядаються питання синтезу адекватного математичного опису фізичного процесу (АМО) [1]. Сформульовано визначення АМО для випадку коли процес описується системою диференціальних рівнянь:

$$\dot{X}(t) = A X(t) + B Z(t), \quad (1)$$

де A, B – матриці з постійними коефіцієнтами, $X(t) = (x_1(t), \dots, x_n(t))^T$ – вектор-функція змінних стану, $Z(t) = (z_1(t), \dots, z_m(t))^T$ – вектор-функція зовнішнього впливу, $(\cdot)^T$ – знак транспонування [1].

Для розв'язку задачі синтезу АМО запропоновано алгоритм ідентифікації зовнішнього впливу $Z(t)$ [1], який зводиться до розв'язку декількох лінійних інтегральних рівнянь Вольтера першого роду:

$$A_i z_i = u_i, \quad i = 1, 2, \dots, m,$$

де A_i є цілком неперервні оператори, u_i є задані з похибкою початкові дані (функції), $z_i \in Z$, $u_i \in U$; U , Z – нормовані функціональні простори, $\|u_T - u_i\|_U \leq \delta_i$, $i = \overline{1, m}$, δ_i є задані величини, u_i є точні функції початкових даних.

Запропоновано стійкий алгоритм знаходження z_i . Застосування вектор-функція $Z(t)$ у рівняння (1) при математичним моделюванні забезпечує стійкі та адекватні результати.

Список використаних джерел

1. *Menshikov Yu. L. Synthesis of Adequate Mathematical Description as Solution of Special Inverse Problems / Yu. L. Menshikov // European Journal of Mathematical Sciences. – Vol 2, No 3. – 2013. – P. 256-271.*

**РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ ВИДІЛЕННЯ КОНТУРУ
НА НАПІВТОНОВОМУ ЗОБРАЖЕННІ ЗА УМОВИ
МАЛОКОНТРАСТНИХ МЕЖ ОБ'ЄКТІВ**

Метелиця Д. І.

*Донецький національний технічний університет,
dariametelitsa@gmail.com*

Виділення контуру об'єкту на зображенні є однією з актуальних задач в цифровій обробці сигналу. Психологічні дослідження виявили, що з точки зору розпізнавання та аналізу об'єктів на зображенні найбільш інформативним є не значення яскравості об'єктів, а характеристики їх кордонів – контурів.

При аналізі зображень і розпізнаванні об'єктів, присутніх на ньому, вагому частку приймають на себе методи і алгоритми виділення контурів, оскільки вони значно спрощують роботу з зображенням та/або цифровим рядом. Такі алгоритми як алгоритм Собеля, Превітта, Кірша, Лапласа прості в реалізації, але надають досить зашумлені результати з великою кількістю виділених ліній або ж навпаки, кордони сильно пошкоджені. Алгоритм Лапласіан Гаусіана має меншу кількість розривів меж, але при цьому вони надмірно широкі, що ускладнює подальшу роботу, а також він значно збільшує вплив шуму на вхідне зображення. Оператор Кенні відмінно справляється з виділенням меж об'єктів, надає на виході тонку межу, але він дещо складніше в реалізації та після обробки зникає значна кількість істотно важливих меж об'єктів.

Таким чином, більшість існуючих на сьогоднішній день алгоритмів не може надати достатньо хорошу точність виділення контуру об'єктів, так як вони можуть бути ефективними для одних класів задач, але не підійдуть для вирішення проблем інших [1].

Виділення меж ґрунтується на алгоритмах, які визначають різку зміну яскравості на зображенні. Результатом виконання алгоритму виділення кордонів повинна бути деяка кількість пов'язаних кривих, які відображають межі об'єкту [2, с. 125-139].

Зазвичай кожен алгоритм, володіючи певними характеристиками, «спеціалізується» на своєму типі зображення. Тому в системах технічного зору необхідне поєднання декількох методів, які вирішують одну і ту ж задачу різними способами, забезпечуючи при цьому необхідні показники по швидкодії та достовірності [3, с. 10-11].

У даній роботі пропонується алгоритм виділення слабоконтрастних по відношенню до фону кордонів і ліній, заснований на комбінації існуючих алгоритмів як для виділення контуру, так і методів передоброби і збільшення якості вихідного зображення.

Алгоритм виділення контуру складається з наступних кроків:

- 1) видалення шуму на зображенні;
- 2) еквалізація зображення;
- 3) лінійне контрастування;
- 4) застосування оператора Превітта для горизонтальних, вертикальних і діагональних контурів;
- 5) реалізація алгоритму мурашиної колонії для виділення меж об'єктів;
- 6) препарування отриманого зображення.

Подібний підхід до виділення ліній на зображенні дозволить отримувати більш високу якість і кількість контурів об'єктів і значно зменшить рівень шуму. Даний метод відмінно підійде для виявлення меж на складних і слабоконтрастних зображеннях з великою кількістю об'єктів.

Список використаних джерел

1. Edge Detection in FPGA using Sobel Operator. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://edge.kitiyo.com/2009/intro/relevance-of-the-project.html>.
2. Цифровая обработка изображений в информационных системах: научное пособие / И. С. Грузман, В. С. Киричук, В. П. Косых, Г. И. Перетягин, А.А. Спектр. – Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. – С. 125-139.
3. Садыхов Р. Х. Обработка изображений и идентификация объектов в системах технического зрения / Р. Х. Садыхов, А. А. Дудкин // Объединенный институт проблем информатики НАН Беларуси, Минск, Беларусь. – 2006. – № 3. – С. 10-11.

**МОДЕЛЮВАННЯ СИГНАЛУ ЕЛЕКТРОКАРДІОГРАФА
ДЛЯ НАВЧАЛЬНИХ ЦІЛЕЙ****Міхайлуца О. М., доц., к. т. н., Заряєв Д. В., студ.***Запорізька державна інженерна академія, Helena_miha@mail.ru*

Інформаційні технології все більше охоплюють нові сфери нашого життя, і медицина не є винятком. Актуальною є задача своєчасного визначення патологічних змін в роботі серця. Тому, створення спеціального комплексу, що моделює сигнал електрокардіографа, є своєчасним, а також забезпечить підвищення якості навчання студентів медичних спеціальностей. Серед переваг моделювання сигналу виділяють наступні можливості: вивчення як фізіологічних показників, так і патологічних; зміна параметрів сигналу та спостереження їх впливу на фінальний сигнал; економія часу; вивчення як зашумленого сигналу так і чистого. Модель ЕКГ побудована на основі генерації зубців за допомогою тригонометричного ряду Фур'є, для якого довільна функція має вигляд:

$$f(x) = \begin{cases} -bax/l + a, & 0 < x < l/b \\ bax/l + a, & -l/b < x < 0 \end{cases}$$

де a – висота зубця, l/b – ширина зубця.

Для генерації шуму використовується генератор псевдовипадкових чисел. З метою отримання не тільки високочастотного шуму, а й низькочастотного, обчислюється середнє значення декількох останніх псевдовипадкових значень, що дозволяє згладжувати збурення випадкової величини. Генеруючи фінальний сигнал додаємо значення шуму до значень сигналу. Безумовно, для досягнення високої ефективності і надійності зазначений підхід та отримані результати вимагають апробації та адаптації до вирішення конкретних завдань.

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ РЕГІОНАЛЬНОГО РОЗВИТКУ ТА ПОШУК АЛГОРИТМІВ ЇЇ УПРАВЛІННЯ

Міщенко П. М., асп., Шаповалов С. П., к. ф.-м. н., доц.

Сумський державний університет, pavlo.mishchenko@gmail.com

Метою управління економікою регіону є підвищення добробуту населення на основі сталого економічного зростання. При побудові математичної моделі розвитку економічної системи регіону потрібно враховувати, що суб'єкт економічного життя прагне одночасно слідувати і внутрішнім і зовнішнім цілям, тому регіональна економіка є динамічною системою, що взаємодіє з зовнішнім економічним середовищем (рис. 1).

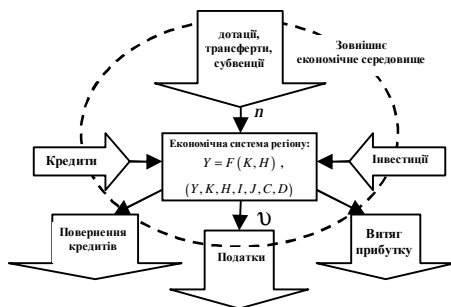


Рис. 1. Схема взаємодії економіки регіону із зовнішнім економічним середовищем

Динамічна економічна система потребує опису і вивчення закономірностей економічних процесів протікаючих в часі та розробки методів управління ними. Детально вивченими моделями економічної динаміки є моделі Харрода-Домара, Філіпса, Хікса [1].

В якості показників макроекономічної системи регіону приймається обсяг виробленої продукції Y , вартість основних виробничих фондів (виробничого капіталу) K і людського капіталу H , обсяг інвестицій I та J у виробничий і людський капітал відповідно, обсяг споживання C і доходи регіонального бюджету D . Відповідний паспорт невідомих задачі має вигляд: $(Y, K, H, I, J, C, D)_t$.

Виробничу функцію представлено у вигляді: $Y = F(K, H) = AK^\alpha H^\beta$ і запишемо основне балансове рівняння макроекономічної моделі регіону:

$$Y + B + T - N^F - R = I + J + C, \quad (1)$$

де B – зовнішні інвестиції в економіку регіону, R – зовнішній борг, N^F – податкові відрахування у федеральний бюджет; T – дотації, трансферти, субвенції.

У відносних змінних балансове рівняння (1) має вигляд:

$$s_0 + s_k + s_h + s_b = 1,$$

де $s_0 = \frac{C}{E}$ – рівень споживання, $s_k = \frac{I}{E}$ – норма інвестицій в основні

виробничі фонди (капіталовкладення), $s_h = \frac{J}{E}$ – норма інвестицій в

людський капітал, $s_b = \frac{B}{E}$ – рівень зовнішніх інвестицій,

$$E = Y + T - N^F - R.$$

Балансове рівняння (1) містить ендегенні та екзогенні $(B, R, N^F, T)_t$ параметри. При цьому зовнішній борг R_t визначається динамікою надходження кредитів B_t , політикою повернення кредиту або темпом його погашення σ і процентною ставкою по кредитах p .

Оптимізація моделі регіонального розвитку зводиться до задачі виділення деякої підмножини прийнятних варіантів прийняття рішень, спрямованих на оптимізацію фінансування. Вирішення цієї задачі може бути здійснено виділенням множини Парето по одному з критеріїв і подальшою оптимізацією множини за іншими критеріями [2].

Список використаних джерел

1. *Кетова А. В.* Построение стратегии оптимального управления экономической системой на макроуровне / А. В. Кетова // *Фундаментальные исследования.* – 2007. – №9. – С. 37-38.
2. *Подиновский В. В.* Парето-оптимальные решения многокритериальных задач / В. В. Подиновский. – Москва : Наука, 1982. – 256 с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЯВИЩА АНОМАЛЬНОЇ ПОВЕДІНКИ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ХВИЛЬ В Р-І-N-ДЮДАХ

Мороз І. П., доц., к. ф.-м. н.

Рівненський державний гуманітарний університет,

igor_moroz@yahoo.com

Розглядається задача поширення електромагнітних хвиль високого рівня потужності у регулярному хвилеводі з керуючим пристроєм. Активна область керуючого пристрою має нелінійні властивості [1].

Розрахунок поля проводиться на основі розв'язання рівняння

$$\Delta \mathbf{\Pi}^m + k_0^2 (\varepsilon - i\mathcal{K}\delta |E_x|^2) \mathbf{\Pi}^m = 0,$$

де $\mathbf{\Pi}^m(x, y, z)$ – магнітний вектор герца [2] $\mathbf{\Pi}^m = (0, 0, \Pi_z^m)$, у області $V = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq l\}$ з границями $G1 = \{(x, y) : V \cap (z=0)\}$, $G2 = \{(y, z) : V \cap x=0\} \cup \{(y, z) : V \cap x=a\} \cup \{(x, z) : V \cap y=0\} \cup \{(x, z) : V \cap y=b\}$, $G3 = \{(x, y) : V \cap (z=l)\}$.

На $G2$ шукана функція Π_z^m повинна задовольняти граничні умови другого роду. На границях $G1, G3$ – умови неперервності тангенціальних компонент векторів напруженості поля E_τ, H_τ [2].

Шляхом застосування методів декомпозиції, розділення змінних, амплітуд, що повільно змінюються, та граничних умов отримуємо систему нелінійних рівнянь відносно комплексних амплітуд хвильового процесу, які визначають вихідні характеристики керуючого пристрою. Розрахунки проведено засобами математичного пакету програм Maple.

Список використаних джерел

1. Мороз І. П. Моделювання нелінійних ефектів у керуючих елементах НВЧ / І. П. Мороз // Матеріали конференції «НОС-2008». – С. 165-166.
2. Виноградова М. Б. Теория волн / М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. – М. : Наука, 1990. – 432 с.

КОНТАКТ БЕРЕГІВ КРИВОЛІНІЙНИХ РОЗРІЗІВ НА ЛІНІЇ ПОДІЛУ МАТЕРІАЛІВ ОРТОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ ТА ЖОРСТКОГО ДИСКА

Музичук К. П., ст. викл., к. т. н.

Рівненський державний гуманітарний університет, mkr88@ukr.net

Розглядається нескінченна ортотропна пластинка з еліптичним отвором, в який без зазору і натягу вставлено абсолютно жорсткий диск такої ж форми і розмірів. Вважаємо, що на ділянках їх спаю $[a_1^*; b_1^*] \cup [a_2^*; b_2^*]$ (a_1^* , b_1^* , a_2^* , b_2^* – полярні кути, що визначають кінці ділянок спаю) відбувається ідеальний механічний контакт. Середина площина складеної пластинки віднесена до декартової $Ox\tilde{y}\tilde{z}$ та полярної (r, l) систем координат з полюсом в центрі отвору. Вісь $O\tilde{z}$ напрямлена вниз. Нехай на нескінченності пластинки рівномірно розподілено згинальні моменти M_1 , M_2 у напрямках координатних осей Ox , Oy відповідно. Вони призводять до часткового чи повного контактування берегів розрізів, наявних на лінії поділу матеріалів конструкції. Розглядувана пластинка одночасно перебуває в умовах узагальненого плоского напруженого стану і згину, що суттєво ускладнює задачу, оскільки зона контакту наперед невідома.

Розв'язання задачі передбачає: встановлення кількості ділянок контакту та відставання, їх положення і розмірів; визначення компонент напруженого стану на межі поділу матеріалів пластинки і диска.

Вибираючи крайові умови задачі в зонах контакту у вигляді рівності нормальних зміщень контурних точок пластинки і диска, а на ділянках спаю – рівності компонент вектора зміщення контурних точок пластинки і диска та кутів повороту нормалі в напрямках координатних осей, математична модель поставленої задачі формулюється у вигляді системи інтегрально-диференціальних рівнянь. Її наближений розв'язок реалізується методом механічних квадратур і колокації.

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ МОДЕЛІ ЛЕОНТЬЄВА І
ПРОГНОЗУВАННЯ МАКРОЕКОНОМІЧНОЇ ДИНАМІКИ**

Назаренко О. М., к. ф.-м. н., доц.,

Борода А. О., студ.

Сумський державний університет, Україна, alichka_18@i.ua

Складність і швидка зміна явищ в техніці та економіці, присутність неформалізованих і невизначених факторів – основні причини, що перешкоджають побудові математичних моделей, які б адекватно описували еволюцію реальних динамічних систем.

Головною ідеєю сучасного математичного моделювання є вивчення реальних систем за допомогою диференціальних рівнянь. Однак параметри рівнянь, як правило, заздалегідь невідомі. Тому на практиці будь-якій прямій задачі (імітація, прогнозування, оптимізація) передують обернена задача (специфікація та ідентифікація параметрів моделі).

У даній роботі розробляється методика специфікації та ідентифікації динамічної моделі Леонтьєва міжгалузевого балансу макроекономічної системи [1]. На вхід динамічної системи подається вектор невиробничого споживання \mathbf{u} секторів і за його допомогою можна вирішувати проблему специфікації фазових координат \mathbf{x} (випусків секторів) та здійснювати керування їх рухом. Конструювання закону керування будемо здійснювати за допомогою регулюючого пристрою і таким чином переводити динамічну систему із деякого початкового стану \mathbf{x}_0 в момент часу t_0 в кінцевий бажаний стан \mathbf{x}_* в момент часу t_* . Регулятор повинен реалізувати найважливішу ідею теорії керування – принцип оберненого зв'язку, який вказує на те, щоб вектор керувань \mathbf{u} в кожний момент часу був функцією фазових координат \mathbf{x} та їх похідних $\dot{\mathbf{x}}$.

Макроекономічні системи розвиваються циклічно. В них фази підйому змінюються фазами спаду, після чого спостерігається зростання і т.д. Якщо виходити з довгострокової тенденції функціонування даної системи, то вона подається прямолінійним трендом з додатнім нахилом. Тоді цикли можна розглядати як коливання динамічних систем та

їх складових навколо відповідних трендів. Коливання будемо характеризувати гармонічними хвилями, які розповсюджуються в макроекономічних системах. Проведений аналіз показує [2], що макроекономічним системам розвинутих країн властиві гармонічні хвилі Кондратьєва, Кузнеця, Жугляра та інші. Значущість цих гармонік встановлюється за допомогою критерію Стьюдента [3] в результаті обробки статистичної інформації реальної макроекономічної динаміки.

Якщо траєкторії фазових координат ідентифіковані, то за допомогою оберненого зв'язку знаходимо вектор керувань. Регресійну модель керувань, що впливає з моделі Леонтьєва, оцінюємо при обмеженнях-нерівностях на елементи матриць системи, які повинні бути додатними.

Практична реалізація була проведена на базі статистичних даних макроекономічного розвитку Франції. Побудовані модельні траєкторії випусків і невиробничого споживання секторів мають високі імітаційні та прогнозні властивості. Результати роботи можуть бути використані для ефективного розподілу ресурсів при формуванні взаємозв'язків між окремими галузями і для прогнозування подальшого економічного розвитку шляхом аналізу траєкторій гармонічних хвиль, характерних для даної макроекономічної системи.

Список використаних джерел

1. *Leontief W.* Input-Output Economics / W. Leontief // Oxford University Press, New York, 1986. – 436 p.
2. *Korotayev A. V.* Spectral Analysis of World GDP Dynamics: Kondratieff Waves, Kuznets Swings, Juglar and Kitchin Cycles in Global Economic Development / A. V. Korotayev, S. V. Tsirel // Structure and Dynamics. – 2010. – Vol. 4. No. 1. – P. 3-57.
3. *Назаренко О. М.* Основи економетрики: Вид. 2-ге, перероб.: Підручник / О. М. Назаренко. – Київ : Центр навчальної літератури, 2005. – 392 с.

**МОДЕЛЮВАННЯ ІНВЕСТИЦІЙНОГО РОЗВИТКУ
В РАМКАХ *N*-СЕКТОРНОЇ МОДЕЛІ СОЛОУ**

Назаренко О. М., к. ф.-м. н., доц.,

Ніколаєнко О. М., студ.

Сумський державний університет, Україна,

alexandr_nikolaenko@ukr.net

Ключовою проблемою моделювання макроекономічних систем є ідентифікація рівнянь руху, оскільки на практиці вони не специфіковані. Дослідник має виходити лише зі статистичної інформації про значення змінних моделі у дискретні моменти часу із заданого проміжку.

Важливе місце в економіко-математичних дослідженнях посідають моделі економічного зростання. За дослідження моделей інвестиційного розвитку Р. Солоу став лауреатом Нобелівської премії з економіки 1987 року. Модель Солоу [1], описує агреговану замкнену економіку і оптимізує інвестиційний розвиток односекторної економіки.

Процес інвестиційного розвитку можна вивчати шляхом встановлення взаємозв'язків між секторами макроекономічної системи. Введення в розгляд секторів значно розширює можливості математичного моделювання макроекономічної динаміки. Оскільки інвестиції вкладаються в кожний сектор, то можна вважати, що вони залежать від випусків цих секторів. У даній роботі обґрунтовується лінійна залежність інвестицій від випусків секторів.

Отже, в моделі Солоу *n*-секторної економіки на вхід системи диференціальних рівнянь подаються випуски секторів, а фазовими координатами є прирости ОФ (основних фондів). Це пов'язано з тим, що на практиці відсутня інформація про обсяги ОФ, але відомі їх щорічні прирости. Розв'язок поставленої задачі Коші шукається за допомогою декомпозиції траєкторій руху фазових координат на трендову та періодичну складові [2]. В роботі траєкторії фазових координат налаштовуються на періодичні коливання навколо відповідних трендів шляхом виділення значущих гармонік, характерних для даної макроекономічної системи.

Якщо отримані траєкторії приростів ОФ секторів мають високі імітаційні та прогнознi властивості, то наступним етапом є знаходження траєкторій випусків цих секторів. Побудова оптимальних траєкторій випусків здійснюється за допомогою оберненого зв'язку, який виражає випуски секторів через функції приростів основних фондів та їх похідні, і проводиться сумісно з процедурою оцінювання невідомих параметрів моделі Солоу n -секторної економіки. Для цього в роботі розроблений ітераційний процес, який налаштовує параметри моделі на виконання необхідних обмежень-нерівностей, які обґрунтовуються при складанні моделі інвестицій n -секторної економіки. Таким способом оцінені коефіцієнти амортизації секторів і економіки в цілому та інтенсивності вкладень інвестицій в ці сектори. Оцінені також невідомі значення основних фондів у початковий рік періоду ідентифікації, що дозволяє відновити статистичні дані на всьому періоді ідентифікації по основним фондам секторів і економіки в цілому, які були невідомі.

Побудований алгоритм дозволяє оцінити траєкторії випусків секторів і економіки в цілому. Крім того, ми знаходимо модельні траєкторії інвестицій в кожний сектор і в економіку цілому. Одержані траєкторії випусків адекватні статистичним даним і мають високоточні прогнознi властивості, а траєкторії інвестицій в n -секторну економіку дозволяють описувати інвестиційний розвиток макроекономічної системи.

Аналіз гармонічних хвиль, які присутні в розкладі модельних траєкторій основних фондів, випусків та інвестицій, дозволяє встановлювати причини підйомів і спадів в економіці країни та прогнозувати подальший економічний розвиток.

Список використаних джерел

1. *Solow R. M.* A Contribution to the Theory of Economic Growth / R. M. Solow // *Quarterly Journal of Economics.* – 1956. – № 70. – Р. 65-94.
2. *Назаренко О. М.* Побудова та ідентифікація лінійно-квадратичних моделей слабо формалізованих динамічних систем / О. М. Назаренко // *Вісник ХНУ. Сер. «Матем. моделювання. Інформ. технології. Автом. системи управління».* – 2008. – Т. 10, № 833. – С. 185-192.

**ОСОБЛИВОСТІ КІЛЬКІСНОГО АНАЛІЗУ
ДЕФОРМАЦІЇ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ**

Остапчук С. М., доц., к. т. н.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, serostap@i.ua*

Як і все в природі, земна поверхня не знаходиться у стані спокою, а піддається впливу численних процесів, явищ і факторів, просторово-часове поле яких можна розглядати як завершальну ланку складної системи причинно-наслідкових залежностей. Внаслідок такого впливу ділянки земної поверхні, згідно класичних законів механіки (як суцільні тіла у напруженому стані), відповідно повинні реагувати зміною своїх фізико-геометричних властивостей. Тому деформацію земної поверхні у загальному випадку можна розглядати як зміну конфігурації і об'єму тіла, а її найпростіше подання як взаємно однозначні геометричні перетворення, у яких кінцеві координати точок є функціями координат початкового стану. При кількісному аналізі даного явища важлива роль має належати геодезично-картографічним методам, які можуть забезпечити великий вихідний статистичний масив зміщень дискретних точок земної поверхні.

Для побудови оптимальних математичних моделей пропонується:

1. На основі вихідних геодезичних даних згідно алгоритму ковзної дисперсії виконати картографічне районування поля зміщень на однорідно-стаціонарні області.

2. Для кожної однорідної області деформацію подати функціональними залежностями, вид яких встановлюється емпіричним шляхом. Такі залежності повинні задовольняти вимогам однозначності, неперервності, відмінності від нуля якобіана.

3. За отриманими функціональними залежностями і положеннями класичної теорії пружності обчислити інваріантні характеристики деформації. Це дозволяє установити фізичний зміст явища, дати йому наочний кількісний розв'язок і визначити найбільш небезпечні у деформаційному відношенні зони.

**ФОРМУВАННЯ КЛІКІВ В МЕЖАХ ОСВІТНЬОГО
СЕРЕДОВИЩА НА РІВНІ ШКІЛ МІСТА**

Пасічник В. В., д. т. н., Назарук М. В., асп.,

Кунанець Н. Е., д. соц. ком.

Національний університет «Львівська політехніка»,

vpasichnyk@gmail.com, marinazaruk@gmail.com, nek.lviv@gmail.com

Агенти, в межах певного освітнього рівня міста можуть об'єднуватися за спільними ознаками та властивостями (наприклад, вік, рівень освіти, навчання в одному закладі), тобто утворюють, так звані, кліки (соціальні спільноти) – групи чи класи, для яких зв'язки між вузлами всередині такого класу (групи) є міцніші та чисельніші, ніж між вузлами інших класів чи груп. [1].

Формування відповідних кліків (груп, асоціацій, класів) в освітньому соціокомунікаційному середовищі крупного міста в багатьох випадках може відбуватись з активним залученням сучасних мобільних телекомунікаційних засобів. Це, в свою чергу, технічно забезпечує процеси структуризації віртуального освітнього соціокомунікаційного середовища з мінімізацією впливу такого фактору, як фізична відстань між учасниками освітнього процесу, ознаками віку та специфіки освітніх потреб конкретної особистості. В одну освітню соціальну групу (кліку) можуть входити, на перший погляд, доволі різнорідні за характеристиками індивідууми. Основним об'єднуючим фактором при формуванні та функціонуванні такої освітньої соціальної групи є необхідність підвищення знанневого потенціалу її учасників за певним профілем та рівнем.

Зміна знанневого потенціалу дозволяє суб'єктам освітнього соціокомунікаційного середовища міста (вихованцям ДНЗ, учням початкової школи, учням середньої школи, студентам бакалаврського рівня, студентам магістерського рівня та ін.) здійснити перехід на наступний освітній, або освітньо-кваліфікаційний рівень.

Список використаних джерел

1. Назарук М. В. Моделювання міського освітнього середовища як профільної соціальної мережі / М. В. Назарук, В. В. Пасічник // Міжнародний науково-технічний журнал «Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія». – Вінниця : ВНТУ, 2013. – № 3 (28). – С. 42-47.

**ФОРМАЛЬНИЙ ОПИС ОСВІТНІХ ПРОЦЕСІВ
ПРИ ІНКЛЮЗИВНІЙ ФОРМІ НАВЧАННЯ**

**Пасічник В. В., д. т. н., проф.¹, Шестакевич Т. В., асист.¹,
Федонюк А. А., к. ф.-м. н., доц.²,**

¹*Національний університет «Львівська політехніка»,
vpasichnyk@gmail.com, tshestakevych@gmail.com*

²*Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки,
vm-kai@ukr.net*

Інформаційно-технологічний супровід освітніх процесів при інклюзивній формі навчання є сутнісною вимогою сучасної освіти. Розроблення інноваційної системи набуття освіти особами з особливими потребами почнемо з вирішення актуального науково-прикладного завдання, а саме зі створення формальної моделі освітніх процесів в умовах інклюзії. Використання апарату формальних граматики при описі залежностей між складовими компонентами освітніх процесів, зорієнтованих на осіб з особливими потребами, дає змогу формально подавати взаємозв'язки та враховувати специфічні характеристики їх реалізації.

Для зручнішого опису залежностей в процесах набуття освіти особами з особливими потребами виділимо у формальній граматиці підмножину N нетермінальних символів, $N = V \setminus T$. До множини N віднесемо перетворення, що відбуваються в освітніх процесах та процедурах, до множини T віднесемо сталі чинники – результати таких перетворень. Множину продукцій P задаємо формально як залежності, що послідовно формуються в ході набуття освіти особою з особливими потребами. Початковий символ позначимо n^0 .

У загальному випадку складовими набуття освіти особами з особливими потребами є [1]: формування ідентифікаційних даних (формальне позначення етапу – n^1); визначення мети навчання на основі ідентифікаційних даних (n^2); підбір кращих методів та засобів досягнення мети (n^3); оцінювання результатів навчання (n^4). Процес набуття освіти особою з особливими потребами подаватимемо як $n^0 \rightarrow n^1 n^2 n^3 n^4 (p^0)$.

На етапі формування ідентифікаційних даних відбувається комплексне оцінювання особи (n_1^1) різнопрофільними фахівцями. Формально цей етап подамо у виді $n^1 \rightarrow n_1^1 (p_1^1)$. Процес проведення комплексного оцінювання особи складається з чотирьох процедур та полягає у накопиченні реєстраційних даних ($n_{1,1}^1$), проведенні діагностування фахівцями ПМПК ($n_{1,2}^1$), проведенні опитування як батьків ($n_{1,3}^1$), так і самої особи ($n_{1,4}^1$). Процедура процесу комплексного оцінювання особи має наступний вигляд: $n_1^1 \rightarrow n_{1,1}^1 n_{1,2}^1 n_{1,3}^1 n_{1,4}^1 (p_2^1)$.

Комплексна оцінка особи є вирішальною властивістю для визначення психологічних та фізичних особливостей розвитку особи (t_1^1). Ознаку виконання процедур комплексного оцінювання особи подамо так: $n_{1,1}^1 n_{1,2}^1 n_{1,3}^1 n_{1,4}^1 \rightarrow t_1^1 (p_3^1)$. Використання контексту [2] у лівій частині продукції (p_3^1) дає змогу відображати паралелізм процесів набуття освіти особою з особливими потребами.

Визначимо підмножину T_1 множини термінальних елементів, введених для першого етапу набуття освіти: $T_1 = \{t_1^1\}$. Множина службових нетермінальних елементів: $N_0 = \{n^0, n^1, n^2, n^3, n^4\}$. Множина нетермінальних елементів: $N_1 = \{n_1^1, n_{1,1}^1, n_{1,2}^1, n_{1,3}^1, n_{1,4}^1\}$. Множина службових продукцій: $P_0 = \{p^0\}$. Множина продукцій: $P_1 = \{p_1^1, p_2^1, p_3^1\}$.

Список використаних джерел

1. *Пасічник В.* Застосування формальних граматик у моделюванні інформаційно-технологічного супроводу інклюзивного навчання осіб з особливими потребами / В. Пасічник, Т. Шестакевич // Інновац. комп. технол. у вищ. шк.: мат. 6-ї наук.-практ. конфер. – Львів : В-во Львівської політехніки, 2014. – 196 с.
2. *Нікольський Ю. В.* Дискретна математика / Ю. В. Нікольський, В. В. Пасічник, Ю. М. Щербина. – К. : Видавнича група ВНУ, 2007. – 368 с.

**МОДИФІКАЦІЯ МЕТОДУ ДИСКРЕТНИХ ТОКІВ ДЛЯ
ВИКОРИСТАННЯ ВЕКТОРНИХ РЕГІСТРІВ ПРОЦЕСОРУ ПК
ПРИ ЧИСЛОВОМУ МОДЕЛЮВАННІ ДИФРАКЦІЇ НА ЕКРАНАХ**

Паточкін Б. В., асп., Міщенко В. О., проф., д. т. н.

*Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна,
equilibrium2702@gmail.com, mischenko@univer.kharkov.ua*

Переваги алгоритмів за методами дискретних особливостей (МДО), рахуючи метод дискретних токів (МДТ) – 2D моделювання дифракції на системах ідеально провідних екранів – такі: простота формування матриці дискретної моделі явища, можливість застосувати для розв’язку відповідної лінійної системи схему гаусових виключень без переставлень. Для досягнення високої точності виникає потреба використовувати системи доволі великої розмірності N . Резервом слугують паралельні обчислення. За класичною моделлю комп’ютерної обробки даних прискорення обчислень у кращому разі дорівнює кількості процесорних ядер. Сучасний потужний процесор, скажімо, Intel core i5-4430, має їх тільки **4**. Але, діючи загалом за методом [1], вдалось модифікувати МДТ так, щоб досягти на **порядок кращого** результату (див. табл. 1). Прискорення за рахунок паралельності та оптимізації кешу [1] склало 6-10 разів, а за рахунок векторних реєстрів зросло додатково у 3-4 рази.

Табл. 1. Результати експерименту

N	базова реалізація	тайлінг і багато-поточність	+векторні реєстри	загальне прискорення
1000	5.17 с.	0.88 с.	0.33 с.	15.67
8978	6502.14 с.	525.49 с.	143.42 с.	45.34

Список використаних джерел

1. *Мищенко В. О.* Оптимизация компактной схемы Гаусса для многоядерных процессоров / В. О. Мищенко, Б. В. Паточкин // Вісник Харк. нац. ун-ту. – 2011. – № 981. – Сер.: Мат. моделювання. Інформаційні технології. АСУ. – Вып. 18. – С. 70-81.

ПРОГНОСТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕРИТОРІАЛЬНОГО РОЗВИТКУ

Патракесв І. М., доц., к. т. н.

Київський національний університет будівництва і архітектури,

ipatr59@yandex.ua

Планування територіального розвитку великого міста є особливий вид практичної діяльності – планової роботи, яка складається з розробки стратегічних рішень (у формі прогнозів, проектів, програм та планів), що передбачають висування таких цілей і стратегій прийняття рішень, реалізація яких забезпечує ефективне функціонування міста в довгостроковій перспективі [1].

Побудова моделей таких складних систем, відображення переходу кожного елементу, підсистеми та системи в цілому з одного стану в інший представляє значні труднощі. Традиційні методи, в силу своєї аксіоматики, не пристосовані до вирішенням подібного роду завдань. Використовування багатого досвіду і інтуїції кваліфікованих фахівців значно впливає на адекватність моделі, істотно спрощує її, що веде до зниження достовірності отриманих результатів [1]. У зв'язку з цим для обробки даних і формування сценаріїв територіального розвитку великих міст доцільно використовувати моделі які ґрунтуються на інтеграції геоінформаційних систем, однорідних структур та штучних багат шарових нейронних мереж [3].

В останні десятиліття *однорідні структури* (ОС; основний синонім – клітинні автомати; у англomовній термінології відповідно – *Homogeneous Structures* і *Cellular Automata*) стали потужним засобом для моделювання складних систем. Однорідні структури є формалізацією поняття нескінченних регулярних чарунок з ідентичними властивостями, які інформаційно пов'язані один з одним однаковою чином в тому сенсі, що кожна чарунка може безпосередньо отримувати інформацію від цілком визначеної для неї кінцевої безлічі сусідніх чарунок (*Cellular Automata*). При цьому, сусідство розуміється не в геометричному, а в інформаційному плані. Сусідство одиничних автоматів вста-

новлюється постійним для кожної чарунки і визначається спеціальним вектором – індексом сусідства.

Однією з основних і найбільш важливих особливостей моделей побудованих на основі однорідних структур (ОС-моделей) є той факт, що такі моделі можуть моделювати складну просторову динаміку розвитку території. Більш того, використання ОС-моделей дозволяє моделювати динамічні процеси у просторі та часі які пов'язані з розвитком території.

Інтегрування багатoshарових штучних нейронних мереж (БШНМ) з ОС-моделями дозволяє визначити вірогідність розвитку для кожного одиничного клітинного автомата (ОКА), поточний стан якого визначається значеннями множини вхідних атрибутів [2].

В якості висновків треба відмітити, що багатoshарові нейронні мережі можуть ефективно інтегруватися з однорідними структурами для моделювання динаміки зміни землекористування що в свою чергу впливає на динаміку розвитку території та результати моделювання можуть використовуватися при прийнятті рішень з планування та прогнозування територіального розвитку.

Список використаних джерел

1. *Палеха Ю. Н.* Геоинформационная составляющая регионального градостроительного проектирования – современное состояние и перспективы развития / Ю. Н. Палеха // Ученые записки Таврического национального университета им. В. В. Вернадского. География. – 2010. – Вып. 23 (61), №1. – С. 105-117.
2. *Уоссермен Ф.* Нейрокомпьютерная техника: теория и практика / Ф. Уоссермен; перевод на русский язык Ю. А. Зуев, В. А. Точенов – М. : Мир, 1992. – 184 с.
3. *Batty M.* Urban Analysis in a GIS Environment: Population Density Modeling Using ARC/INFO / M. Batty, Y. Xie; in A. S. Fotheringham and P. A. Rogerson (editors) // Spatial Analysis and GIS. – London : Taylor and Francis, 1994. – P. 189-219.

**ІДЕНТИФІКАЦІЯ ОБ'ЄКТІВ У ВІДЕОПОТОКАХ
НА ОСНОВІ МІР ПОДІБНОСТІ ОЗНАК ПОЯВИ І
ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ ОЗНАК**

**Пелешко Д. Д., проф., д. т. н., Іванов Ю., асп.,
Маковейчук О. М., к. т. н., Ізонін І. В., асп.**

Національний університет «Львівська політехніка», yuriy.ivanov@email.ua

У відеопотоках автоматизованих систем відеоспостереження супровід об'єктів ускладнюється тим, що рухомі об'єкти можуть тимчасово зникати із полів зору усіх відеокамер, тобто перебувати у «сліпих зонах», а також у зонах перетину полів зору двох або більше відеокамер. Для ідентифікації таких об'єктів запропоновано метод, що базується на визначенні множини мір подібності ознак появи, та просторово-часових ознак та обчисленні коефіцієнта подібності рухомого об'єкту.

Типово об'єктом уваги у системах відео спостереження є сегментований рухомий об'єкт [1], який у деякий момент часу t_1 зникає з поля зору попередньої камери і у момент часу t_2 з'являється у полі зору поточної камери. Набір усіх сегментованих рухомих об'єктів відеопотоку, що з'являються у полі зору поточної камери у момент часу t_2 , утворюють деяку скінченну множину. Елементи цієї множини є об'єктами-претендентами.

Для кожного об'єкта-претендента B_j , що з'являється у зоні спостереження поточної камери, формується множина мір подібності ознак появи і просторово-часових ознак, множина вагових коефіцієнтів і обчислюється коефіцієнт подібності за виразом:

$$\hat{B}_j = \arg \max_{B_j} \sum_{B_j \in \{1 \dots N\}} w_{B_j} F_{B_j},$$

де N – кількість об'єктів-претендентів у зоні спостереження камери, F_{B_j} – множина мір подібності, w_{B_j} – множина вагових коефіцієнтів.

Список використаних джерел

1. Пошук траєкторій рухомих об'єктів для автоматизованих систем відеоспостереження / Д. Д. Пелешко, Ю. С. Іванов, А. М. Ковальчук, М. З. Пелешко // Вісник НУ «ЛП»: Комп'ютерні науки та інформаційні технології. – Львів, 2012. – № 744. – С. 239-242.

РЕЗОНАНСНА ДИНАМІКА НЕІДЕАЛЬНОЇ ДИСИПАТИВНОЇ СИСТЕМИ З НЕЛІНІЙНИМ ВІБРОГАСНИКОМ

Плаксій К. Ю., асп., Міхлін Ю. В., проф., д. ф.-м. н.

*Національний технічний університет
«Харківський політехнічний інститут»,
plaksiyYA@rambler.ru*

Розглянута динамічна система з малою дисипацією, що представлена пружною підсистемою з нелінійним віброгасником малої маси та неідеальним джерелом енергії у вигляді двигуна. Динаміка неідеальної системи досліджена на основі концепції нелінійних нормальних форм Каудерера-Розенберга [1] для випадків зовнішніх резонансів на власних частотах коливальної підсистеми та при одночасному зовнішньому та внутрішньому резонансах. До системи була застосована методика зведення до редукованої системи відносно її повної енергії, арктангенса відношення амплітуд та різниці фаз розв'язків. Результати дослідження показали, що в околі зовнішнього резонансу з першою власною частотою спостерігається локалізація енергії системи на першій головній координаті, в околі зовнішнього резонансу з другою власною частотою енергія системи локалізується на другій головній координаті, а у випадку одночасного зовнішнього та внутрішнього резонансів не спостерігається локалізації енергії, а рух системи наближується до форми зв'язаних коливань. Отримані умови біфуркацій в околі резонансів – появи так званих перехідних форм коливань, що реалізуються для одиничних моментів часу. Отримані умови локалізації енергії на віброгаснику та проаналізовані сприятливі та несприятливі для віброгасіння випадки.

Список використаних джерел

1. *Rosenberg R. M. On nonlinear vibrations of systems with many degrees of freedom / R. M. Rosenberg // Advances of Applied Mechanics – 1966. – Vol. 9. – P. 156-243.*

**ВИКОРИСТАННЯ БАГАТОСІТКОВИХ МЕТОДІВ
ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ ОБЕРНЕНИХ МОДЕЛЬНИХ ЗАДАЧ
НА КОНФОРМНІ ВІДОБРАЖЕННЯ**

Пригорницький Д. О., доц., к. т. н.

Рівненський державний гуманітарний університет, u4f@mail.ru

Перевагою методу конформних та квазіконформних відображень розв'язування задач теорії фільтрації [1] є те що область, в якій розв'язується результуюча задача, є об'єднанням скінченної кількості прямокутних областей і допускає використання добре пророблених числових сіткових методів. З іншого боку недоліком даного методу є те, що у випадку великої різниці між розмірами контурів – границь вихідної фізичної області або їх високого ступеня нелінійності для забезпечення належної точності розв'язку у примежових зонах необхідно використовувати сітку із надзвичайно великою кількістю вузлів. При цьому розв'язати задачу за прийнятний час стає складно.

Зважаючи на те, що основні обчислення припадають на ітераційне розв'язування великої розрідженої системи лінійних рівнянь (апроксимацій рівнянь Лапласа або їх аналогів), з метою підвищення швидкості збіжності загального ітераційного процесу пропонується скористатися перевагами багатосіткових методів [2], які, принаймні з теоретичної точки зору, є асимптотично оптимальними (кількість ітерацій в них для досягнення заданої точності не залежить від розміру сітки).

Список використаних джерел

1. *Бомба А. Я.* Чисельне розв'язання нелінійних модельних крайових задач на квазіконформні відображення з післядією / А. Я. Бомба, Д. О. Пригорницький, В. В. Скопечкий // Доповіді НАН України. – 2004. – №3. – С. 62-68.
2. *Wesseling P.* An Introduction to Multigrid Methods / P. Wesseling. – Chichester : John Wiley & Sons Inc., – 1992. – 296 p.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ
ПОМ'ЯКШЕННЯ ВОДИ НА ІОНООБМІННОМУ ФІЛЬТРІ**

Присяжнюк І. М., доц., к. т. н.

*Рівненський державний гуманітарний університет,
igor_pri@mail.ru*

Розглянемо наступну модельну задачу процесу пом'якшення води зверху вниз через шар катіоніту в іонообмінному фільтрі (принцип роботи заснований на заміщенні катіонів кальцію та магнію на катіони натрію), ускладненого наявністю механічного забруднення:

$$\begin{aligned} v(x) \cdot Cs_x(x, t) + \gamma_s(u) \cdot F_s(x, t) + \sigma(u)Cs_t &= 0, \\ Us_t - \gamma_s(u) \cdot F_s(x, t) = 0, \quad N_t + 2\gamma_s(u) \cdot F_s(x, t) &= 0 \\ v(x) \cdot c_x(x, t) + \gamma(x) \cdot F(x, t) + \sigma(u)c_t &= 0, \\ u_t - \gamma(x) \cdot F(x, t) &= 0, \end{aligned}$$

де $0 < x_* \leq x \leq x^* < \infty$, $0 < t < \infty$, $Cs(x, t)$ – концентрація іонів жорсткості у воді, що фільтрується, $Us(x, t)$ – концентрація іонів жорсткості, що осідають в фільтрі, $N(x, t)$ – концентрація іонів натрію в іонообмінній смолі, $c(x, t)$ – концентрація механічного забруднення у воді, що фільтрується, $u(x, t)$ – концентрація механічних забруднень, що залишаються в іонообмінній смолі, $\gamma_s(x)$ та $\gamma(x)$ – функція швидкості масообміну іонів жорсткості та механічних забруднень відповідно, c_*^* – концентрація граничного насичення, Cs_* , Cs_0^0 , c_* , c_0^0 – задані достатньо гладкі, узгоджені між собою в точці $(x_*, 0)$ функції. Функція $F_s(x, y)$ та $F(x, y)$ встановлює зв'язок між концентраціями вилучених із рідини та осілих у фільтрі механічних забруднень та солей жорсткості забруднень.

Крайові та граничні умови мають вигляд:

$$\begin{aligned} Cs|_{x=x_*} &= Cs_*(t), \quad Cs|_{t=0} = Cs_0^0(x), \quad Us|_{t=0} = 0, \\ c|_{x=x_*} &= c_*(t), \quad c|_{t=0} = c_0^0(x), \quad u|_{t=0} = 0, \end{aligned}$$

На основі отриманих розв'язків встановлено вплив забруднень на ефективний час роботи іонообмінного фільтра.

АПРОКСИМАЦІЯ ФУНКЦІЙ ДВОХ ЗМІННИХ МНОГОЧЛЕНАМИ ЯКОБІ

П'янило Г. М.¹, д. т. н., Васюник М. Є.¹, Васюник І. Р.²

¹ *Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем
механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України,*

² *Львівський національний університет імені Івана Франка,
m.vasiunyk@gmail.com*

В останній час для моделювання фізичних процесів все частіше використовується дробове (диференціальне та інтегральне) числення. Широкого вжитку воно набуло під час моделювання систем з пам'яттю, в теорії фракталів, у фізиці (механіці) суцільних середовищ тощо. При цьому аналітичні методи розв'язування задач, які виникають, будуються, зазвичай, на базі операційного числення. Однак тоді виникає не менш «легка» задача відновлення оригіналу. Іншим шляхом розв'язування задач є використання наближених або числових методів. Наближені методи мають ту перевагу, що вони виключають процедуру дискретизації і тому є менш чутливі до похибки вхідної інформації. Одним із таких наближених методів є спектральний у базисі многочленів Якобі.

Вважатимемо, що дискретні дані відомі в прямокутній області $x \in [x_0, x_k], y \in [y_0, y_k]$ з I зосередженими відборами (закачуваннями) газу через свердловини з відповідними параметрами. Шукана функція апроксимується ортогональним рядом за двома змінними:

$$p(x, y, 0) = p_0 \left(\frac{x}{x_k}, \frac{y}{y_k} \right) = w \left(\frac{x}{x_k} \right) w \left(\frac{y}{y_k} \right) \sum_{n,m=0}^{N,M} \frac{P_{n,m}}{r_n r_m} P_n^{(a,b)} \left(\frac{x}{x_k} \right) P_m^{(a,b)} \left(\frac{y}{y_k} \right).$$

Перейдемо від координат (x, y) до $\left(\frac{x}{x_k}, \frac{y}{y_k} \right)$ за формулами $\frac{x}{x_k} = (2x - x_0 - x_k) / (x_k - x_0)$, $\frac{y}{y_k} = (2y - y_0 - y_k) / (y_k - y_0)$, тобто $\frac{x}{x_k} \in [-1, 1]$, $\frac{y}{y_k} \in [-1, 1]$. Значення коефіцієнтів $p_{n,m}$ можна обчислити за значеннями тиску в точках розміщення свердловин різними способами.

ЗАСТОСУВАННЯ БІОРТОГОНАЛЬНИХ РОЗКЛАДІВ ДЛЯ РІШЕННЯ РІВНЯНЬ ПАРАБОЛІЧНОГО ТИПУ

П'янило Я. Д.¹, д. т. н., Собко В. Г.², ст. викл.

¹Центр математичного моделювання Інституту прикладних проблем
механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України

²Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка
Степана Дем'янчука, vg_sobko@ukr.net

Спектральні методи використовуються для розв'язування широкого класу задач математики і механіки. На цей час є незначна кількість робіт, присвячених дослідженню та використанню біортогональних розкладів. Однією з причин є те, що в літературі є незначна кількість побудованих біортогональних базисів, причому вони є малодослідженими.

Метою праці є дослідження властивостей квазіспектральних поліномів [1] і апробація їх застосування для розв'язування прикладних задач. Числовий експеримент проведено на наступній модельній задачі.

Необхідно знайти рішення рівняння для $x \in [-1, 1]$, $t \in [0, \infty)$:

$$\frac{\partial^2 f(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{a^2} \frac{\partial f(x, t)}{\partial t} = 0$$

за крайових умов:

$$f(x, 0) = 0, \quad f(-1, t) = \sqrt{\pi} / (a\sqrt{t}), \quad f(1, t) = 0.$$

Рішення задачі знайдено у вигляді ряду:

$$f_{n+1}^{\%}(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) (V_i^{n+\bar{i}}(x) + \gamma_i T'_{n+1+\bar{i}}(x)),$$

де $V_i^{n+\bar{i}}(x)$ – біортогональні многочлени порядку $n + \bar{i}$, $T_n(x)$ – мно-

гочлени Чебишева, а $q_{2i-\bar{i}}(t) = -\frac{\pi^{\frac{3}{2}} C_2^{2i-1+\bar{i}}}{2^{2\bar{i}+1} \sqrt{\lambda_{2i-1+\bar{i}}^n} N_{2i-\bar{i}}} e^{-\frac{a^2}{\lambda_{2i-1+\bar{i}}^n} t} \sqrt{\lambda_{2i-1+\bar{i}}^n} \int_0^{\sqrt{t}} e^{q^2} dq$,

$$\gamma_{2i-\bar{i}} = -\tau_{2i-1+\bar{i}}^n.$$

Список використаних джерел

1. П'янило Я. Д. Побудова та дослідження біортогональних поліномів на базі многочленів Чебишева / Я. Д. П'янило, В. Г. Собко // Прикл. проблеми мех. і мат. – 2013. – Вип. 11. – С. 135-141.

**НАБЛИЖЕНО-АНАЛІТИЧНЕ РІШЕННЯ ЗАДАЧІ
ФІЛЬТРАЦІЇ НАФТИ І ГАЗУ В БАГАТОШАРОВОМУ
ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ**

Равшанов Н., зав. лаб., д. т. н.

*Ташкентський університет інформаційних технологій,
ravshanzade-09@mail.ru*

Проблема проектування та розробки нафтових і газових родовищ у даний час тягне необхідність усе більш повного використання адекватних математичних моделей, числових алгоритмів і їхніх програмних засобів.

Для дослідження процесів розробки нафто- і газових родовищ розроблено математичну модель і наближено-аналітичний алгоритм розв'язання тривимірної задачі фільтрації. При цьому тривимірні рівняння в частинних похідних, що описують процес фільтрації флюїдів в багат шаровому пористому середовищі, зводяться до одновимірних диференціальних рівнянь, що дозволяє обчислити перепади тиску в кожному шарі залежно від гідрогеологічних параметрів фільтраційних шарів і дебітів функціонуючих свердловин [1].

Для обчислення напору в кожній точці кожного мінливого за часом шару отримана розрахункова формула, яка визначає процес масообміну між шарами в залежності від режимів роботи свердловин і гідрогеологічних параметрів фільтраційних шарів.

Проведені числові розрахунки показали, що застосування методу прямих для вирішення багатовимірних задач фільтрації флюїдів в багат шаровому пористому середовищі призводить до зменшення обсягу обчислень та економії машинного часу для їх реалізації на ЕОМ.

Список використаних джерел

1. *Равшанов Н.* Моделирование процесса фильтрации трехфазной смеси «нефть-газ-вода» в пористых средах / Н. Равшанов, Н. Курбонов // *Технология материалов.* – Москва : Изд-во ИНГН, 2014. – № 2. – С. 3-13.

ВИКОРИСТАННЯ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ ДЛЯ КЛАСИФІКАЦІЇ МІКРООРГАНІЗМІВ ПРИ КОНТРОЛІ ЯКОСТІ ВОДИ

Реут Д. Т., асп.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, dima.reut@gmail.com*

Контроль екологічного стану поверхневих вод потребує регулярного вимірювання фізичних, хімічних та біологічних показників якості води. Визначення біологічні показників якості вимагає спостереження зразку води під мікроскопом, пошуку, ідентифікації, класифікації та обчислення концентрації організмів кожної групи у воді.

Для зменшення часу аналізу проби замість ручного аналізу пошук та ідентифікація мікроорганізмів у воді здійснена раніше [1] обробкою зображення з цифрового мікроскопа за допомогою комп'ютерного зору. Визначення належності до окремих груп гідробіонтів (класифікацію) мікроорганізмів пропонується виконувати з використанням нечіткої логіки: для кожного ідентифікованого мікроорганізму обчислюються параметри форми (компактність, ексцентриситет, радіус середньої лінії тощо) та розподілу кольору, за якими, використовуючи базу правил з типовими параметрами організмів кожної групи, обчислюється приналежність даного мікроорганізму до конкретної групи. За відомими розмірами поля зору та товщиною шару води обчислюються концентрації кожної групи мікроорганізмів.

Список використаних джерел

1. *Реут Д. Т.* Використання комп'ютерного зору для оцінки кількості мікропланктону в поверхневих водах / Д. Т. Реут, В. В. Древецький / Матеріали всеукраїнської наукової конференції «Сучасні проблеми математичного моделювання та обчислювальних методів». – Рівне: НУВГП, 2013. – С. 152.

**ОЦІНКА ЗНАЧУЩОСТІ АВАРІЙНИХ ПОДІЙ
В СКЛАДНИХ ІНЖЕНЕРНИХ СИСТЕМАХ НА ОСНОВІ
БАЙЄСІВСЬКОГО ПЕРЕТВОРЕННЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ**

Романчук К. Г., Стефанишин Д. В., д. т. н.

*Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору
НАН України, c.romanчук@mail.ru, dvstefanyshyn@yahoo.com*

Оцінка аварійних подій за значущістю дозволяє контролювати ймовірність та ризик аварії в інженерній системі та управляти її надійністю і безпекою за рахунок заходів, які будуть найбільш ефективними для підвищення надійності і безпеки системи в цілому.

Пропонується метод оцінки значущості за Фусселем – Веслі аварійних подій в складній інженерній системі в рамках сценарного підходу до оцінки ймовірностей і ризику збитків системних аварій з використанням байєсівського перетворення ймовірностей [1], який дозволяє здійснювати ідентифікацію пріоритетних чинників аварійності та факторів, що визначають надійність і безпеку індивідуальної системи.

Дослідження проводилися на прикладі оцінки значущості аварійних подій, що можуть призвести до аварійного переповнення водосховища-охолоджувача Хмельницької АЕС [2].

Список використаних джерел

1. *Стефанишин Д. В.* Логіко-ймовірнісна оцінка ризику збитків від аварійного виливу води з басейну добового регулювання Зарамагської ГЕС-1 / Д. В. Стефанишин, К. Г. Романчук // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2013. №3. – С. 130-141.
2. *Романчук К. Г.* Імовірнісний аналіз причин аварійного переповнення водосховища-охолоджувача Хмельницької АЕС / К. Г. Романчук, Д. В. Стефанишин // Екологічна безпека та природокористування. Зб. наук. праць. – Вип. 14. – Київ : КНУБА, ІТГП НАНУ, 2014. – С. 86-94.

**ПРО КОРЕКТНУ РОЗВ'ЯЗНІСТЬ НЕЛОКАЛЬНОЇ
КРАЙОВОЇ ЗАДАЧІ ДЛЯ РІВНЯННЯ ЛАВРЕНТЬЄВА–БИЦАДЗЕ**

Савка І. Я.^{1,2}, к. ф.-м. н., Гой Т. П.², к. ф.-м. н.

¹*ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України,*

²*Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
s-i@ukr.net, tarasgoy@yahoo.com*

В області $Q=\{t \in (0, T), x \in (-1, 1)\}$ досліджується крайова задача:

$$u_{tt} + \operatorname{sgn} x \cdot u_{xx} = 0, \quad u(t, \pm 1) = 0, \quad u(t, +0) = u(t, -0), \quad u_x(t, +0) = u_x(t, -0), \quad (1)$$

$$U_i[u] \equiv a_{i1}u(0, x) + a_{i2}u(T, x) + b_{i1}u_t(0, x) + b_{i2}u_t(T, x) = y_i(x), \quad i=1, 2, \quad (2)$$

де $a_{ij}, b_{ij} \in \mathbf{R}$, $y_i \in L_2(-1, 1)$, а форми $U_1[u]$, $U_2[u]$ – лінійно незалежні.

Позначимо через $X_k^+(x)$ і $X_k^-(x)$ власні функції задачі на власні значення $X''(x) = -I \operatorname{sgn} x \cdot X(x)$, $X(\pm 1) = 0$, $X(-0) = X(+0)$, $X'(-0) = X'(0)$,

які відповідають власним значенням $I_k^+ > 0$ і $I_k^- < 0$ відповідно, і нехай

$$H_q = \left\{ j(x) = \sum_{k=1}^{\infty} (j_k^+ X_k^+(x) + j_k^- X_k^-(x)) : \|j\|_{H_q}^2 = \sum_{k=1}^{\infty} |I_k^+|^{2q} (|j_k^+|^2 + |j_k^-|^2) < +\infty \right\},$$

де $j_k^\pm = (\operatorname{sgn} x \cdot j, X_k^\pm)$ – коефіцієнти Фур'є функції $j(x)$.

За допомогою метричного підходу встановлено, що умови коректної розв'язності задачі (1), (2) у просторі $C^2([0, T], H_q)$ виконуються для майже всіх (стосовно міри Лебега в \mathbf{R}) чисел $T > 0$ з умов (2).

Отримані результати узагальнюють результати робіт [1, 2], де досліджена коректність задачі (1), (2) для окремих випадків умов (2).

Список використаних джерел

1. *Захаров П. Е.* Нелокальная краевая задача для уравнения Лаврентьева-Бицадзе / П. Е. Захаров // Матем. заметки ЯГУ, 2005. – 12 (2). – С. 17–27.
2. *Пинигина Н. Р.* Об одной нелокальной краевой задаче для уравнения смешанного типа / Н. Р. Пинигина // Матем. заметки ЯГУ, 2010. – 17 (1). – С. 100-108.

**МЕТОД ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ У ЗАДАЧАХ
ЕЛЕКТРОРОЗВІДКИ ПОСТІЙНИМ СТРУМОМ**

Сапужак О. Я., вч. секр., к. ф.-м. н., Сироєжко О. В., пров. інж.

Карпатське відділення Інституту геофізики

ім. С. І. Субботіна НАН України, olgs@cb-igph.lviv.ua

Для розв'язання прямої задачі електророзвідки постійним струмом розглянемо півпростір, що містить скінченні області різної електропровідності з геометрично складними границями. Для знаходження розв'язку у кожній з областей матимемо рівняння Лапласа з контактними умовами неперервності потенціалу та густини струму на границях розділу і граничною умовою електроізоляції на поверхні півпростору. Використовуючи метод граничних елементів та фундаментальні розв'язки рівняння Лапласа для півпростору та для простору у областях, розв'язок задачі у кожній з областей можемо знайти як суму потенціалів та густин струму, створених джерелами на границях області та зовнішніми джерелами. Для врахування рельєфу поверхні розв'язок задачі будується аналогічно, лише з використанням фундаментального розв'язку рівняння Лапласа для простору в області зі складною електроізолюваною границею, що також ділиться на елементи, замість півпростору. Для інтерпретації даних спостережень електровозвідувальними методами постійного струму розроблено методику розрахунку коефіцієнтів та нормування результатів на основі описаної вище методики. Для вертикальних електричних зондувань запропоновано алгоритм розв'язку оберненої задачі на базі методу найшвидшого спуску. У випадку горизонтально-шаруватого півпростору пряма задача може розв'язуватись методами дзеркальних відображень, лінійної фільтрації та ін. Запропоновані методики та алгоритми дозволяють теоретично досліджувати особливості тривимірних геосередовищ та проводити інтерпретацію даних польових спостережень достовірніше, враховуючи вплив складних границь розділу.

**ПРО ІДЕНТИФІКАЦІЮ МАСООБМІННИХ КОЕФІЦІЄНТІВ
У ЗАДАЧІ ФІЛЬТРУВАННЯ РІДИН
ВІД БАГАТОКОМПОНЕНТНОГО ЗАБРУДНЕННЯ**

Сафоник А. П., к. т. н., доц.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, safonik@ukr.net*

Побудовано математичну модель процесу очищення рідин від багатоконпонентних забруднень магнітним фільтром, яка враховує зворотний вплив визначальних факторів процесу (концентрації забруднення рідини й осаду) на характеристики середовища (коефіцієнт пористості) і включає можливість визначення невідомого малого масообмінного коефіцієнта [2]. Запропоновано алгоритм розв'язку відповідної збуреної задачі, який, зокрема, припускає можливість визначення часу захисної дії фільтра (за заданими значеннями припустимих концентрацій на виході фільтра). Отримані результати моделювання корелюють з експериментальними даними [1], що підтверджує адекватність розробленої моделі.

У рамках даної моделі передбачається можливість автоматизованого контролю процесу ефективного осадження домішок у намагніченій фільтруючій насадці залежно від вихідних даних забрудненого водного середовища.

Список використаних джерел

1. *Bomba A. Ya. Identification of Mass Transfer Distribution Factor and Its Account for Magnetic Filtration Process Modeling / A. Ya. Bomba, A. P. Safonyk, E. A. Fursachik // Journal of Automation and Information Sciences. – Volume 45, 2013. – Issue 4. – P. 16-22.*
2. Сандуляк А. В. Электромагнитные фильтр-осадители: монография / А. В. Сандуляк, В. И. Гарашенко. – Львов : Высшая школа, 1982. – 70 с.

**АВТОМАТИЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ
МАГНІТНОГО ОСАДЖЕННЯ ДОМІШОК**

Сафоник А. П., к. т. н., доц., Таргоній І. М., студ.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, safonik@ukr.net, tamplier.targoniy.93@ukr.net*

Розроблено функціональну схему автоматизації для процесу очищення рідин від феромагнітних домішок [1], згідно якої керування системою відбувається переведенням потоку фільтруючої рідини між двома фільтрами. Під час фільтрування робочим фільтром інший «забруднений» автоматично проводить регенерацію [2].

Для регулювання концентрації домішок у рідкому середовищі використовується система, яка складається з двох фільтрів, чотирьох датчиків тиску, восьми регулюючих клапанів та програмованого логічного контролера TSX Micro 37-22 з модулями розширення TSX DEZ 12D2 та TSX DSZ 08R5, який виконує всі функції регулювання та контролю основних параметрів у проектованій системі автоматизації та при даній конфігурації має чотири аналогові входи, дванадцять дискретних входів і чотири аналогові виходи, вісім дискретних виходів, яких достатньо для керування даною системою. В результаті функціонування запропонованої системи забезпечується постійна очистка рідини від феромагнітних домішок при змінній вхідній концентрації.

Список використаних джерел

1. *Сафоник А. П.* Комп'ютерне моделювання та автоматизація процесу магнітного очищення води / А. П. Сафоник, І. М. Таргоній // *Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал.* – 2014. – № 2 (83). – С. 117-122.
2. *Сафоник А. П.* Математичне моделювання процесів магнітного фільтрування і регенерації та оцінка їх ефективності / В. І. Гаращенко, А. П. Сафоник, О. В. Гаращенко // *Вісник Тернопільського державного технічного університету імені І. Пулюя.* – 2012.– № 2 (66).– С. 242–248.

**КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
ПРОЦЕСУ МАГНІТНОГО ОСАДЖЕННЯ ДОМІШОК**

Сафоник А. П., к. т. н., доц., Таргоній І. М., студ.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, safonik@ukr.net, tamplier.targoniy.93@ukr.net*

Розроблено математичну модель магнітного фільтра, яка дозволяє визначити час захисної дії фільтра при змінній концентрації феромагнітних домішок, що надходять у фільтр і перепад тиску, який виникає при цьому [1]. Проведено дослідження даної системи з використанням додатку Simulink та М-функції рдере програмного середовища Matlab. Наведені результати розрахунків розподілу концентрації домішок та осаду по довжині магнітного фільтра. Отримані результати моделювання з використанням додатку Simulink та М-функції рдере корелюють з експериментальними даними в [2], що підтверджує адекватність отриманих розрахунків.

На основі отриманих даних розроблено систему автоматизації, яка забезпечує допустиму концентрацію залізовмісних домішок на виході фільтра здійснюючи переведення потоку рідини між двома фільтрами системи.

Список використаних джерел

1. *Сафоник А. П.* Комп'ютерне моделювання та автоматизація процесу магнітного очищення води / А. П. Сафоник, І. М. Таргоній // Бионика интеллекта: науч.-техн. журнал. – 2014. – № 2 (83). – С. 117-122.
2. *Сандуляк А. В.* Электромагнитные фильтр-осадители: монография / А. В. Сандуляк, В. И. Гаращенко. – Львов : Висшая школа, 1982. – 70 с.

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ІЗ ВИКОРИСТАННЯМ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ПРОБЛЕМИ НА ВЛАСНІ ЗНАЧЕННЯ

Сачук Ю. В., асп.

*Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки,
sachykyra@gmail.com*

Фундаментальні та теоретичні дослідження в галузі лінійної алгебри зокрема в теорії матриць, є практичним інструментом для чисельного розв'язку математичних моделей. Математичне моделювання дозволяє замінити експерименти з реальними об'єктами експериментами з їх математичними моделями.

Механіка деформівного твердого тіла є однією із практичних галузей науки, в якій проблема контактних задач із урахуванням зношування матеріалу зводиться до розв'язку узагальненої задачі на власні значення. Також узагальнена проблема на власні значення використовується при описі моделей для оптимізації та управління ризиками в енергетиці перетворення мереж, для аналізу великих інтегральних схем, а також при дослідженні фотонних кристалів.

Для вищезгаданої задачі немає розроблених аналітичних методів для отримання власних значень і власних векторів. У зв'язку із практичною важливістю згаданих задач в даний час активно розвиваються наближені методи розв'язування цієї проблеми [1, с. 402], з подальшою їх практичною реалізацією в різних програмних системах у вигляді додаткових модулів та вбудованих спеціалізованих бібліотек [2, с. 292].

Список використаних джерел

1. *Golpar-Raboky E.* WZ-factorization via Abaffy-Broyden-Spedicato algorithms / E. Golpar-Raboky, N. Mahdavi-Amiri // Bulletin of the Iranian Mathematical Society. – 2014. – Vol. 40, № 2. – P. 399–411.
2. *Горбаченко В. И.* Вычислительная линейная алгебра с примерами на MATLAB / В. И. Горбаченко. – СПб.: БХВ-Петербург – 2011. – 320 с.

**НОВІ АЛГОРИТМИ ДЛЯ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ
З МОНОТОННИМИ ОПЕРАТОРАМИ**

Семенов В. В., проф., д. ф.-м. н.

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
semenov.volodya@gmail.com*

У доповіді планується зробити огляд результатів робіт [1-5], в яких запропоновано та обґрунтовано ряд нових алгоритмів розв'язання варіаційних нерівностей вигляду:

$$\text{знайти } x \in C : (Ax, y - x) \geq 0 \quad \forall y \in C,$$

де C – замкнена опукла підмножина гільбертового простору H , $A: H \rightarrow H$ – монотонний та ліпшицевий оператор. Основна увага буде приділена техніці доведення збіжності алгоритмів та формулюванню нових питань.

Список використаних джерел

1. *Ляшко С. И.* Экономичная модификация метода Корпелевич для монотонных задач о равновесии / С. И. Ляшко, В. В. Семенов, Т. А. Войтова // Кибернетика и системный анализ. – 2011. – № 4. – С. 146-154.
2. *Малицкий Ю. В.* Вариант экстраградиентного алгоритма для монотонных вариационных неравенств / Ю. В. Малицкий, В. В. Семенов // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – № 2. – С. 125-131.
3. *Семенов В. В.* Гибридные методы расщепления для системы операторных включений с монотонными операторами / В. В. Семенов // Кибернетика и системный анализ. – 2014. – № 5. – С. 104-112.
4. *Семенов В. В.* Сильно сходящийся метод расщепления для системы операторных включений с монотонными операторами / В. В. Семенов // Проблемы управления и информатики. – 2014. – № 3. – С. 22-32.
5. *Malitsky Yu. V.* A hybrid method without extrapolation step for solving variational inequality problems / Yu. V. Malitsky, V. V. Semenov // Journal of Global Optimization. – 2015, Volume 61. – Issue 1. – P. 193-202.

**АЛГОРИТМИ ДЕКОМПОЗИЦІЇ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧ
ЧАСТКОВО КОМБІНАТОРНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ****Семенов В. В., мол. наук. співроб., Олійник С. В., асп.***Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова НАН України,**Київський національний університет ім. Т.Шевченка,**hunt.semenov@gmail.com, svetlana22.07@mail.ru*

Найбільш перспективні методи розв'язання задач комбінаторної оптимізації складають окрему область поліедральної комбінаторики [1, 2]. Загальна ідея цих методів полягає у встановленні зв'язку екстремальних комбінаторних з задачами лінійного програмування та методами їх розв'язання. Розглядається задача частково дискретної оптимізації з урахуванням комбінаторних властивостей області допустимих розв'язків вигляду $\min \{c^T x + f(y) \mid Ax + F(y) \geq b, x \geq 0, y \in S\}$. Оскільки задача лінійна по x при фіксованих значеннях y , логічно розв'язувати її шляхом фіксації y , розв'язання задачі лінійного програмування відносно x , отримання кращого значення вектора комбінаторних змінних y тощо. Процес розв'язання зводиться до послідовного знаходження розв'язків двох підзадач: лінійної та комбінаторної оптимізації. Побудовано та обгрунтовано декомпозиційні алгоритми точного та наближеного розв'язання частково комбінаторних задач, засновані на поєднанні ідей методу Бендерса та поліедрального підходу для задач комбінаторної оптимізації. Використаний підхід дає можливість застосовувати класичні методи неперервної оптимізації до розв'язання частково комбінаторних задач на множині перестановок та розвивати нові методи розв'язання, використовуючи властивості комбінаторних множин та їх опуклих оболонок.

Список використаних джерел

1. Семенова Н. В. Векторні задачі дискретної оптимізації на комбінаторних множинах: методи дослідження та розв'язання / Н. В. Семенова, Л. М. Колечкіна. – Київ : Наукова думка, 2009. – 266 с.
2. Стоян Ю. Г. Теорія і методи евклідової комбінаторної оптимізації / Ю. Г. Стоян, О. О. Ємець. – К. : Ін-т систем. досліджень освіти, 1993. – 188 с.

**БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНА МОДЕЛЬ ВИБОРУ ЗАХОДІВ
ЕНЕРГОЗАОЩАДЖЕННЯ В РЕГІОНАЛЬНИХ ПРОГРАМАХ**

Семенова Н. В., пров. наук. співр., д. ф.-м. н.,

Чайка Д. О., асп.

Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова НАН України,

nvsemenova@meta.ua, dasha.chayka@gmail.com

Однією з важливих задач прийняття рішень при формуванні регіональних програм модернізації комунальної теплоенергетики України [1, 2] є встановлення набору заходів, впровадження яких дасть максимальний ефект за визначеними критеріями. Задачу вибору заходів в регіональних програмах модернізації комунальної теплоенергетики формалізуємо наступним чином. Нехай n – кількість заходів, рекомендованих до впровадження в даному регіоні, v_j – запропонований обсяг впровадження j -го заходу, $x_j = 1$, якщо j -ий захід реалізується і $x_j = 0$ у протилежному випадку, $j \in N_n = \{1, \dots, n\}$. Сформуємо векторний критерій $F = (f_1(x), \dots, f_1(x))$. Критерій $f_1(x)$ максимізує зниження витрат природного газу, що досягається внаслідок впровадження заходів регіональної програми $f_1(x) = \sum_{j=1}^n c_{1j} x_j \rightarrow \max$, тут c_{1j} – обсяг скорочення витрат природного газу завдяки виконанню заходу j . Критерій $f_2(x)$ максимізує зниження викидів карбону в атмосферу, що досягається в результаті виконання заходів програми $f_2(x) = \sum_{j=1}^n c_{2j} x_j \rightarrow \max$, де c_{2j} – обсяг зниження викидів карбону для заходу j . Критерій $f_3(x) = \sum_{j=1}^n c_{3j} x_j \rightarrow \max$ максимізує надійність системи теплопостачання за рахунок виконання заходів регіональної про-

грами, тобто максимізує сумарну величину зменшення ризику відмови елементів системи при виконанні цих заходів. Тут c_{3j} – величина зменшення ризику відмови елемента системи тепlopостачання при запровадженні заходу j . Маємо наступну множину обмежень:

а) на наявні фінансові ресурси, виділені для виконання регіональної програми $\sum_{j=1}^n a_{1j}x_j \leq b_1$;

б) на термін окупності заходів $\max_{j=1,n} a_{2j}x_j \leq b_2$;

в) $x_j \in \{0,1\}$, $j \in N_n$. Тут a_{1j} – витрати, необхідні для впровадження заходу j ; b_1 – фінансові ресурси, виділені на реалізацію заходів; a_{2j} – термін окупності заходу j ; b_2 – бажаний термін окупності заходів.

Парето-оптимальні розв'язки описаної багатокритеріальної задачі визначають заходи регіональної програми, які слід виконати для максимального скорочення використання природного газу, зниження викидів шкідливих речовин в атмосферу і покращення надійності системи тепlopостачання з урахуванням обмежень на обсяг фінансування і термін окупності.

Використання побудованої багатокритеріальної математичної моделі підвищує ефективність прийняття рішень при реалізації регіональних програм модернізації комунальної теплоенергетики.

Список використаних джерел

1. Пріоритети Національної стратегії теплозабезпечення населених пунктів України / Б. Є. Патон, А. А. Долінський, В. М. Геєць та ін. // Вісник НАН України – 2014. – № 9. – С. 29-47.
2. Комунальна теплоенергетика України: стан, проблеми, шляхи модернізації: Монографія в 2-х томах / За ред. А. А. Долінського, Б. У. Баска. – К. : Тов. «Поліграф-Сервіс», 2007. – 826 с.

**ВИКОРИСТАННЯ ДАНИХ СПОСТЕРЕЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО
СТАНУ ГІРСЬКИХ ПОРІД ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОГО
МОДЕЛЮВАННЯ СЕЙСМОЕЛЕКТРИЧНИХ ЕФЕКТІВ
ПЕРШОГО Й ДРУГОГО РОДІВ**

Сенчина А. Ф., пров. інж.

Карпатське відділення Інституту геофізики ім. С. І. Субботіна

НАН України, senchyna@ukr.net

Оскільки сейсмоелектричні ефекти у пружному середовищі пов'язані переважно з нелінійними процесами, для побудови математичної моделі взаємодії пружних і електромагнітних полів використано методи статистичної обробки інформації. Отримано неперервні дані спостереження імпульсного електромагнітного поля на двох частинах еталонної ділянки з відомими фізичними властивостями середовища, причому в одній частині одновимірного об'єкту спостерігався сейсмоелектричний ефект першого, в іншій – другого роду. Здійснено перетворення Фур'є повного масиву даних та розділеного згідно з властивостями на два інтервали, в результаті отримано функції Бесселя нульового порядку з різними значеннями коефіцієнтів. Оскільки функція Бесселя є формалізованим розв'язком диференційного рівняння, яке моделює певний фізичний процес, можна вважати, що її коефіцієнти характеризують властивості середовища і в даному випадку можуть бути застосовані при моделюванні нелінійних процесів взаємодії пружних та електромагнітних полів у геосередовищах. При цьому велика різниця цих коефіцієнтів (20-30 %) дає достатній запас стійкості розв'язку оберненої задачі для визначення роду ефектів з урахуванням фізичних неоднорідностей.

УДК 519.682.5

СТВОРЕННЯ IOS ДОДАТКУ ДЛЯ ВЗАЄМОДІЇ З СОЦІАЛЬНОЮ МЕРЕЖЕЮ FACEBOOK ТА КАРТАМИ APPLE

Сівак С. О., маг., Сопронюк Т. М., к. ф.-м. н., доц.

Чернівецький національний Університет ім. Ю. Федьковича,

serhei.sivak@gmail.com, sopronyuk@gmail.com

Метою даного проекту є створення мобільного додатку, за допомогою якого користувачі можуть знаходити через мережу Facebook культурно-оздоровчі та спортивні заклади всього світу, писати відгуки та отримувати найкоротший маршрут до них за допомогою карт Apple.

Створена програма дозволяє здійснювати пошук спортивних клубів та культурно-оздоровчих закладів, обмінюватись порадами та рекомендаціями. За допомогою додатку користувач може додати заклад у список улюблених, завжди доступних. Також є можливість задавати місцеположення за допомогою адреси, якщо немає дозволу для використання місцеположення.

Додаток є нативним, написаний мовою Objective C [1]. Середовище розробки – XCode 6. Підтримуються пристрої iPhone 4/4s, iPhone 5/5s, iPhone 6/6 plus із iOS 7 і вище.

Для авторизації в мережі Facebook та реалізації пошуку закладів використовується Graph API. У додатку організовано використання запити на використання профілю користувача та розміщення публікацій на сторінці користувача. Дані зберігаються у локальній базі даних пристрою за допомогою CoreData [1], що по суті є інструментом розробки, фреймворком, ORM. Для роботи з геолокацією використовується фреймворк CoreLocation [1]. В якості технології відображення вибрано Storyboards [1].

Список використаних джерел

1. *Franco Lou. Hello! IOS Development / Lou Franco, Eitan Mendelowitz // Manning Publications Co. – 2013. – 344 p.*

ВИКОРИСТАННЯ FACEBOOK ТА КАРТ GOOGLE MAPS В ANDROID ДОДАТКУ

Солонар Ю. М., маг., Сопронюк Т. М., к. ф.-м. н., доц.
Чернівецький національний Університет ім. Ю. Федьковича,
msue373737@gmail.com, sopronyuk@gmail.com

У вищих навчальних закладах часто використовується програми обміну студентами. Щоб полегшити процес адаптації студентів до нового місця навчання розроблено даний проєкт.

Додаток працює під операційною системою Android, він написаний мовою програмування Java [1], хоча аналогічний додаток можна реалізувати у середовищі Embarcadero.

Для організації взаємодії користувача (студента) із його друзями було використано Facebook SDK for Android. Фреймворк дав можливість інтегрувати існуючий акаунт користувача та його друзів, а також здійснювати пошук необхідних місць, в залежності від обраних категорій.

Оскільки у Android є можливість відкривати карту із обраним місцем положення та навіть знаходити мінімальний шлях до необхідного місця, то для даної цілі було обрано карти Google maps.

Для визначення координат користувача використано Google Location Services API. Зазначимо, що єдиною вимогою до використання цього фреймворку є встановлення заздалегідь Google Play Service. Для отримання місцеположення за допомогою фреймворку було обрано підхід – очікування на оновлене місцеположення, а не отримання останнього. Фреймворк надає можливість використовувати як одну службу отримання місцезнаходження, так і дві одночасно, також працювати в економному для батареї режимі.

Список використаних джерел

1. Эккель Б. Философия Java. Библиотека программиста. 4-е изд. / Б. Эккель. – СПб. : Питер, 2009. – 640 с.

**ПРО ОДНУ МАТЕМАТИЧНУ МОДЕЛЬ
ІНФОРМАЦІЙНОГО РУЙНУВАННЯ СУСПІЛЬСТВА
ПІД ВПЛИВОМ АГРЕСИВНИХ ФАКТОРІВ**

Степанченко О. М., к. т. н., доц.,

Мартинюк П. М., к. ф.-м. н., доц.,

Сідлярук І. О., студ.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, martinjuk@ukr.net*

Суспільство – це соціальна самодостатня система, заснована на взаємовідносинах людей в процесі реалізації особистих потреб. Нація та держава – це суб'єкти соціального спілкування в суспільстві. Під завданням агресивних сил будемо розуміти цілеспрямоване послаблення внутрішніх зв'язків для погіршення економіки, послаблення політичної влади та анексії частини території. Основним фактором, на який діє агресивний інформаційний вплив, вважаємо самовизначення індивіда, як члена держави, а отже нації і суспільства. Тому у вигляді моделі суспільства розглянемо багатокомпонентне пористе середовище, в якому «індивід» – тверда частина можливо нанопористої структури, яка може поглинати або генерувати інформацію; «зв'язки» – цементуючий фактор, який зв'язує індивіди в єдине ціле і заповнює «інформаційний простір» між частинками-індивідами; «агресивна речовина» – речовина, яка руйнує зв'язки і пов'язана зі свідомо неправдивою інформацією, яка вноситься в інформаційний простір. Деякі з математичних моделей інформаційного протистояння побудовані в [1].

Пропонована математична модель, по аналогії з процесами соле-перенесення в пористих середовищах, буде містити наступні основні рівняння:

$$\delta \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \mathbf{o}(\mathbf{D}\nabla c) - \mathbf{u} \nabla c + F, X \in \Omega, t > 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = f(c, N, s), X \in \bar{\Omega}, t > 0, \quad (2)$$

$$\delta \frac{\partial s}{\partial t} = \nabla \mathbf{o}(\mathbf{D}\nabla s) - \mathbf{u} \nabla s + \frac{\partial N}{\partial t}, X \in \Omega, t > 0, \quad (3)$$

де c – концентрація агресивної інформації; \mathbf{D} – дифузійна складова переносу («індивід»–«індивід»); \mathbf{u} – конвективна складова (радіо, телебачення, всесвітня павутина, міграційні процеси тощо); F – функція джерела; N – концентрація «зв'язків» в суспільстві; s – концентрація правдивої інформації, як спротив системи до руйнування.

Рівняння (1) – це рівняння переносу агресивної інформації; (2) – рівняння інформаційного руйнування; (3) – рівняння протидії руйнуванню.

Вище наведені рівняння повинні доповнюватись початковими та граничними умовами для невідомих функцій. Подальші напрями роботи:

- 1) обґрунтування адекватності побудованої математичної моделі;
- 2) чисельне розв'язання відповідних крайових задач;
- 3) проведення чисельних експериментів та їх аналіз.

Список використаних джерел

1. Михайлов А. П. Модели информационной борьбы / А. П. Михайлов, Н. А. Маревцева // Математ. моделирование. – 2011. – Т. 23, № 10. – С. 19-32.

**СИТУАЦІЙНЕ ТА ІНДУКТИВНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
НА ОСНОВІ РЯДІВ ДИНАМІКИ**

**Стефанишина-Гаврилюк Ю. Д., Стефанишин Д. В., д. т. н.,
Трофимчук О. М., д. т. н., проф., член-кор. НАН України**

*Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору
НАН України, dvstefanyshyn@yahoo.com, itelua@kv.ukrtel.net*

Пропонується підхід до моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів за даними рядів динаміки, що ґрунтується на побудові ситуаційних і індуктивних моделей регресійного типу [1, 2].

Ситуаційні моделі адаптуються до вибіркових часових інтервалів і вважаються адекватними на цих часових інтервалах. Результати ситуаційного моделювання (модельні дані) формують підставу для побудови індуктивних моделей, де враховується фактор часу. Загальна математична модель при цьому являє собою сімейство індуктивних моделей як моделей «рівнів», представлених у вигляді регресій модельних значень, трендів або комбінацій трендів та регресій для залишків трендів модельних значень ендогенної змінної, що встановлюються за ситуаційними моделями минулих періодів.

Список використаних джерел

1. *Stefanyshyn D. V. A Method of Forecasting of Indexes of Dynamic System that evolves slowly, based on Time Series Analysis / D. V. Stefanyshyn // Proc. of 4th Int. Conf. on Inductive Modelling. – Kyiv, 2013. – P. 221-224.*
2. *Стефанишина-Гаврилюк Ю. Д. Індуктивне моделювання ризиків збитків від руйнівних повеней в басейні р. Тиса за емпіричними даними з використанням моделей регресійного типу / Ю. Д. Стефанишина-Гаврилюк, Д. В. Стефанишин, О. М. Трофимчук // Математичне моделювання в економіці. – Вип. 1. – Київ: ІТГП НАНУ, Ін-т економіки та прогнозування, Ін-т кібернетики ім. В.М. Глушкова, 2014. – С. 72-79.*

**ЗАГАЛЬНА КРАЙОВА ЗАДАЧА ДЛЯ РІВНЯННЯ
ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ З КУСКОВО-
НЕПЕРЕРВНИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ**

Тацій Р. М., д. ф.-м. н., проф., Пазен О. Ю., ад'юнкт,

Стасюк М. Ф., к. ф.-м. н., доц.

ЛДУ БЖД, marta_stasiuk@yahoo.com

Розглядається крайова задача для рівняння теплопровідності:

$$r \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial u}{\partial x} \right) \quad (1)$$

з системою лінійно-незалежних крайових умов:

$$\begin{cases} p_{11}u(x_0, t) + p_{12}u^{[1]}(x_0, t) + q_{11}u(x_n, t) + q_{12}u^{[1]}(x_n, t) = \Psi_0(t), \\ p_{21}u(x_0, t) + p_{22}u^{[1]}(x_0, t) + q_{21}u(x_n, t) + q_{22}u^{[1]}(x_n, t) = \Psi_n(t) \end{cases} \quad (2)$$

і початковою умовою:

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad (3)$$

де $u^{[1]} \stackrel{df}{=} \lambda u'_x$, $x \in [x_0, x_n]$, а $t \in [0, \infty)$.

Якщо задати розбиття проміжку $[x_0, x_n]$: $x_0 < x_1 < \dots < x_{n-1} < x_n$, то коефіцієнти λ, r – це додатні, кусково-неперервні на проміжку $[x_0, x_n]$ функції, які задані з допомогою характеристичних функцій $\theta_i(x)$ проміжків $[x_i, x_{i+1})$, тобто:

$$\lambda(x) = \sum_{i=0}^{n-1} \lambda_i(x) \theta_i, \quad r(x) = \sum_{i=0}^{n-1} r_i(x) \theta_i.$$

Розроблена та обґрунтована схема розв'язування задачі (1)-(3):

а) розв'язок $u(x, t)$ шукається у вигляді $u(x, t) = w(x, t) + v(x, t)$ (метод редукції);

б) для однієї зі складових (наприклад для $w(x, t)$) розв'язується квазістаціонарна задача з умовами (2);

в) для функції $v(x, t)$ отримується мішана неоднорідна задача з нульовими крайовими умовами, для розв'язування якої застосовується метод Фур'є з подальшим застосуванням методу власних функцій.

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ ДІАГНОСТИЧНИХ РІШЕНЬ АСПО

Терендій О. В., пров. матем.

ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, dept25@iapmm.lviv.ua

Розроблена нами інформаційна система призначена для опрацювання даних під час прийняття діагностичних рішень. Її ідеологія базується на концепції формального подання знань про предметну область. Програмно реалізована система містить банки даних експертів, несправностей, словники тлумачень стандартних і придбаних у процесі діагностики термінів, а також модуль узгодження термінології та діагностичного висновку. Збір даних здійснюється шляхом опитування респондентів за допомогою анкет, розроблених в інтерактивному режимі в середовищі конструктора анкет інформаційної системи. В анкеті можуть міститися запитання одиничного або множинного вибору відповідей, а також відкриті та комбіновані запитання. Конструктор тестових анкет складається з блоку формування ознак, значення яких визначається при опитуванні, редакторів структури анкети, паспорта запитань та правил (у предикатному вигляді) для опрацювання результатів опитування, а також імітатора опитування. Для спрощення процесу конструювання анкет та однозначності трактування як запитань загалом, так і певних понять, використовуються тлумачення, що знаходяться в базі знань інформаційної системи. Для заповнення бази знань використовується формальна мова подання знань про предметну область на базі прикладного числення предикатів [1].

Список використаних джерел

1. *Terendiy O. V.* On one system for the primary information collecting problem in the diagnosis domain / *O. V. Terendiy* // *Int. Scientific Journ. Acta Universitatis Pontica Euxinus.* – 2014. – Special number. – P. 471-474.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РУЙНУВАННЯ
ДІЛЯНКИ ГІРСЬКОГО МАСИВУ РІЗАЛЬНОЮ КРОМКОЮ ПО-
РОДОРУЙНУЮЧОГО ІНСТРУМЕНТУ**

Тимчук М. В., асп.

Рівненський державний гуманітарний університет

Основою сучасних технологій розробки підземних родовищ є механічне руйнування гірських порід породоруйнуючими інструментами, ефективність якого залежить від вибору параметрів процесу та інструменту. Здійснити оптимальний вибір параметрів дозволяє математична модель процесу.

У відомому пристрої для спрямованого руйнування ділянки гірського масиву з породоруйнуючими інструментами циліндричної форми [1] різальна кромка інструменту взаємодіє з масивом по дузі кола. Якщо під дією кромки тріщина виникне і вийде на поверхню вибою у найвіддаленішій від краю точці дуги, то такі ж процеси відбудуться і у всіх інших точках дуги кола (що спричинить руйнування ділянки масиву). Так що фактично маємо задачу про розклинювання.

Відомо задачі про взаємодію різального елемента з ґрунтом [2], про розклинювання пружного клина [3] та про розвинення тріщини гідророзриву [4], які зведено до задач теорії пружності. Методи розв'язування цих задач, однак, не можуть бути безпосередньо перенесені на розглядувану задачу. Проте тут, як і в [4], доцільно моделювати деформаційні зміщення в області ослаблених зв'язків, що виникає в масиві під дією інструменту.

Вважаючи, що різальна кромка діє, як клин (рис. 1), на $x \in [l; \infty)$, а довжина l тріщини набагато більша за товщину кромки $2h$, отримаємо наступну плоску змішану задачу:

$$\begin{cases} \frac{\partial s_x}{\partial x} + \frac{\partial t_{xy}}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial t_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial s_y}{\partial y} - s = 0, \end{cases}$$

при умові, що:

$$s_y = s_0 \text{ на } [0; s], s_y = 0 \text{ на } [s; l], s_y = -F \text{ на } (l; \infty),$$

$$t_{yx} = 0 \text{ на } [0; \infty], u(x, y + 0) = h, u(x, y - 0) = -h \text{ на } (l; \infty).$$

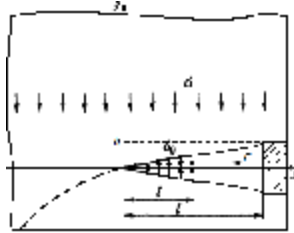


Рис. 1. Схема руйнування ділянки масиву різальною кромкою: s – горизонтальна складова гірського тиску; F – зусилля, яке створює різальна кромка; s_0 – напруження, з яким притягуються береги тріщини в кінцевій зоні; s – довжина області ослаблених зв'язків; l – довжина тріщини

Задачу побудови математичної моделі процесу руйнування ділянки гірського масиву механічним породоруйнуючим інструментом зведено до плоскої задачі теорії пружності.

Список використаних джерел

1. ПУ на винахід № 101055 МПК E21C 25/00 Спосіб та пристрій для спрямованого руйнування визначеної особливостями ведення гірничих робіт ділянки гірського масиву / Я. Б. Петрівський, М. В. Тимчук, В. Я. Петрівський. – № a201103593; опубл. 25.02.2013, бюл. № 4/2013.
2. Черновол М. І. Закономірності взаємодії різальних елементів РО ґрунтообробних машин з ґрунтом / М. І. Черновол, В. В. Аулін, В. М. Бобрицький // Вісник інженерної академії України. – 2008. – № 3-4.
3. Улітко А. Ф. Розклинювання пружного клина жорсткою пластинкою за умови контакту з відставанням / А. Ф. Улітко, В. І. Острик, К. М. Некислих // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2010. – №1.
4. Петрівський Я. Б. Закономірність геотехнологічного формування області ослаблених зв'язків в масиві гірських порід / Я. Б. Петрівський // Вісник НУВГП. – Вип. 4 (52). – Рівне. – 2010. – С. 169-177.

**СПІВІСНУВАННЯ ТИПІВ ЦИКЛІВ СПЕЦІАЛЬНОГО КЛАСУ
НЕПЕРЕРВНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ ВІДРІЗКА В СЕБЕ**

Тищук Т. В., асп.

*Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
tetyana.tyshchuk@gmail.com*

Теорія одновимірних динамічних систем посідає особливе місце в загальній теорії динамічних систем у зв'язку з тим, що такі системи допускають достатньо повний опис і при цьому демонструють складні нелінійні ефекти [1]. Прикладом такої динамічної системи є динамічна система, що визначається за допомогою ітерацій неперервного відображення відрізка в себе.

Однією з основних задач теорії динамічних систем є визначення типів траєкторій динамічної системи та їх співіснування. Для періодичних траєкторій дискретних динамічних систем фундаментальним результатом у цьому напрямі є теорема Шарковського про співіснування періодичних траєкторій різних періодів для неперервних відображень відрізка в себе [2]. За допомогою цієї теореми можна з'ясувати питання про те, цикли яких періодів існують у розглядуваного відображення. Проте ця теорема не дає змоги отримати інформацію про взаєморозташування циклів, які співіснують відповідно до теореми Шарковського.

Природно крім класифікації циклів за періодами, розглянути їх класифікацію за типами, тобто за циклічними перестановками, які певним чином можна пов'язати з даним циклом. Далі природно виникає питання про співіснування циклів різних типів, тобто циклічних перестановок, які відповідають цим циклам. Проте визначення типу циклу як циклічної перестановки є незручними для узагальнення поняття типу циклу багатовимірного відображення. У зв'язку з цим у статті [3] запропоновано характеризувати цикл не за відповідною йому циклічною перестановкою, а за її циклічним зображенням.

Нами було розглянуто цикли спеціального класу неперервних відображень відрізка в себе, графік яких складається з двох гілок монотонності. Використовуючи циклічне зображення циклічної перестановки, ми в подальшому визначаємо модель типу циклу та вагу моделі типу циклу, що дає нам змогу більш детально класифікувати цикли одного типу. На просторі опуклих циклічних перестановок описано відношення лінійного порядку, що індукується вагою опуклої циклічної перестановки. Використовуючи класифікацію циклів за різними ознаками: за періодом, за взаємним розташуванням точок циклу, за розташуванням точок циклу на різних інтервалах монотонності відображення, описано властивості циклів таких відображень та досліджено питання про їх співіснування [4].

Список використаних джерел

1. Динамика одномерных от отображений / А. Н. Шарковский, С. Ф. Коляда, А. Г. Сивак, В. В. Федоренко. – К. : Наукова думка, 1989. – 216 с.
2. Шарковский А. Н. Существование циклов непрерывного преобразования прямой в себя / А. Н. Шарковский // Укр. мат. журн. – 1964. – 16, №1. – С. 61-71.
3. Fedorenko V. V. Homoclinic trajectories in one-dimensional dynamics / V. V. Fedorenko, A. N. Sharkovsky // Journal of Difference Equations and Applications. – 2012. – 18, №4. – P. 579-588.
4. Тищук Т. Класифікація періодичних траєкторій неперервних унімодалічних опуклих вгору відображень відрізка в себе / Т. Тищук // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Математика. Механіка. – 2014. – 31, №1. – С. 41-44.

**ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ РІДИНИ
У СЕРЕДОВИЩАХ З ПОДВІЙНОЮ ПОРИСТІСТЮ**

Ткаченко І. І., асп.

*Дніпропетровський національний університет імені Олеся Гончара,
demchytkachenko@yahoo.com*

Середовище з подвійною пористістю, тобто, пористе середовище, утворене частинками, що також мають певну пористість, але з набагато меншими розмірами пір, являються дуже складним об'єктом, навіть при застосуванні найпростішої теорії фільтрації. Якщо вважати, що обидві швидкості фільтрації, у мікро- та макропорах, задовольняють закону Дарсі, то загальний тиск буде описуватися відповідною крайовою задачею для рівняння Лапласа, тобто математична модель буде подібна до моделі фільтрації у звичайному насиченому пористому середовищі.

Однак вже для задачі змочування сухого пористого середовища з подвійною пористістю математична модель радикально ускладнюється – пористі частинки змочуються з іншою швидкістю (можливо більшою, а можливо й меншою), ніж макропористість. У першому випадку на межі змочування утворюється стік рідини. У другому випадку частинка може змочуватися повністю чи не повністю. Як найпростіший випадок неповного змочування була розглянута наступна модельна задача. Нехай на поверхню сухого пористого тіла, що має форму прямого кругового циліндра, потрапила в достатній кількості краплинна волога. Тоді під дією сил змочування вона буде всмоктуватися в пористе середовище, стискаючи газ, що міститься в порах. Процес продовжується, поки додатковий тиск стиснутого газу не урівноважить силу змочування, а суха зона, зайнята газом, залишиться у пористій частинці на тривалий час. Якби змоченою виявилася тільки невелика частина поверхні тіла, то просочення відбувалося б за схемою витиснення без утворення залишкової сухої області.

Всі розглянуті вище процеси у пористих середовищах з подвійною пористістю розраховувалися за допомогою методу граничних елементів.

**ГЕНЕРАТОР ФОРМУЛ ДЛЯ НЕЙРОМЕРЕЖНОЇ РЕАЛІЗАЦІЇ
ПОКРОКОВОГО ПОЛІНОМІАЛЬНОГО РОЗШИРЕННЯ ДЛЯ
ВИСОКИХ СТЕПЕНІВ ПОЛІНОМА**

Ткаченко Р. О., д. т. н., проф., Дем'янчук С. М., асп.

Національний університет «Львівська політехніка»,

sergeydemjanchyk@gmail.com

Штучні нейронні мережі (ШНМ) є надійним інструментом розв'язку складних майже вироджених задач. Враховуючи труднощі навчання і налаштування ШНМ традиційного типу, розглянута можливість застосування нейроподібних структур моделі геометричних перетворень (МГП) для нейромережевого синтезу апроксимуючих поліномів високих степенів. Моделі геометричних перетворень володіють властивостями, що забезпечують як високу точність, так і швидкодію порівняно з традиційними нейромережними засобами. МГП дозволяють отримати значно кращі результати при виконанні прогнозування для екстраполятивних вхідних векторів на відміну від нейромереж GRNN.

Основою підходу є метод побудови ряду Вінера на основі мереж МГП. Вибір ряду Вінера в якості ефективного апроксиматора теоретично обґрунтовується теоремою Вейерштраса.

В якості демонстраційного прикладу використані експериментальні дані прогнозування енергонавантаження електромережі на основі 11 вхідних діючих факторів. Тренувальна вибірка задачі складається з 365 вхідних векторів, що містять по 11 стовпців-входів та один стовпець-вихід. Тестова вибірка відповідно складається з 214 векторів.

Розроблена програма демонструє високу точність прогнозування, при розв'язуванні задач з великими об'ємами тренувальних вибірок: відносна похибка прогнозування становить 3%.

Розроблений метод дозволяє формувати в структурі нейромережі поліноми високих степенів, що забезпечує, на відміну від існуючих методів, точне моделювання залежностей з суттєвою нелінійністю. Особливість запропонованого методу в тому, що поліном формується саме в нейронній структурі. Аналітична формула будується за рахунок зворотного перетворення на кожній ітерації розширення полінома. Реалізований програмний продукт забезпечує наступні властивості: універсальність застосування для даних з малою і великою розмірністю, високу точність в режимі застосування навченого пре диктора, генерацію якісної аналітичної формули для подальшого прогнозування, відсутність спеціальних вимог до математичної та комп'ютерної кваліфікації користувача.

**МОДЕЛЮВАННЯ РЕОЛОГІЇ ПОРИСТОГО МАТЕРІАЛУ
ЗАСОБАМИ САПР**

Тулашвілі Ю. Й., проф., д. пед. н.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, i.j.tulashvili@nuwm.edu.ua*

Розробка перспективних технологій виготовлення порошкових матеріалів пов'язана з вивченням особливості їх внутрішньої структури, як багаторівневої ієрархічної системи. Основною метою процесу моделювання пористого середовища є прогнозування зміни його структури, що являє собою дисперсну систему, на всіх її ієрархічних рівнях з врахуванням даних про геометрію часток, можливих видів упаковок та закономірностей розвитку контактної поверхні між частинками. Найчастіше ідеалізована модель являє собою систему з часток правильної геометричної форми [1, с. 16].

Автоматизована система проектування оснащення для пресування виробів з металевих порошків здійснює виконання розрахунків розмірів виконавчих елементів прес-форми, з послідовним введенням змін у складальному кресленні та кресленнях деталей прес-форми у параметричному режимі, використовуючи три цикли: пошук аналога, розрахунок конструкції, креслярсько-графічні роботи. Основними початковими даними, для розрахунку виконавчих елементів прес-форми, для виготовлення деталей з металевого порошку, є номінальні розміри деталі (діаметр, довжина, ширина, висота) чи її основні характеристики (площа, висота) яка визначається зовнішнім контуром.

Матеріальним втіленням програмно-технічного комплексу САПР стало функціонально-орієнтоване робоче місце конструктора-проектанта реалізоване в T-FLEX 3D.

Список використаних джерел

1. *Лаптев А. М.* Расчет параметров уплотнения порошков в пресс-форме с учетом величины начальной относительной плотности / А. М. Лаптев, А. Н. Ульянов // Порошковая металлургия. – 1988. – № 4. – С. 15-22.

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СЕЙСМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ,
ЩО ВРАХОВУЮТЬ СОЛІТОННУ КОМПОНЕНТУ**

Турбал Ю. В., доц., к. ф.-м. н., Сьох А. П., асп.,

Радовенюк О. В., асп., Турбал М. Ю., студ.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, turbaly@gmail.com*

Останніми роками на Землі спостерігається активізація сейсмічної активності. На сьогоднішній день відомі сотні передвісників землетрусів та низка теорій, що пояснюють їх виникнення. Однак, проблема прогнозування в багатьох її аспектах залишається відкритою.

В основі нашої моделі лежить гіпотеза про те, що окремих поштовх спричиняє появу однієї чи кількох відокремлених хвиль, які рухаються в різних напрямках від гіпоцентру землетрусу. Кожна така хвиля, проходячи через зону накопичення сейсмічної енергії, спричиняє новий землетрус, який, в свою чергу, може породити нові солітони. Отримуємо ланцюговий процес породження солітонів та афтершокових землетрусів.

Для побудови математичної моделі сейсмічного процесу формалізуємо поняття землетрусу. Під землетрусом (поштовхом) розуміємо вектор (x, t, m) , де x – гіпоцентр, ($x \in \Omega$), t – час поштовху ($t \in R^+$), m – енергія (магнітуда). В якості моделі розглядається динамічна система виду:

$$\Sigma = \{T, \Omega, G_0, E, X, S, I\}, \quad (1)$$

де $T = [t_0, t_1] \subset R$ – часовий інтервал; $\Omega \subset R^3$ – фазовий простір; $G_0 \subset \Omega \times T \times M$ – початкова множина землетрусів; E – функція розпо-

ділу накопичення сейсмічної енергії; $\Omega(E)$ – відповідний простір функцій; $X : T \times \Omega \rightarrow \Omega$ – оператор, що визначає траєкторії солітонів; $S_t \subset \Omega$ – множина координат солітонів в момент часу t , $S = \{S_t, t \in [t_0, t_1]\}$; $I : \Omega \times \Omega(E) \times S \times T \times M(T) \rightarrow [0, 1]$ – функціонал, який описує ймовірність виникнення землетрусу певної магнітуди в заданий момент часу в заданій точці.

Для побудови моделі необхідно визначити її компоненти. Початкова множина поштовхів повинна бути заданою. Це є основні вихідні дані для побудови прогнозу. Функція накопичення сейсмічної енергії може бути побудована за рахунок збору експериментальних даних, аналізу передвісників. Зауважимо, що описана далі методика прогнозування може і не враховувати останню функцію. Функціонал, що визначає ймовірність поштовху може бути модифікований з врахуванням міри концентрації солітонів у відповідній області.

Таким чином, модель, з однієї сторони, враховує процеси накопичення сейсмічної енергії, з іншої – роль відокремлених хвиль як спускових механізмів окремих поштовхів. Фундаментальну роль в моделі відіграє інформація про рух окремих солітонів.

Метод прогнозування, що пропонується, полягає у виділенні з загальної сукупності землетрусів підпоследовностей, викликаних одним і тим самим солітоном та побудові гіпотетичної траєкторії для кожного такого солітона. Знаючи відстань між окремими поштовхами вздовж траєкторії солітона можна оцінити його швидкість. Знаючи окремі точки його траєкторії, можна зробити оцінку самої траєкторії. Маючи оцінки швидкості та траєкторії кожного солітона, можна оцінити його положення в будь-який момент часу. Тоді загальний прогноз для будь-якого моменту часу можна будувати з врахуванням оцінок положень солітонів. Таким чином можемо будувати оцінки множини.

**ВИКОРИСТАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МЕТОДІВ
ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРІОДИЧНИХ РОЗВ'ЯЗКІВ
ХВИЛЬОВИХ РІВНЯНЬ**

Хома Н. Г.¹, доц., к. ф.-м. н.,

Хома-Могильська С. Г.¹, доц., к. ф.-м. н.,

Хохлова Л.², доц., к. ф.-м. н.

¹*Тернопільський національний економічний університет,*

sv_khoma@ukr.net

²*Тернопільський національний педагогічний університет*

ім. Володимира Гнатюка

При дослідженні коливних процесів часто даний процес описується гіперболічними рівняннями $Lu = f(x, t)$. Найпростішою моделлю таких процесів є рівняння $u_{tt} - u_{xx} = f(x, t)$, у якому функція $u(x, t)$ визначається формулою:

$$u(x, t) = \frac{1}{2} \int_{t-x}^{t+x} m(a) da + (S_1 f)(x, t), \quad (1)$$

де $(S_1 f)(x, t)$ – оператор Вейводи-Штедри і для кожної функції $m(z) \in C^1(\mathbf{R})$, $m(z+T) = m(z)$ та $f(x, t) \in C^{0,1}([0, p] \times \mathbf{R})$, $f(x, t+T) = f(x, t)$, T – період даних функцій за змінною t , є розв'язком T -періодичної задачі:

$$u_{tt} - u_{xx} = f(x, t), \quad 0 < x < p, \quad t \in \mathbf{R},$$

$$u(x, t+T) = u(x, t), \quad 0 \leq x \leq p, \quad t \in \mathbf{R}.$$

Розв'язок (1) дозволяє проводити дослідження T -періодичних розв'язків хвильових рівнянь, наприклад, квазілінійних рівнянь $u_{tt} - u_{xx} = \varepsilon F(x, t, u)$, рівнянь із запізненням $u_{tt} - u_{xx} = \varepsilon F(x, t, u(x, t), u(x, t - \Delta))$, де Δ – деяке число, інтегро-диференціальних рівнянь.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ СВЕРДЛОВИННОГО ГІДРОВИДОБУТКУ

Христюк А. О., асп.

*Національний університет водного господарства та
природокористування, a.khrystyuk@gmail.com*

Промисловий досвід реалізації свердловинного гідровидобутку (СГВ) показує, що складність технології визначається значною кількістю факторів, що впливають на ефективність роботи видобувних агрегатів [1]. Процес (СГВ) є технічно складним процесом видобутку корисних копалин, тому, перш за все, для отримання комплексної моделі процесу, необхідно визначитися з усіма складовими елементами, проаналізувати всі технологічні процеси та їх моделі, з яких синтезувати математичну модель всього процесу. Так модель включає процес гідромоніторного розмиву (модель руйнування породи струменем води), формування очисного простору (модель оптимальної форми), робота струменевого насоса або ерліфта (модель процесу підйому пульпи на поверхню), втрати напору робочої рідини (модель забезпечення достатнього тиску, швидкості та витрати на вході в гідромоніторну насадку), окрім того доцільно організувати замкнутий цикл забезпечення процесу робочою рідиною (модель відстоювання пульпи, фільтрування отриманої рідини та повернення її в резервуар забору води для гідромонітора) (рис. 1).



Рис.1. Структура математичної моделі СГВ

Список використаних джерел

1. Аренс В. Ж. Физико-химическая геотехнология: учебное пособие / В. Ж. Аренс. – М. : Изд-во Московского гос. Горного ун-та, 2001. – 656 с.

МОДИФІКОВАНИЙ ЕКСТРАГРАДІЄНТНИЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ

Чабак Л. М., ст. викл.

Київська державна академія водного транспорту

імені гетьмана Петра Конашевича-Сагайдачного, lyu_bovl@mail.ru

Розглянемо варіаційну нерівність:

$$\text{знайти } x \in C : (Ax, y - x) \geq 0 \quad \forall y \in C,$$

де C – замкнена опукла підмножина гільбертового простору H , $A: H \rightarrow H$ – монотонний оператор. Спираючись на результати роботи [1] запропоновано та досліджено новий екстраградієнтний алгоритм для розв'язання цієї нерівності. Наведемо його схему.

Ініціалізація. Задаємо $s > 0$, $t \in (0, 1)$, $q \in (0, 1)$ та елемент $x_0 \in H$.

Ітераційний крок. Для $x_n \in H$ обчислюємо $y_n = P_C(x_n - I_n A x_n)$, де I_n отримуємо з умови:

$$j(n) = \min \left\{ j \geq 0 : st^j \left\| AP_C(x_n - st^j A x_n) - A x_n \right\| \leq \right. \\ \left. \leq q \left\| P_C(x_n - st^j A x_n) - x_n \right\| \right\}, I_n = st^{j(n)}.$$

Якщо $y_n = x_n$, то завершуємо, інакше обчислюємо:

$$x_{n+1} = P_{T_n}(x_n - I_n A y_n),$$

де $T_n = \{z \in H : (x_n - I_n A x_n - y_n, z - y_n) \leq 0\}$.

Список використаних джерел

1. *Ляшко С. И.* Экономичная модификация метода Корпелевич для монотонных задач о равновесии / С. И. Ляшко, В. В. Семенов, Т. А. Войтова // Кибернетика и системный анализ. – 2011. – № 4. – С. 146-154.

**МЕТОДИЧНІ ПІДХОДИ ДО ВИЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДИЧНОСТІ
ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ І РЕМОНТУ
АВТОМОБІЛЬНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ**

Чмир В. М., к. т. н., доц.

*Національна академія Державної прикордонної служби України імені
Б. Хмельницького, chmyrym@ukr.net*

Автомобільні транспортні засоби (АТЗ) є одним із складових елементів системи інженерного та технічного забезпечення охорони державного кордону України. Ефективне застосування АТЗ можливе за умови їх якісного технічного обслуговування і ремонту (ТО і Р). Існуюча планово-попереджувальна система ТО і Р АТЗ не забезпечує виконання директивних вимог щодо технічного стану автомобільного парку Державної прикордонної служби України (ДПСУ).

Одним із актуальних питань забезпечення високої технічної готовності АТЗ ДПСУ є визначення необхідної періодичності ТО і Р АТЗ. Основний робочий документ системи ТО і Р АТЗ [1] регламентує для різних видів АТЗ періодичності виконання профілактичних ТО.

АТЗ ДПСУ при виконанні оперативно-службових завдань експлуатуються у важких дорожньокліматичних умовах. Тому проведення ТО і Р не завжди підтримує необхідний рівень технічної готовності. Альтернативою щодо періодичності ТО і Р за пробігом в даних умовах є періодичність у літрах (кг, т) спаленого палива [2].

З наближенням можна вважати, що АТЗ, витративши певну кількість палива, здійснили еквівалентну роботу A , тобто:

$$1000 \cdot l \text{ км} \cdot H^{\text{л}} / 100 \text{ км} = Q_{\text{літрів}} = A \text{ ткм},$$

де l – пробіг, км; H – лінійна норма витрати палива, л/100 км; Q – сумарна витрата палива на l пробігу, яка еквівалентна виконаній роботі A , ткм.

Можна також припустити, що ТО і Р АТЗ виконують після здійснення ним відповідної роботи, що рівнозначно витраті палива. Тобто, $A = Q_n$, л:

$$A = Q_n = l_1 H_1 + l_2 H_2 + l_3 H_3 + \dots + l_n H_n = \text{const},$$

де $l_1, l_2, l_3 \dots l_n$ – періодичність ТО АТЗ, яка зменшується у зв'язку із зростаючою скрутністю умов їх експлуатації, км; $H_1, H_2, H_3 \dots H_n$ – норми витрати палива, які збільшуються зі зростаючою скрутністю умов експлуатації АТЗ, л/100 км.

Оскільки регламентовані періодичності пробігів АТЗ до відповідних ремонтно-обслуговуючих дій (РОД) $l_{РОД}$ задаються для першої категорії умов експлуатації, а норми витрати палива H – для опосередкованих умов, то їх потрібно звести до опосередкованої категорії. В такому разі сумарну витрату палива Q_c між окремими РОД визначаємо:

$$Q_c = 0,01 \cdot 0,77 l_{РОД} H = 0,0077 l_{РОД} H, \text{ л,}$$

де 0,77 – коефіцієнт корегування періодичності РОД для опосередкованих умов експлуатації АТЗ.

Отож, періодичності пробігів за витратою палива вантажних АТЗ до капітального ремонту (КР) та ТО – 1, ТО – 2 становитимуть:

$$Q_{cКР} = 0,0077 l_{КР}^n (H_0 + H_\delta qgb), \text{ л;}$$

$$Q_{cТО-2} = 0,0077 l_{ТО-2}^n (H_0 + H_\delta qgb), \text{ л;}$$

$$Q_{cТО-1} = 0,0077 l_{ТО-1}^n (H_0 + H_\delta qgb), \text{ л;}$$

для легкових автомобілів та автобусів:

$$Q_{cРОД} = 0,0077 l_{РОД}^n H_0, \text{ л,}$$

де $l_{КР}^n, l_{ТО-2}^n, l_{ТО-1}^n$ – нормативи пробігів АТЗ до відповідних РОД, км; H_0, H_δ – основна та додаткова норми витрати палива, л/100 км; q – номінальна вантажність АТЗ, т; gb – коефіцієнти використання відповідно вантажності та пробігу АТЗ.

Таким чином, на основі математичного моделювання процесів ТО і Р запропоновано організаційні рішення щодо визначення періодичності ТО і Р в конкретних умовах експлуатації АТЗ в залежності від кількості витраченого палива.

Список використаних джерел

1. Положення про технічне обслуговування і ремонт дорожніх транспортних засобів автомобільного транспорту. – К. : Атака, 2004. – 15 с.
2. *Форнальчик Є. Ф.* Технічна експлуатація і надійність автомобіля / Є. Ф. Форнальчик. – Львів: Афіша, 2004. – 492 с.

**ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ В ПРОЦЕС ВИКЛАДАННЯ ВИЩОЇ
МАТЕМАТИКИ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ТА СПОСОБИ ЇХ
ВИРІШЕННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ ПАКЕТУ MAPLE**

Чмир О. Ю., к. ф.- м. н., доц., Карабин О. О., к. ф.- м. н., доц.

Львівський державний університет безпеки життєдіяльності,

Oksana_Karabyn@mail.ru

Прикладна спрямованість викладання вищої математики дозволяє студентам розуміти необхідність глибокого вивчення цієї дисципліни і розуміння того, що знання з більшості спеціальних дисциплін є неможливим без знань з вищої математики. Для ілюстрації застосування навчального матеріалу з вищої математики до вирішення прикладних задач, на допомогу викладачу приходять пакет Maple. Грамотне використання цього пакету в навчальному процесі забезпечує підвищення рівня фундаментальності математичної освіти. Під грамотним використанням ми розуміємо можливість застосування прикладного пакету тільки після того, як студент на належному рівні оволодів вміннями та навичками розв'язування задач відповідного розділу вищої математики.

У роботі показано застосування пакету Maple для ілюстрації розв'язку задачі про рух кульки в трубці, що обертається зі сталою кутовою швидкістю. За допомогою команд пакету Maple будуємо графік функції $x(t)$, що описує закон руху кульки при різних значеннях кутової швидкості w .

Список використаних джерел

1. *Прохоров Г. В.* Пакет символьных вычислений Maple V. / Г. В. Прохоров, М. А. Леденев, В. В. Колбеев. – М. : Компания Петит, 1998. – 198 с.

АНАЛІЗ ДАНИХ В СИСТЕМАХ МОНІТОРИНГУ ДОВКІЛЛЯ

Шаклеїна І. О., доц., к. ф.-м н., Ших Н. В., доц., к. п. н.

*Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка
ioshakleina@gmail.com, [nadezda shykh@mail.ru](mailto:nadezda_shykh@mail.ru)*

Протягом певного періоду часу в будь-якій системі моніторингу накопичується певний масив різномірних взаємозв'язаних даних. Без належної обробки вони не є інформативними, тому в інформаційних системах такого типу обов'язково мають бути передбачені механізми аналізу, що дозволяють користувачу зробити певні висновки щодо отриманих даних [1]. Під час розробки ефективної веб-орієнтованої системи моніторингу довкілля програміст неминуче стикається з тим, що існуючі спеціалізовані системи аналізу даних практично неможливо або дуже складно інтегрувати в розроблювану систему.

Авторами проаналізовано основні засоби та методи аналізу та розроблено підсистему аналізу даних веб-орієнтованої системи моніторингу стану довкілля, що забезпечує первинний статистичний аналіз за вказаними факторами (основні статистичні характеристики вибірки), сегментаційний аналіз (виділення масивів даних певного типу) та кластерний аналіз даних (розбиття території спостереження на області відповідно до техногенних навантажень). Розглянуто використання багатомірних часових рядів для отримання прогнозів та особливості реалізації даних методів у розробленій підсистемі аналізу. Для зручності користувачів всі дані, що містяться у системі можуть бути відображені графічно.

Розроблена підсистема аналізу та візуалізації даних може бути використана під час розробки різного типу веб-орієнтованих систем моніторингу.

Список використаних джерел

1. *Каменева І. П.* Інформаційні технології візуального аналізу даних екологічного моніторингу / І. П. Каменева, В. О. Артемчук // *Моделювання та інформаційні технології: Зб. наук. пр.* – К.: ІПМЕ ім. Г. Є. Пухова НАН України, 2011. – Вип. 60. – С. 3-10.

**РЕАЛІЗАЦІЯ ШТУЧНОЇ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ
ДЛЯ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИСКРЕТИЗОВАНИХ СИГНАЛІВ****Шатний С. В., ст. викл., Кральковська Н. І., маг.***Національний університет водного господарства та
природокористування, s.v.shatnyi@nuwm.edu.ua*

Як відомо, нейронна мережа являє собою сукупність відносно простих елементів – нейронів, топологія з'єднання яких залежить від конкретного типу архітектури мережі. Нейронні мережі можуть бути реалізовані як програмним, так і апаратним шляхом. При апаратній реалізації необхідно забезпечити паралельні обрахунки вхідних даних, що для типових задач є надлишковим, тому для попереднього аналізу дискретизованих сигналів, які описані в [1], було обрано програмні алгоритми.

Для вирішення поставленої задачі, а саме ідентифікації найбільших за значенням сигналів із масиву $N[5]=\{0.1, 0.1, 0.3, 0.1, 0.2\}$ при $N_{\max}=N_3=0.3$, було розроблено тришарову нейронну мережу із алгоритмом навчання за зворотнім поширенням помилки. Основні дані для аналізу ефективності роботи нейронної мережі є кількість ітерацій при навчанні, точність визначення рівнів сигналу, середньоквадратична похибка та середній час роботи мережі. Після проведення моделювання роботи мережі були отримані наступні результати: кількість ітерацій навчання – $5 \cdot 10^4$ епох, середньоквадратична похибка на кінець навчання складає $4502 \cdot 10^{-4}$, час навчання $3.577 \cdot 10^3$ с, час виконання після навчання $3.58 \cdot 10^{-1}$ с. Отримані результати свідчать про високу ефективність використання нейронних мереж та доцільність їх впровадження для вирішення широкого спектру задач.

Список використаних джерел

1. *Shatnyi S. Neural Network Information Technology for Biomedical Signal Processing / S. Shatnyi // Proceedings of 6th International Conference Microwave and Radar Week. – Gdansk, 2014. – P. 16-18.*

**ПРО ЛОКАЛЬНУ ЗБІЖНІСТЬ ІТЕРАЦІЙНИХ МЕТОДІВ
ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ РІВНЯНЬ З НЕГЛАДКИМ
ОПЕРАТОРОМ ЗА УЗАГАЛЬНЕНИХ УМОВ ЛІПШИЦЯ**

Шахно С. М., проф., д. ф.-м. н.

*Львівський національний університет імені Івана Франка,
s_shakhno@franko.lviv.ua*

Нехай задано нелінійне рівняння:

$$F(x) + G(x) = 0, \quad (1)$$

де F і G визначені на опуклій множині D банахового простору X зі значеннями в банаховому просторі Y ; F – диференційовний за Фреше оператор, а G – неперервний оператор, диференційовності якого, взагалі кажучи, не вимагається.

Для розв'язування рівняння (1) розглянуто ітераційні процеси, які побудовано на базі методу Ньютона та методів лінійної інтерполяції: методу хорд [1] або Курчатова, а також їхні двокрокові модифікації. Уведено узагальнені умови Ліпшиця для поділених різниць, в яких замість сталої Ліпшиця використано деякі додатні інтегровні функції [1]. Запропоновано методику доведення локальної збіжності комбінованих ітераційних процесів, за якою встановлено умови та порядок збіжності методів Ньютона-хорд та Ньютона–Курчатова, двокрокового методу, встановлено область єдиності розв'язку нелінійного рівняння. Обґрунтування локальної збіжності ітераційних процесів проведено за умов, що похідні Фреше та поділені різниці задовольняють узагальнені умови Ліпшиця. Як часткові випадки, отримано результати для сталих Ліпшиця. Наведено результати чисельних експериментів.

Список використаних джерел

1. *Shakhno S.M.* On the Secant method under the generalized Lipschitz conditions for the divided difference operator / S.M. Shakhno // PAMM – Proc. Appl. Math. Mech. – 2007. – Vol. 7. – Issue 1. – P. 2060083- 2060084.

**ДЕЯКІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ
НЕЛІНІЙНОЇ ОБЕРНЕНОЇ СПЕКТРАЛЬНОЇ ЗАДАЧІ**

Шахно С. М., проф., д. ф.-м. н.,

Ярмола Г. П., асист., к. ф.-м. н.

Львівський національний університет імені Івана Франка,

s_shakhno@franko.lviv.ua, halina_yarmola@ukr.net

Розглянемо матричну обернену задачу на власні значення. Нехай $A_i = \{a_{jk}^i\}$ – комплексні матриці, $i = 0, \dots, n$ і $I = (I_1, I_2, \dots, I_n)^T \in \mathfrak{E}^n$.

Потрібно знайти вектор $p = (p_1, p_2, \dots, p_n)^T \in \mathfrak{E}^n$ такий, що матриця

$$A(p) = A_0 + \sum_{i=1}^n p_i A_i \text{ має власні значення } I_1, I_2, \dots, I_n.$$

Розв'язок цієї задачі обчислюється як нулі функції:

$$F(p) = \begin{bmatrix} \det(A(p) - I_1 I) \\ \mathbf{M} \\ \det(A(p) - I_n I) \end{bmatrix},$$

де $I_i \neq I_j$ для $i \neq j$. Вектор p є розв'язком оберненої задачі на власні значення тоді й тільки тоді, коли $F(p) = 0$.

Для чисельного розв'язування оберненої спектральної задачі нами застосовано різнищеві ітераційні процеси, які використовують у своїх формулах тільки значення нелінійного оператора і не вимагають аналітично заданих похідних, на відміну від методу Ньютона [1]. Проведено чисельні експерименти та оцінено обчислювальні затрати запропонованих методів.

Список використаних джерел

1. *Подлевський Б. М.* Метод Ньютона розв'язування оберненої спектральної задачі / Б. М. Подлевський, О. С. Ярошко // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2012. – Вип. 55, № 3. – С. 27-34.

**КРИТИЧНІ СТАНИ КОЛИВАНЬ КРУЖЛЯННЯ
БУРИЛЬНИХ КОЛОН В ГЛИБОКИХ СВЕРДЛОВИНАХ**

Шевчук Л. В., асист.

*Національний транспортний університет,
Ludmilashevchuk25@gmail.com*

Протягом останніх двадцяти років нафтогазова галузь стала ареною нових технологічних досягнень в бурінні. Нафтові і газові компанії кожного року витрачають порядку 20 мільярдів доларів на бурові роботи. Нажаль, не всі ці кошти використовуються ефективно. Значна частина їх, приблизно 15%, йде на виробничі витрати [1]. Надзвичайні ситуації виникають в результаті деяких квазістатичних і динамічних явищ. До них відносяться фрикційні прихвати бурильних колон, а також їх критичні згинальні випинання і вібрації, які можуть включати осьові, крутильні і згинальні коливальні рухи [2].

Проте, найбільш складним механізмом володіють згинальні коливання низу бурильної колони, які викликані дією на долото нормальних і дотичних сил контактної і фрикційної взаємодії долота з стінкою свердловини. При цьому рух, який описує центр долота має природу, яку в англійській літературі визначають терміном «whirling» – кружляння [2].

Результати аналізу дозволили встановити найбільш важливі фактори, які впливають на характер протікання цих коливань. Отримані результати можуть бути використані для прогнозування та якісної оцінки конструкцій доліт і режимів буріння на етапах проектування свердловин.

Список використаних джерел

1. Managing drilling risk / W. Aldred, D. Plumb, I. Bradford, J. Cook, V. Gholkar, L. Cousins, R. Minton, J. Fuller, S. Goraya, D. Tucker // *Oilfield Review*. – 1999. – V. 11, No.2. – P. 2-19.
2. *Gulyayev V. I. Nonholonomic dynamics of drill string bit whirling in a deep bore-hole / V. I. Gulyayev, L. V. Shevchuk // Journal of Multi-body Dynamics*. – 2013. – V. 227, No.3. – P. 234-244.

**МЕТОД ЗЛИТТЯ ГЕОПРОСТОРОВИХ ДАНИХ
В ЗАДАЧІ КАРТОГРАФУВАННЯ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ**

Шелестов А. Ю., д. т. н., проф., пр. н. с.,

Яйлимов Б. Я., асп.

Інститут космічних досліджень НАН та ДКА України,

inform@ikd.kiev.ua

При розв'язанні задачі картографування земної поверхні для території, яку покривають дані із декількох джерел, виникає задача злиття даних (data fusion) для отримання результуючої карти класифікації [1]. Існуючі методи, що використовуються для злиття даних, зокрема метод голосування або найближчого сусіда, мають свої недоліки, оскільки не враховують специфіку вхідних даних (хмарність, наявність димки чи артефактів попередньої обробки даних).

Для розв'язання задачі пропонується використовувати методи, які враховують точність класифікації кожного класу, а також маски хмарності. Для підвищення точності пропонується використовувати метод експертних оцінок, що забезпечує відповідний аналіз даних для коректного злиття на всіх етапах обробки.

Проведені дослідження демонструють перевагу підходу до злиття даних на основі експертних оцінок. Це підтверджується покращенням точності класифікації на 4,2% у порівнянні із іншими методами.

Список використаних джерел

1. *Шелестов А. Ю.* Информационная технология оценки ущерба от засухи на основе слияния данных / А. Ю. Шелестов, Б. Я. Яйлимов, А. И. Петухова // Наукові праці Донецького національного технічного університету Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка». – 2013. – Т. 17, № 1. – С. 125-132.

ВПЛИВ НАВЧАЛЬНОЇ ВИБІРКИ НА ТОЧНІСТЬ КЛАСИФІКАЦІЇ ЗЕМНОГО ПОКРИВУ ЗА СУПУТНИКОВИМИ ДАНИМИ

Шелестов А. Ю., д. т. н., проф.¹, пров. наук. спів роб.²,

Ящук Д. Ю., асист.¹, асп., пров. інж.²

¹*Національний Університет біоресурсів і природокористування України,*

²*Інститут космічних досліджень НАН та ДКА України*

Карти земного покриття відіграють важливу роль в розв'язанні багатьох задач супутникового моніторингу. Для їх побудови одним із найважливіших елементів є навчальні та валідаційні дані (навчальна та тестова вибірки). До них належать супутникові знімки та полігони, віднесені експертом до одного із цільових класів [1].

В даній роботі розглядається задача формування навчальної вибірки, що впливає на точність класифікації земного покриття за супутниковими даними. Зазвичай навчальна вибірка будується з використанням результатів наземних вимірювань або шляхом фотоінтерпретації. В процесі її побудови важливо забезпечити пропорційне представлення всіх класів земної поверхні по всій цільовій території.

Після отримання навчальної вибірки будується карта класифікації для території України за допомогою напівавтоматичного методу. Для підвищення точності карти при необхідності можна здійснити ітераційне редагування і фільтрацію вибірки, а саме очищення вибірки від некоректно визначених полігонів. Даний процес виконується, поки точність і достовірність карти не стануть задовільними. Перевірка результатів полягає у визначенні площ, що відносяться до кожного із класів, та їх порівнянні зі статистичними даними.

Список використаних джерел

1. *Куссуль Н. М. Анализ рисков чрезвычайных ситуаций на основе спутниковых данных. Модели и технологии / Н. Н. Куссуль, С. В. Скаун, А. Ю. Шелестов. – К. : Наукова думка, 2014. – 184 с.*

**«STIFF-STRING» МОДЕЛЬ ДЛЯ КОМП'ЮТЕРНОГО
МОДЕЛЮВАННЯ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ
ПРИ БУРІННІ КРИВОЛІНІЙНИХ СВЕРДЛОВИН**

Шлюнь Н. В., асп.

Національний транспортний університет, nataliyashlyun@gmail.com

Існує вагома причина необхідності розвитку ефективних технологій буріння криволінійних свердловин, проходка яких пов'язана зі значними труднощами, зумовленими постійною змінністю балансу сил гравітації, сил опору (сил тертя), сил інерції і сил пружності, що діють на долото та бурильну колону, а також моментів цих сил. Тому під час їх буріння, число позаштатних ситуацій як і раніше залишається досить великим. На ранніх етапах розробки технологій буріння криволінійних свердловин розглядалися, в основному, свердловини найпростіших геометричних обрисів з малими викривленнями їх осьових ліній. У таких свердловинах згинальні деформації колон, як правило, невеликі і ними можна було знехтувати. В цих випадках бурильна колона моделювалася нерозтяжною ниткою, а осьова лінія свердловини умовно розбивалася на ряд прямолінійних чи кругових ділянок або сегментів ланцюгових ліній («**soft string**» model).

У даній роботі розглядаються нові проблеми комп'ютерного моделювання та запобігання критичних та аварійних станів, що можуть виникнути при бурінні криволінійних свердловин. Для оцінки сил пружності, а також контактної та фрикційної взаємодії між БК і поверхнею криволінійної свердловини в процесі буріння поставлено задачу про пружне згинання БК в каналі її криволінійної порожнини. З метою моделювання механічних явищ, супутніх процесу буріння, і вибору їх найбільш сприятливих характеристик використовується математична модель «**stiff-string**» руху, опору та кругного моменту, що заснована на теорії гнучких криволінійних стержнів. Локалізовані геометричні недосконалості навіть з порівняно малими амплітудами можуть призводити до значного збільшення сил опору при виконанні спуско-

підйомних операцій і навіть бути причиною прихвату БК. На різних етапах проведення технологічної операції буріння сформовані сили опору регулюються швидкостями осьового і обертального рухів бурильної колони. Враховуючи зазначену особливість, ці кінематичні фактори можуть бути обрані в якості керуючих параметрів, що використовуються для поліпшення процесу буріння. Завдяки даній моделі силові збурення розраховуються з урахуванням можливих і реальних локалізованих і глобальних недосконалостей геометрії свердловини. Дане програмне забезпечення може використовуватися:

- на етапі проектування траєкторії свердловини, для виключення нестійких процесів і прихватів бурильної колони;

- на етапі проектування процесу буріння, для мінімізації енерговитрат та визначення вимог допустимих відхилень геометричних параметрів свердловини;

- на стадії проходки свердловин, для визначення реальних сил опору і прогнозування надзвичайних ситуацій з дійсними геометричними недосконаластями;

Розроблене програмне забезпечення характеризується високою точністю передбачення аварійних ситуацій.

Список використаних джерел

1. *Gulyayev V. I.* The computer simulation of drill column dragging in inclined bore-holes with geometrical imperfections / V. I. Gulyayev, S. N. Hudoly, L. V. Glovach // *Int. J. Solids Struct.* – 2011. – Vol. 48. – P. 110-118.
2. *Gulyayev V. I.* Theoretical simulation of geometrical imperfections influence on drilling operations at drive of curvilinear bore-holes / V. I. Gulyayev, E. N. Andrusenko // *J. Petr. Sci. Eng.* – 2013. – Vol. 112. – P. 170-177.
3. *Gulyayev V. I.* Theoretical modelling of post – buckling contact interaction of a drill string with inclined bore-hole surface / V. I. Gulyayev, E. N. Andrusenko, N. V. Shlyun // *Structural Engineering and Mechanics.* – 2014. – Vol. 49, No 4. – P. 427-448.

ВИКОРИСТАННЯ ДВОХ АЛЬТЕРНАТИВНИХ СТИСНУТИХ БЛОКІВ ДЛЯ КОЖНОГО БЛОКУ ДАНИХ У ФОРМАТІ PNG

Шпортко О. В., доц., к. т. н.

Рівненський державний гуманітарний університет, chportko@ukr.net

На сьогодні графічний формат PNG [1] є одним з основних для збереження растрових зображень без втрат. Файли цього формату містять дані, які послідовно зберігаються у відокремлених стиснутих блоках. Ми пропонуємо такий алгоритм використання двох альтернативних стиснутих блоків для кожного блоку даних у форматі PNG:

1. Створити для блоку даних два альтернативних стиснутих блоки: блок, орієнтований на заміни – з застосуванням всіх можливих замінів LZ77 і блок, орієнтований на елементи – з використанням замінів довжиною від 48 елементів. Створити список замінів, що ввійшли в перший і не ввійшли в другий стиснутий блок для подальшого аналізу. Визначити для елементів блоків довжини відповідних їм кодів Хафмана;

2. Вилучити неефективні заміни зі списку аналізованих та з блоку, орієнтованого на заміни, використовуючи довжини його кодів Хафмана;

3. Вилучити ефективні заміни зі списку аналізованих та врахувати їх в блоці, орієнтованому на елементи;

4. У випадку зменшення кількості замінів для аналізу після виконання двох попередніх кроків перевизначити для елементів альтернативних блоків довжини їх кодів Хафмана та повернутися до кроку 2;

5. Обрати найкоротший стиснутий блок серед двох альтернативних і використати його для зберігання стиснутих даних.

Застосування даного алгоритму покращує коефіцієнт стиснення у середньому на 2 – 6% для 63% зображень, хоча й сповільнює виконання кодування у середньому на 13 %.

Список використаних джерел

1. *Boutell T.* PNG Specification. Version 1.0 / Boutell T., et. all // RFC 2083, Boutell. Com, inc. – Mar. 1997. – 102 p.

СКРАЙБ-ПРЕЗЕНТАЦІЯ ЯК ЗАСІБ РОЗВИТКУ ВІЗУАЛЬНОГО МИСЛЕННЯ СТУДЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОГО ПРОФІЛЮ

Шроль Т. С., асп.

Інститут вищої освіти НАПН України, shrolt@ukr.net

Новою тенденцією в сфері візуалізації даних є створення скрайб-презентацій (англ. scribe – «описувати», «розмічати») або RSA-презентацій. Головним принципом техніки скрайбінг є «ефект паралельного слідування», коли ми і чуємо, і бачимо приблизно одне і те ж, при цьому графічний ряд фіксується на ключових моментах відео- та аудіорядом. Скрайбінг ділиться на скрайбінг-фасилітацію та відеоскрайбінг.

Скрайбінг-фасилітація (англ. facilitate – «сприяти», «полегшувати») – це переклад інформації з словесної форми у візуальну та фіксування її в режимі реального часу. Скрайбер перетворює тези виступу, лекції тощо в слова і образи, описує зв'язки і підкреслює ключові моменти, замінюючи іменники та дієслова на символи й образи у формі замальовок (картинок, схем, графіків і т.д.), що в кінці презентації складають цілісний візуальний образ. Так, викладач пояснюючи лекційний чи практичний матеріал з крейдою біля дошки по суті є таким скрайбером-фасилітатором. Такий вид скрайбінгу втягує учасників в процес заняття, дає можливість формулювати свої думки, висловлювати креативні ідеї.

Відеоскрайбінг є «ручний» і «комп'ютерний». Ручний – класичний з використанням відеокамери: голос за кадром розповідає, рука в кадрі забражає у вигляді ілюстрацій усну розповідь. Комп'ютерний відеоскрайбінг можна створити засобами програми *VideoScribe* (<http://www.videoscribe.co/>) від фірми Sparkol, онлайн-сервісів *PowToon* (<http://www.powtoon.com/>) та *GoAnimate* (<https://goanimate.com/>).

Технологія скрайбінгу дозволяє реалізувати особистісно-орієнтований і мультисенсорний підхід у навчанні. Найбільш перспективно і доцільно використовувати скрайб-презентацію в проектній та науковій діяльності студентів.

**МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОПРУЖНОГО СТАНУ
БАГАТОШАРОВОГО ОСКЛІННЯ ПІД ВПЛИВОМ
НЕСТАЦІОНАРНИХ ТЕМПЕРАТУРНИХ ПОЛІВ**

**Шупіков О. М., зав. відділом, д. т. н.,
Сметанкіна Н. В., пров. наук. співр., д. т. н.,
Угрімов С. В., ст. наук. співр., к. т. н.,
Долгополова Н. В., ст. наук. співр., к. т. н.,
Свет Є. В., ст. наук. співр., к. т. н.**

*Інститут проблем машинобудування ім. А. М. Підгорного
НАН України, shupikov@ipmach.kharkov.ua*

Запропоновано метод розв'язання задачі термопружності багатошарового оскління літаків при впливі нестационарних температурних полів. Оскління розглядається як багатошарова незамкнена циліндрична оболонка складної форми в плані.

Температурні впливи отримано в результаті розв'язання задачі теплопровідності. Розв'язання обох задач отримано на основі методу занурення й зводиться до інтегрування систем інтегро-диференціальних сингулярних рівнянь. Досліджено температурні поля й напруження в шарах п'ятишарового оскління при нагріванні плівковим джерелом тепла. Проведено дослідження напружено-деформованого стану та температурних полів в шарах елементів оскління сучасних літаків. Запропонований підхід дозволяє скоротити витрати і час на передпроектні дослідження і натурні випробування.

Список використаних джерел

1. *Шупіков А. Н.* Термонапряженное состояние многослойных пластин неканонической формы / А. Н. Шупіков, Н. В. Сметанкіна, Е. В. Свет // Вісник ДНУ. Механіка. – 2011. – Т. 2, вип. 15. – С. 264–274.
2. *Нестационарные колебания многослойных пластин и оболочек и их оптимизация* / А. Н. Шупіков, Я. П. Бузько, Н. В. Сметанкіна, С. В. Угрімов. – Харьков : Изд-во ХНЭУ, 2004. – 252 с.

КЛАСИФІКАЦІЯ ЗАГАЛЬНИХ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ВІД ОДНІЄЇ ПРЕДМЕТНОЇ ЗМІННОЇ НА КВАЗІГРУПАХ

Юрій Р. Ф., к. ф.-м. н., доц.

Вінницький національний медичний університет

ім. М. І. Пирогова, Rayisa.Koval@mail.ru

Функціональне рівняння $\omega = \nu$ називається: *загальним*, якщо воно є рівністю двох безповторних слів, які мають однакові предметні змінні; *врівноваженим*, якщо кожна предметна змінна має точно по одній появі в лівій і правій частинах рівняння; *квадратичним*, якщо кожна предметна змінна має в рівнянні точно дві появи; *скоротним*, якщо воно має самодостатню послідовність підслів; *парастрофно скоротним*, якщо воно парастрофно рівносильне деякому скоротному рівнянню.

Теорема 1. Всі функціональні рівняння, в запис яких входять одна предметна і n ($n = 1, 2, 3$) функціональних змінних, парастрофно рівносильні між собою для всіх $n = 1, 2, 3$.

Теорема 2. Кожне функціональне рівняння, в запис якого входить одна предметна і чотири функціональних змінних, парастрофно рівносильне принаймні одному з рівнянь:

$$F_1(x, x) = F_2\left(F_3\left(F_4(x, x), x\right), x\right),$$

$$F_1(x, x) = F_2\left(x, F_3\left(x, F_4(x, x)\right)\right).$$

Список використаних джерел

1. *Belousov V. D. Parastrophic-orthogonal quasigroups / V. D. Belousov // Quasigroups and related systems. – 2005. – Vol. 13, № 1. – P. 25-72.*
2. *Sokhats'kyi F. M. On the classification of functional equations on quasigroups / F. M. Sokhats'kyi // Ukrainian Math. – 2004. – Volume 56, Issue 9. – P. 1259-1266.*
3. *Коваль Р. Ф. Класифікація квадратичних функційних рівнянь малої довжини на квазігрупах / Р. Ф. Коваль // Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. Серія 1. Фізико-математичні науки. – 2004. – Вип. 5. – С. 111-127.*

ПАРАЛЕЛЬНИЙ МЕТОД ВИКОНАННЯ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ ДАНИХ НА КЛАСТЕРНИХ СИСТЕМАХ

Яджак М. С., пров. наук. співроб., д. ф.-м. н.

*Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача НАН України, yadzhak_ms@ukr.net*

Розглядається задача цифрової фільтрації (ЗЦФ), яка загалом полягає у виконанні деякої кількості переобчислень згладжування масиву значень змінних через рухоме вікно заданого розміру. З метою її розв'язання в режимі реального часу було запропоновано квазисистолічний метод обчислень [1] для побудови оптимальних за швидкодією та використанням пам'яті паралельноконвеєрних алгоритмів. Ці алгоритми зорієнтовані на реалізацію на спеціалізованих засобах – квазисистолічних структурах [2], які не є широко доступними для користувача.

Зараз в усьому світі створюються та розвиваються обчислювальні мережі, які об'єднують потужні паралельні засоби універсального призначення. Такі засоби (кластерні системи) розташовані і у низці науково-дослідних інститутів Національної академії наук та вузів України. У зв'язку з цим нами розроблено метод організації паралельних обчислень для розв'язання одно- та двовимірної ЗЦФ на кластерах. Цей метод дозволяє будувати ефективні паралельні алгоритми, враховуючи при цьому реальні можливості обчислювальної системи.

Список використаних джерел

1. Яджак М. С. Оптимальный алгоритм решения задачи цифровой фильтрации с использованием адаптивного сглаживания / М. С. Яджак, М. И. Тютюнник // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – № 3. – С. 142–151.
2. Яджак М. С. Апаратні засоби реалізації паралельно-конвеєрних алгоритмів цифрової фільтрації з використанням адаптивного згладжування / М. С. Яджак, М. І. Тютюнник, Б. О. Бекас // Науковий вісник НЛТУ України. – 2014. – Вип. 24.6. – С. 335–344.

ПРОГНОЗУВАННЯ ВИТРАТ ВОДИ В СИСТЕМАХ ВОДОПОСТАЧАННЯ ЗА ДОПОМОГОЮ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

Якимчук Н. М., асист.

Луцький національний технічний університет, selepyna@ukr.net

Вода є не лише одним з важливих сировинних ресурсів переважної більшості сучасних технологічних процесів, але й невід'ємною частиною повсякденної господарської діяльності населення. У мережах водопостачання існують втрати причинами яких можуть слугувати: підтримання високих тисків у мережі у будь-який час доби; нерівномірний розподіл напорів на ділянках трубопроводу; застарілі комунікації та обладнання, що призводить до аварій на трубопроводах.

Проаналізувавши статистику водопостачання за літній та осінній періоди було оброблено та систематизовано дані погодинної витрати води на виході з насосної станції «Новий Двір» м. Рівне та побудовано усереднені тренди. На основі існуючої технологічної схеми було розроблено систему автоматичного регулювання (САР) насосної станції за витратою. Для оптимізації контуру регулювання витрати запропоновано щоб завдання регулятора формувалось в залежності від поточних та прогнозованих потреб споживачів. Для прогнозування значення витрати води в наступні періоди вибрана лінійна структура нейронної мережі, оскільки масив даних представляє собою ряд погодинних значень миттєвої витрати води на виході насосної станції. Шляхом експериментального перебору різноманітних конфігурацій, кількостей нейронів, кількостей вхідних параметрів було вибрано найоптимальнішу нейронну мережу, яка забезпечує найменші відхилення та час обробки сигналу. Мережу було змодельовано та навчено у програмному середовищі Matlab, а також на основі неї побудовано блок формування завдання, який включено до складу САР. На основі диференційних рівнянь, що описують динаміку поведінки кожного елемента САР, її було змодельовано у Matlab та отримано графіки перехідних процесів.

**ПРО МЕТОД КВАЗІСПЕКТРАЛЬНИХ ПОЛІНОМІВ
ДЛЯ ЕЛІПТИЧНИХ РІВНЯНЬ**

Янчук П. С., проф., к. ф.-м. н.

*Міжнародний економіко-гуманітарний університет
ім. академіка Степана Дем'янчука, janchukp@ukr.net*

Апарат квазіспектральних поліномів використовується для розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь, задач Коші для систем звичайних нелінійних рівнянь та інших задач. В пропонованій доповіді застосовано раніше вивчені властивості квазіспектральних поліномів та рядів Фур'є до розв'язування модельної крайової задачі Діріхле для лінійних еліптичних рівнянь із неперервними коефіцієнтами.

Метод відноситься до класу високоточних та ненасичених методів розв'язування задач математичної фізики. В обчислювальному плані задача зводиться до розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь розміром $2n \times 2n$ для знаходження внутрішніх коефіцієнтів Фур'є функції u , а всі інші коефіцієнти Фур'є, тобто крайові коефіцієнти Фур'є, знаходяться шляхом використання формул для прямих обчислень. Всього потрібно знайти $(2n+1)^2$ коефіцієнтів Фур'є. Відзначимо найважливіші властивості методу:

- поліноміальні розв'язки, степенів не вище $2n+1$ по кожній із змінних відновлюються точно;
- порядок апроксимації знайденого наближення методом квазіспектральних поліномів розв'язку задачі Діріхле для еліптичного рівняння в середньоквадратичній метриці дорівнює порядку величини найкращого наближення цього ж розв'язку;
- метод квазіспектральних поліномів зводить задачу Діріхле до розв'язування системи лінійних алгебраїчних рівнянь із симетричною додатно визначеною матрицею, що зумовлює обчислювальну стійкість методу;
- метод не потребує зведення до однорідних умов, а застосовується легко і відразу до задачі Діріхле з неоднорідними крайовими умовами.

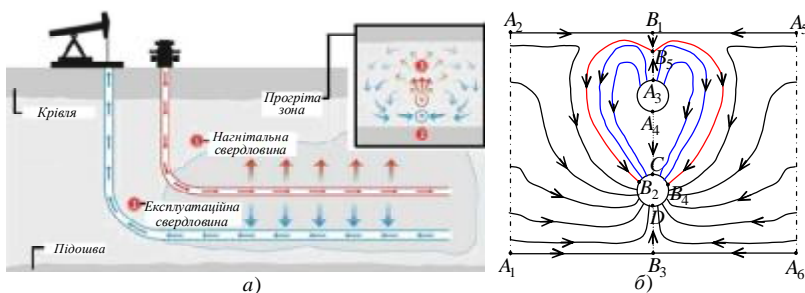
Цей метод нескладно поширити на випадок інших крайових задач для прямокутника і паралелепіпеда.

**МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ
РОЗРОБКИ РОДОВИЩ НАФТИ З ВИКОРИСТАННЯМ
ТЕРМО-ГРАВІТАЦІЙНОГО ДРЕНАЖУ**

Ярошак С. В., доц., к. т. н.

*Рівненський державний гуманітарний університет,
yaroschak@mail.ru*

Розвинуто методи комплексного аналізу математичного моделювання ізотермічної багатофазної фільтрації [1] на випадок витіснення нафти теплоносієм з використанням технології термо-гравітаційного дренажу (див. рис. 1).



*Рис. 1. Схема роботи термогравітаційного дренажу (а)
та поперечний переріз пласта (б)*

На основі методів квазіконформних відображень та поетапної фіксації характеристик середовища і процесу розроблено числовий алгоритм розв'язування відповідних задач на побудову гідродинамічних сіток, відшукування полів температури та насиченості, координат точок «призупинки», фільтраційних витрат. Цей алгоритм є підґрунтям для розв'язання більш складної задачі, а саме: задачі оцінки динаміки зміни зон прогріву пласта паром, коли мають місце фазові переходи породжені охолодженням та конденсацією пару.

Список використаних джерел

1. Методи комплексного аналізу : монографія / А. Я. Бомба, С. С. Каштан, Д. О. Пригорницький, С. В. Ярошак. – Рівне : НУВГП, 2013. – 415 с.

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ЭКОЛОГИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫХ РЕГИОНОВ

Ахмедов Д., стажёр-исследователь

Центр разработки программных продуктов и аппаратно-программных комплексов при ТУИТ, a.dilshot@mail.ru

Прогнозирование распространения и степени концентрации загрязняющих веществ, выбрасываемых производственными объектами на отдельных территориях, позволяет осуществлять принятие решений по целесообразности расположения вновь возводимых, а также по выбору оптимальных режимов работы существующих объектов.

При моделировании рассматриваемого процесса необходимо учитывать переменность полей вектора скорости и статического давления в приземном пограничном слое по времени, с учётом рельефа подстилающей поверхности. Совокупность учитываемых факторов складывается в информацию о потенциале загрязнения атмосферы (ПЗА).

Реализация расчетов динамики ПЗА на ЭВМ осуществлялась на примере воздушного бассейна Ахангаранской долины в Средней Азии, ветровой режим которой отличается чрезвычайным разнообразием вследствие сложного рельефа территории [1].

Анализ результатов проведённых экспериментов, позволил заключить, что основными факторам, определяющими уровень загрязнения рассматриваемой территории, являются маятниковый характер ветровой деятельности, частая повторяемость застойных явлений в приземном слое атмосферы, высокая повторяемость инверсий и низкий слой атмосферных осадков.

Список использованных источников

1. *Равшанов Н.* Конструктивная системная методология математического моделирования и вычислительного эксперимента в проблеме охраны окружающей среды / Н. Равшанов, Д. К. Шарипов. – Т.: Fan va texnologiya, 2013. – 152 с.

**ТОЧНОСТЬ ВЫЧИСЛЕНИЯ ДИСКРЕТНЫХ ТОКОВ
ПРИ КОМПЬЮТЕРНОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИФРАКЦИИ
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА СИСТЕМАХ ЛЕНТ**

Боровинский А. В., прогр., стиск.,

Мищенко В. О., проф., д. т. н.

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,

avborovinsky@gmail.com

Дифракционные явления на антенных и др. элементах радиотехнических устройств во многих случаях допускают математические модели в форме краевых задач для уравнения Гельмгольца на плоскости с удалением из неё отрезков, соответствующих тонким металлическим лентам [1]. Метод дискретных токов [1] (МДТ) интерпретирует подобные задачи в форме граничного интегрального (или псевдодифференциального) уравнения первого рода и даёт алгоритм численного решения с оценкой точности при абсолютно точных вычислениях. Пусть такая структура плоскопараллельна, а падающее поле – плоская монохроматическая волна. В известных работах численное решение быстро стабилизировалось по мере увеличения числа токовых нитей. Однако число обусловленности линейной системы метода (определяющей силы токов) не оценено, и при большом числе различных лент характер роста реальной точности с ростом числа нитей не ясен. В докладе приводятся результаты серий численных экспериментов, в которых обусловленность решений оценивалась прямо. Использовалась алгоритмическая и программная диверсность. Построена гипотеза о точности компьютерных вычислений МДТ, полезная при его технических применениях.

Список использованных источников

1. Гандель Ю. В. Математические вопросы метода дискретных токов / Ю. В. Гандель, С. В. Еременко, Т. С. Полянская // Учебное пособие. Ч. 2. – Харьков: ХГУ, 1992. – 145 с.

**ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ГАЛЁРКИНА С РАЗРЫВНЫМИ ФУНКЦИЯМИ (DG)
К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ**

Бричак А. А., асп.

*Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного
НАН Украины, brichak@rambler.ru*

Широкое распространение для решения задач газовой динамики получил метод конечных элементов Галёркина с разрывными функциями (DG). Этот метод относится к группе методов конечных элементов, характерными чертами которых являются кусочно-непрерывная аппроксимация искомой функции в элементах; запись задачи в слабой формулировке с использованием метода Галёркина; понижение степени производных, входящих в окончательную систему уравнений. Отличие метода DG от традиционных методов конечных элементов состоит в использовании базисных функций, которые могут претерпевать разрывы на границах элементов. В связи с такой особенностью формулировки, рассматриваемый метод особенно хорошо подходит для решения задач газовой динамики с разрывными начальными, граничными условиями, а также с разрывными решениями.

Важной особенностью рассматриваемого метода является аппроксимация потока на границах элементов, для чего используются подходы Годунова, Рое, Лакса-Фридрихса. Другой особенностью метода является использование ограничителей на величину производной неизвестной функции в отдельных элементах.

Использование метода конечных элементов с разрывными функциями было протестировано на ряде одномерных и двумерных задач газовой динамики. Была проверена работа метода с использованием базисных функций различного порядка точности для прямоугольных и треугольных элементов, а также различных ограничителей.

**ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА
АППРОКСИМАЦИИ В ЗАДАЧАХ АЭРОГИДРОДИНАМИКИ
ТУРБОМАШИН**

Ванин В. А., д. т. н., Русанов А. В., д. т. н.

*Институт проблем машиностроения им. А.Н.Подгорного
НАН Украины, vvictora52@mail.ru*

Применение конечноразностных методов повышенного порядка аппроксимации позволяет достичь приемлемого порядка точности приближенного решения на реальных (грубых) сетках. Важными элементами таких схем являются процедура монотонизирующей реконструкции с встроенными ограничителями и решение задачи распада произвольного разрыва.

Задачи с разрывными решениями приводят к необходимости различать классическую и слабую аппроксимацию. Известны несколько эквивалентных способов введения уравнения для слабого решения поставленной задачи. Повышение порядка классической аппроксимации может происходить на основе использования дифференциальных следствий, а порядок слабой – на основе интегральных следствий. Различие в интегральном представлении дифференциальных следствий и интегральных следствиях уравнений для слабого решения проявляется на разрывных решениях.

Приводятся и анализируются свойства разностных схем с повышенным порядком слабой аппроксимации для нелинейного уравнения переноса, систем уравнений газовой динамики.

Некоторые из полученных вычислительных схем применяются для численного исследования сложных пространственных нестационарных газодинамических течений в турбомашинах и вентиляторах. Показаны локальные особенности потоков в их проточных частях и нестационарные аэродинамические характеристики.

**ПРОГРАММНАЯ ДИВЕРСНОСТЬ И ЛИЧНОСТНЫЕ
ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗРАБОТЧИКОВ**

Варламова Н. В., ст. лаб., Гахов А. В., доц., к. ф.-м. н.,

Мищенко В. О., проф., д. т. н.

*Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина,
andrii.gakhov@gmail.com, mischenko@univer.kharkov.ua*

Диверсность в разработке критического программного обеспечения (ПО) [1] является одним из важнейших подходов к снижению его уязвимости (например, вызванной дефектами кодирования и проектирования). Программная диверсность – одна из составляющих этого подхода. Её эффект зависит от инструментария разработки ПО и профессионального уровня разработчиков. Доклад отражает идею авторов о том, что необходимым условием максимизации этого эффекта является соответствие инструментария личностным характеристикам разработчиков.

Профессиональные разработчики ПО имеют сильно выраженные отличия личных характеристик по типологии Юнга (в обработке Маерса–Бриггса) от средних показателей, что установлено в [2]. Роль учёта личностного типа в успешности программиста обосновывается в [3] в широком контексте участия в разнообразных программных проектах.

В настоящем докладе выдвинута концепция постадийной разработки математической модели обсуждаемого явления, согласно которой на первой стадии подтверждается существование и уточняются характерные «программистские подтипы» в типологии Маерса–Бриггса с целью введения подходящего описания профиля личности. На второй стадии устанавливается связь данного профиля с предпочтениями разработчика в выборе инструментов программирования. На 3-й – проверяется гипотеза о том, что такие предпочтения играют важную роль в достижении требуемой степени диверсности для данных пар инструментов.

В настоящее время мы проводим исследование второй стадии разработки модели, взяв в качестве инструмента языки программирования. Математическая модель должна позволять описывать влияние

«программистских подтипов» на расстояние в пространстве признаков диверсности между прогнозируемыми результатами диверсной разработки. Построение адекватной модели зависит от успешности исследований выборок групп программистов, отдающих предпочтение данным языкам программирования. Сложность таких исследований связана с объективными причинами: 1) необходимость контроля степени и обоснованности заявленных предпочтений, 2) практическая невозможность репрезентативного представления большого неоднородного сообщества программистов в нескольких выборках, 3) малость доступных выборок. По этой причине результаты в ближайшее время могут состоять в разработке методов и их испытании для конкретных групп разработчиков ПО.

При успешном переходе на третью стадию исследования, особое внимание будет уделяться исследованию объективности признаков достаточной диверсности и вычислению доверительных уровней для отвержения нулевой гипотезы о независимости достигнутой степени диверсности от характеристик личности разработчиков.

Список использованных источников

1. Diversity Strategies for Nuclear Power Plant Instrumentation and Control Systems [Электр. ресурс] / NUREG/CR-7007, ORNL/TM-2009/302. – Office of Nuclear Regulatory Research : Feb 2010 // 17.01.2015. – Режим доступа: <http://pbadupws.nrc.gov/docs/ML1008/ML100880143.pdf>.
2. Capretz L. F. Personality types in software engineering / Luiz Fernando Capretz // Int. J. Human-Computer Studies. – 2003. – 58. – С. 207-214.
3. Архипенков С. Руководство командой разработчиков программного обеспечения. Прикладные мысли [Электр. ресурс] / Сергей Архипенков. – М.: 2008. – 80 с. // 17.01.2015. – Режим доступа: http://arkhipenkov.ru/resources/sw_team_management.pdf.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАНСПОРТНОГО ПОТОКА

Горбач В. В.

Классический приватный университет, littlelera@ukr.net

В настоящее время остро стоит проблема управления транспортными потоками. Увеличение количества транспортных средств привело к перегруженности городских дорог, многочасовым пробкам, затруднению движения пешеходов, увеличению количества аварий и т. д.

Актуальность разработки компьютерной модели обусловлена интенсивным увеличением количества транспортных средств, которое требует рациональной организации транспортных потоков. Существующие программные продукты нацелены на решение узкоспециализированных задач [1]. Кроме этого, используются реальные статистические данные, основанные на событиях прошлого. В результате прогнозируемые характеристики транспортной сети крайне неточны.

Особенности транспортных систем делают невозможным построение адекватной аналитической модели, позволяющей исследовать варианты управления в этой системе и ее характеристики в различных условиях. В то же время имитационное моделирование представляется обещающим подходом к решению этой проблемы: оно позволяет быстро и с хорошей точностью прогнозировать характеристики сложных систем подобной природы и оптимизировать существенные параметры, выбирая соответствующие параметры оптимизации.

Список использованных источников

1. Кузин М. В. Программное обеспечение для имитационного моделирования координированных транспортных потоков / М. В. Кузин // Материалы международной научной конференции «Инновации в обществе технике и культуре». Часть 3. – Таганрог : Изд-во ТТИ ЮФУ. 2008. – С. 27-31.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПЕРЕНОСА В ПЛОСКИХ
ТЕЧЕНИЯХ СО СЛОЖНОЙ ГЕОМЕТРИЕЙ ГРАНИЦ**

Гуржий А. А., д. ф.-м. н., проф.,

Шалденко А. В., асп., Мацола Д. Ю., асп.

Национальный технический университет Украины «КПИ»,

a.gourjii@gmail.com

В докладе рассматривается двухмерная задача адвекции выделенной жидкости (загрязнения) на морской поверхности в приближении идеальной несжимаемой жидкости. Решение задачи сводится к совместному решению гидродинамической задачи, результатом которой является распределение поля скорости в рассматриваемой области течения и задачи адвекции, по результатам которой определяется положение загрязнения для текущего момента времени.

Гидродинамическая задача решена численно с использованием метода дискретных особенностей, адаптированного к задачам адвекции [1]. Метод предусматривает предварительную дискретизацию береговой линии, которая связана с установкой системы точек коллокаций, расположенных на береговых линиях рассматриваемого течения, и системы фиксированных точечных вихрей. Влияние ветровой нагрузки моделируется системой вихревых вихрей над поверхностью течения. Это позволяет принять во внимание поправку к значению поля скорости течения, вызванную нестационарной ветровой нагрузкой на морской поверхности.

В работе приведен демонстрационный пример адвекции загрязнения, появившегося на морской поверхности в результате столкновения 31 мая 2003 года китайского сухогруза Fu Shan Hai и кипрского контейнеровоза Gdynia около о. Борнхольм в Балтийском море. Исследования показали, что о. Борнхольм является разделительным барьером для пассивной примеси на морской поверхности при различных направлениях ветра.

Список использованных источников

1. *Гуржий А. А.* Адаптированный метод дискретных особенностей к задаче адвекции пассивной примеси морскими течениями / А. А. Гуржий, Д. И. Черный // Прикладная гидромеханика. – 2009. – Т. 11, № 2. – С. 30-39.

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ
ПРОЦЕССОВ В ТЕПЛОИЗЛУЧАЮЩИХ ТЕЛАХ НА БАЗЕ
ВАРИАЦИОННО-СТРУКТУРНОГО МЕТОДА**

Демьянченко О. П., ст. препод.

Азовский морской институт, olgademyanchenko@gmail.com

В данном докладе приводятся результаты развития вариационно-структурного метода решения краевых задач теплофизики применительно к решению нелинейных краевых задач теплоизлучающих тел вращения канонической и неканонической формы.

Предложенная модификация метода и алгоритм решения обладают свойствами универсальности по отношению к изменению как геометрических, так и теплофизических параметров математической модели нелинейного теплового процесса.

В докладе предлагается решение нелинейных краевых задач для теплоизлучающих тел сводить к решению последовательности соответствующих линейных задач теплообмена, в которых нелинейное граничное условие Стефана-Больцмана заменяется граничным условием Ньютона с переменными коэффициентами теплоотдачи. Данные коэффициенты в граничных условиях Ньютона определяются из решений краевых задач на предыдущих итерациях таким образом, что математические модели последовательности соответствующих задач попеременно моделируют исследуемый нелинейный процесс теплообмена с более высокой и менее высокой интенсивностью теплообмена на поверхности тела по отношению к исходной нелинейной модели теплообмена.

Для решения данной последовательности задач с переменными коэффициентами теплоотдачи в граничных условиях Ньютона в докладе построены встречные функционалы, позволяющие получать решения последовательности задач с двухсторонней сходимостью к точному решению исходной задачи.

**ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗ МИКРОГЕОМЕТРИИ
МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

Дубровин В. И., к. т. н., проф., Твердохлеб Ю. В., асп.

Запорожский национальный технический университет,

vdubrovin@gmail.com, julia.tverdohleb@gmail.com

Эксплуатационные свойства машин и приборов, их точность, надежность и долговечность зависят от качества поверхности, ее микрогеометрического и физико-механического состояния. Качество обработанной поверхности характеризуется физико-механическими свойствами поверхностного слоя металла и степенью шероховатости поверхности. Изучение качества поверхности и, в частности, шероховатости является важной инженерной задачей.

Действующая методика разделения исходного профиля на профили волнистости и шероховатости представлена в ДСТУ 4287:2002 «Технічні вимоги до геометрії виробів. Структура поверхні. Профільний метод» и ДСТУ 4288:2002 «Структура поверхні. Профільний метод. Правила и процедури оцінювання структури поверхні». Данная методика предполагает получение профиля шероховатости с помощью цифрового профильного фильтра; при этом его длина волны соответствует базовой длине профиля, которую определяют после процедуры вычисления ряда параметров для исходного профиля. После этого определяют класс шероховатости для поверхности.

Недостатком данной методики является то, что она зависит от вычисленных параметров для исходного профиля, и как следствие, установленное пороговое значение профильного фильтра может быть неточным. Также следует отметить, что каждый параметр фильтра определен на несколько классов шероховатости.

Для решения этой проблемы перспективно использовать направление цифровой обработки сигналов – вейвлет-преобразование. Уникаль-

ные математические свойства вейвлетов сделали их мощным инструментом анализа и последующего синтеза любого сигнала.

Авторами предложен метод делинеации сигнала сложной формы на независимые компоненты. При разработке метода использованы: математический аппарат вейвлет-преобразование, методы теории информации и методы математической статистики. Уникальные свойства вейвлет-преобразования и теория информации позволяют определить оптимальный уровень декомпозиции сигнала и выбрать оптимальный вейвлет-базис, что позволит решить задачу разделения профиля.

Процедура выделения компонент сигнала состоит из следующих этапов:

1. Вычислить начальное значение энтропии профилограммы;
2. Установить уровень декомпозиции $i=2$;
3. Разложить сигнал на глубину i , получая волнистость обработанной поверхности (W_i);
4. Вычесть из общего профиля волнистость, получив шероховатость обработанной поверхности (R_i);
5. Вычислить энтропию Шеннона для волнистости и шероховатости поверхности (H_{W_i} и H_{R_i}):

$$H_{W_i} = -\sum_{j=1}^N W_{ij}^2 \log(W_{ij}^2), \quad H_{R_i} = -\sum_{j=1}^N R_{ij}^2 \log(R_{ij}^2);$$

6. Вычислить суммарную энтропию: $H_i = H_{W_i} + H_{R_i}$;
7. Если $H_i > H_{i-1}$ установить $i=i+1$ и перейти к шагу 3;
8. Останов.

Разработанный метод применен к задаче выделения профилей волнистости и шероховатости профилограмм металлических поверхностей и показана его эффективность.

**ЛИНЕЙНЫЕ УПРАВЛЯЕМЫЕ СИСТЕМЫ
С ПЕРЕМЕННОЙ РАЗМЕРНОСТЬЮ**

Кичмаренко О. Д., доц., к. ф.-м. н., Плотников А. А., маг.

Одесский национальный университет,

olga.kichmarenko@gmail.com, aaplotnikov@ukr.net

Пусть $I = [0, T]$, $n: I \rightarrow \mathbf{N}$ – кусочно-постоянная непрерывная с права функция и существует константа $\bar{n} > 0$ такая, что $n(t) \leq \bar{n}$ для всех $t \in I$.

Рассмотрим следующую линейную управляемую систему $\mathfrak{L} = A_i(t)x_i + B_i(t)u$, $t \neq t_i$, $x_0(0) = \bar{x}_0$, $i = \overline{0, m}$, $x(t_l) = M_l x(t_l - 0)$, $l = \overline{1, m}$, где $x(t) \in \mathbf{R}^{n(t)}$, $t \in I$, $u \in U \in \text{conv}(R^k)$ – вектор управления, $t_i \in I$, $i = \overline{1, m}$ – занумерованные в порядке возрастания моменты времени такие, что $n(t_i - 0) \neq n(t_i)$, $A_i(t)$ – матрицы размерности $(n(t) \times n(t))$, $B_i(t)$ – матрицы размерности $(n(t) \times k)$, M_i матрицы $(n(t) \times n(t - 0))$.

В докладе приводятся свойства множества достижимости системы, а так же обосновывается возможность использования метода усреднения для исследования таких систем. Для этого исходная система представляется в виде:

$$\begin{cases} \mathfrak{L} = N(n(t))A(t)x + N(n(t))B(t)u, t \neq \tau_i, \\ x(0) = x_0, x(\tau_i) = M(n(\tau_i))x(\tau_i - 0), \end{cases}$$

где $N(n(t))$ – матрица $(\bar{n} \times \bar{n})$ такая что $N(n(t)) = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, E – единичная матрица $(n(t) \times n(t))$, $A(t)$ – матрица $(\bar{n} \times \bar{n})$ такая, что $N(n(t))A(t) \equiv P^T(n(t))A_i(t)P(n(t))$ для $t \in [t_i, t_{i+1})$, $i = \overline{0, m}$, $B(t)$ – матрица $(\bar{n} \times k)$ такая, что $N(n(t))B(t)u \equiv P^T(n(t))B_i(t)u$ для $u \in U$ и $t \in [t_i, t_{i+1})$, $i = \overline{0, m}$, $P(t)$ – матрица $(n(t) \times \bar{n})$ такая, что $P(n(t)) = (E \ 0)$, $M(n(t))$ – матрица $(\bar{n} \times \bar{n})$ такая, что $M(n(t)) = M(n(t_i)) = \begin{pmatrix} M_i & 0 \\ 0 & E \end{pmatrix}$ для всех $t \in [t_i, t_{i+1})$, $i = \overline{0, m-1}$, $M_0 = E$, $N(n(0))x_0 \equiv P^T(n(0))\bar{x}_0$.

**ИЗОТРОПНАЯ СРЕДА ОСЛАБЛЕННАЯ ТРЕЩИНАМИ В ПОЛЕ
ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ, НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ**

Клименко В. А., ст. препод., Москаленко Д. Р., асп.

Сумской государственной университет,

klim12022@mail.ru, moskalenko.denys@gmail.com

Целью данной работы есть исследование напряженного состояния изотропной среды с круговой границей, ослабленной криволинейными трещинами, выходящими на границу, в поле центробежных сил.

Напряжения в диске выражаются через аналитические функции $\Phi(z)$ и $Y(z)$ по известным формулам [2].

После подстановки в краевые условия на берегах разрезов предельных значений функций $\Phi(z)$ и $Y(z)$ приходим к системе сингулярных интегральных уравнений, к которой добавляем условия однозначности перемещений.

Численная реализация системы интегральных уравнений осуществлялась по схеме Мультипола. Асимптотические значения напряжений нормального разрыва s_n и продольного сдвига t_{ns} в окрестности вершины трещины определялись по формулам [1].

Для апробации алгоритма была рассмотрена задача о неподвижном диске с трещиной, берега которой загружены нормальным давлением.

Список использованных источников

1. *Панасюк В. В.* Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках / В. В. Панасюк, М. П. Саврук, А. П. Дацышин. – Киев : Наукова думка, 1976. – 443 с.
2. *Мусхелишвили Н. И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости / Н. И. Мусхелишвили. – М. : Изд-во АН СССР, 1954. – 648 с.

**СВОЙСТВА R-РЕШЕНИЙ ЛИНЕЙНЫХ НЕЧЕТКИХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ**

Комлева Т. А.¹, доц., к. ф.-м. н., Плотникова Л. И.², доц., к. ф.-м. н.

¹*Одесская гос. академия строительства и архитектуры,*

t-komleva@ukr.net

²*Одесский национальный политехнический университет*

В докладе рассматривается линейное дифференциальное включение с нечеткой правой частью:

$$\dot{x} \in A(t)x + F(t), x(0) \in X_0, \quad (1)$$

где $t \in R_+^1$, $x \in R^n$, $A(t)$ – матрица размерности $(n \times n)$, $F: R_+^1 \rightarrow E^n$ –

нечеткое отображение, $X_0 \in E^n$ – нечеткое множество, E^n – простран-

ство нечетких множеств с метрикой $D(X, Y) = \sup_{a \in [0,1]} h([X]^a, [Y]^a)$,

$h(G, H)$ – метрика Хаусдорфа в пространстве $conv(R^n)$, $[X]^a$ – a -

срезка нечеткого множества $X \in E^n$.

Определение. Полунепрерывное сверху нечеткое отображение $X: R_+^1 \rightarrow E^n$ называется R-решением системы (1), если оно удовлетворяет следующей системе:

$$\sup_{a \in [0,1]} h([X(t+s)]^a, (E + sA(t))[X(t)]^a + s[F(t)]^a) = o(s), X(0) = X_0,$$

где E – единичная матрица, $\lim_{s \rightarrow 0} \frac{o(s)}{s} = 0$.

В докладе приводятся условия существования R-решения, его некоторые свойства, а так же обосновывается возможность использования схем усреднения для системы вида (1), содержащей малый параметр.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИФФУЗИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ОСНОВЕ КЛЕТочно-АВТОМАТНОГО ПОДХОДА

Красношлык Н. А., доц., к. т. н.

Черкасский национальный университет имени Б. Хмельницкого,

wlik007@ukr.net

В процессе диффузионного взаимодействия на границе контакта металлов образуется диффузионная зона. Рассмотрим бинарный металлический сплав $A-B$ с двумя a - и b -фазами, и подвижной границей раздела фаз. Традиционно математическое описание взаимной диффузии в металлических сплавах сводится к задаче Стефана. Такая постановка задачи для двухфазной системы состоит из дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих изменение концентрации в каждой фазе, и уравнения, определяющего скорость движения самой межфазной границы. В данной работе предлагается использовать клеточно-автоматный подход для описания диффузионного взаимодействия в бинарной металлической системе с двумя фазами, который основывается на аппроксимации уравнений задачи Стефана.

Опишем схему клеточно-автоматных взаимодействий в двумерном случае. В процессе моделирования случайным образом выбирается очередная клетка, которая получит новое значение концентрации:

$$N'_{i,j} = N_{i,j} + D^{ph} (N_{i+1,j} + N_{i-1,j} + N_{i,j+1} + N_{i,j-1} - 4N_{i,j}),$$

где $N_{i,j}$ – концентрация атомов сорта B ($0 \leq N_{i,j} \leq 1$), D^{ph} – приведённый коэффициент взаимной диффузии ($ph = \{a, b\}$).

В предлагаемой модели каждая клетка поля характеризуется значением концентрации, которое определяет её принадлежность к одной из фаз. Если полученная концентрация выходит за допустимые диапазоны существования имеющихся фаз, то принадлежность к фазе определяется правилом, учитывающим скорость движения межфазной границы.

КОМПЬЮТЕРНАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАЗРАБОТКИ НЕФТЕГАЗОВЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ

Курбонов Н. М., м. н. с.

*Центр разработки программных продуктов и
аппаратно-программных комплексов при ТУИТ,
nozim_kurbonov@mail.ru*

Для более эффективной разработки нефтегазовых месторождений, повышения их технико-экономических показателей с целью максимального извлечения продуктов из старых нефтегазовых залежей, необходимо проведение комплексных исследований с помощью математического инструментария. Примером такого математического аппарата является триада – «математическая модель, численный алгоритм и программно-инструментальный комплекс» для реализации задачи и проведения вычислительных экспериментов на ЭВМ при различных входных технологических параметрах объекта исследования.

В настоящей работе рассматриваются математическая модель, консервативный численный алгоритм и программное средство для проведения вычислительных экспериментов, разработанные на основе основных законов гидродинамики. Разработаны математическое и программное обеспечения для исследования, прогнозирования и принятия решений по разработке и проектированию нефтяных и газовых месторождений. Также приведены результаты вычислительных экспериментов в виде графиков при неустановившейся фильтрации флюидов в пористых средах.

Список использованных источников

1. *Равшанов Н.* Моделирование процесса фильтрации трехфазной смеси «нефть-газ-вода» в пористых средах / Н. Равшанов, Н. Курбонов // *Технология материалов.* – Москва : Изд-во ИНГН, 2014. – № 2. – С. 3-13.

**О НЕВЯЗКАХ РЕШЕНИЙ СЛАУ
ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ БЕССЕТОЧНЫХ МЕТОДОВ**

Лисин Д. А.¹, к. т. н., доц., Лисина О. Ю.², к. ф.-м. н., доц.

¹*Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина*

²*Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет,
lisina_korovina@mail.ru*

В ходе вычислительной реализации решений краевых задач бессеточными методами возникает проблема, связанная с решением систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), в которых основная матрица системы имеет большую размерность и является плохо обусловленной. Этот факт приводит к необходимости анализа использования методов решения СЛАУ для минимизации погрешностей вычислений.

Как известно, наиболее эффективными и устойчивыми итерационными методами решения СЛАУ больших размерностей являются проекционные методы. В представляемой работе были исследованы невязки решений СЛАУ, сформированных в процессе построения решения краевой задачи теплопроводности в двусвязной области методом двойного замещения. Суть метода сводится к представлению решения в виде суперпозиции однородного и частного, где частное решение формируется в виде линейной комбинации атомарных радиальных базисных функций, а однородное решение – в виде линейной комбинации функций, являющихся фундаментальным решением однородного трехмерного уравнения Гельмгольца.

Были проанализированы относительные невязки для шести итерационных методов: метод наименьших квадратов, метод минимальных невязок, метод бисопряженных градиентов, квадратичный метод сопряженных градиентов, стабилизированный метод бисопряженных градиентов и симметричный LQ-метод. Выяснилось, что метод бисопряженных градиентов при выбранной точности вычислений 10^{-9} сходится на 15000 итераций, что показало наилучший вычислительный результат.

**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНО-СТАТИСТИЧЕСКАЯ
МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ
ПРОЦЕССА ИК-ВАКУУМНОЙ СУШКИ ОВОЩЕЙ**

Маматов Ш. М., с. н. с., Додаев К. О., проф., Юнусова Н. Р., м. н. с.

Ташкентский химико-технологический институт,

sherzod_mamatov@mail.ru

Границы исследований области по данному технологическому параметру определяют уровни факторов. В нашем случае на выходной параметр $W_{ост}$ (остаточная влажность) влияют три величины: t_6 – температура на поверхности образца; δ – толщина ломтиков овощей; W_n – начальная влажность ломтиков. В этой системе координат верхний уровень равен +1, нижний –1, координаты центра плана равны нулю и совпадают с началом координат. Учитывая свойства ортогональности полученной матрицы планирования и вводя фиктивную переменную, получим матрицу планирования.

Пользуясь планом, сначала вычислим коэффициенты регрессии линейного уравнения (для каждого компонента) по формуле:

$$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + B_3x_3,$$

где коэффициенты B_i определяются по выражению:

$$B_i = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{N}.$$

Более полное уравнение регрессии с коэффициентами взаимодействия можно представить в следующем виде:

$$y = B_0 + B_1x_1 + B_2x_2 + B_3x_3 + B_{12}x_1x_2 + B_{13}x_1x_3 + B_{23}x_2x_3 + B_{123}x_1x_2x_3.$$

Для определения коэффициентов, отражающих эффекты двойного взаимодействия B_{12} , B_{13} , B_{23} и коэффициента, фиксирующего эффект тройного взаимодействия B_{123} , необходимо расширить матрицу планирования с фиктивной переменной. Если среднеквадратическое отклонение экспериментальных значений остаточной влажности высушенного продукта от расчетных составляет менее 5%, то можно заключить, что теоретические и экспериментальные показатели согласуются между собой с достаточной точностью.

**АСИМПТОТИЧЕСКИЙ МЕТОД РАСЧЕТА ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ
ДЛЯ ЗАМКНУТЫХ ОБОЛОЧЕК С ОТКЛОНЕНИЯМИ****Олевский В. И., доц., к. т. н.***ГВУЗ Украинский государственный химико-технологический
университет, ileft@i.ua*

Рассматривается построение приближенных решений возмущённых периодических краевых задач для систем уравнений в частных производных определённого класса, включающего задачи теории упругих гибких торсовых оболочек с малыми возмущениями края в плоскости, перпендикулярной оси оболочки. Краевая задача для возмущенной области приближается рекуррентной последовательностью предельных краевых задач с полиномиальной нелинейностью для прямоугольника. Их решение сводится к граничным задачам для систем обыкновенных дифференциальных уравнений относительно коэффициентов разложения искомых функций в тригонометрические ряды по циклической переменной. Применяется возмущение при помощи искусственного параметра специального вида так, что последовательные приближения получаются в виде полиномов. Для обеспечения сходимости решения одновременно по параметру возмущения и переменной интегрирования используется обобщенное суммирование его двумерными дробнорациональными функциями на основании специальной схемы выбора членов ряда, используемых для построения приближения. Это позволяет обосновать сходимость к точному решению в данной модели, а численные эксперименты показывают, что метод эффективен при существенно больших амплитудах возмущения, чем у других авторов [1].

Список использованных источников

I. Andrianov I. V. Analytical perturbation method for calculation of shells based on 2-D Padé approximants / I. V. Andrianov, V. I. Olevs'kyu, J. Awrejcewicz // Int. J. Struct. Stabil. Dynam. – 2013. – Vol. 13, No. 7. – P. 1340003-1– 1340003-7.

ДИФРАКЦИЯ SH-ВОЛН НА СИСТЕМЕ ТРЕЩИН В БЕСКОНЕЧНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЕ

Панченко Б. Е., Пилипенко С. А.

Для решения антиплоских задач теории дифракции [1] большой эффективностью обладает метод интегральных уравнений [2, 3]. Преимущество заключается в сокращении числа пространственных переменных, достаточно высокой скорости сходимости и возможности применения различных эффективных численных методов решения [3].

Построена параллельно-конвейерная схема вычислений. Вычисления имеют следующие этапы: синтез массивов исходных данных, синтез матрицы СЛАУ, решение СЛАУ методом Гаусса, синтез массивов итоговых решений. Первый, второй и четвертый этапы макроконвейера не требуют пересылок данных, что означает независимость вычислений. На третьем этапе для решения СЛАУ существует оптимальное число процессов, определяемое спецификой матрицы. Это означает, что для алгоритма оптимальным является число процессов, соответствующее числу коэффициентов СЛАУ.

В задаче дифракции SH-волн на системе криволинейных трещин-разрезов параллельные алгоритмы позволили значительно сократить время вычислений и более детально проанализировать характеристики волнового поля. А распараллеливание вычислительных процедур привело к существенному увеличению эффективности предложенного алгоритма.

Список использованных источников

1. *Гузь А. Н.* Дифракция упругих волн / А. Н. Гузь, В. Д. Кубенко, М. А. Черевко. – К. : Наук. думка, 1978. – 307 с.
2. *Панасюк В. В.* Метод сингулярных интегральных уравнений в двумерных задачах дифракции / В. В. Панасюк, М. П. Саврук, З. Т. Назарчук. – К. : Наук. думка, 1984. – 344 с.
3. *Вертгейм И. И.* Параллельные технологии вычислений в механике сплошных сред и МДТТ: учебное пособие / И. И. Вертгейм, В. Н. Терпугов. – Пермь : ПГУ, 2007. – 84 с.

**ПРОФЕССИОНАЛЬНАЯ ПОДГОТОВКА СПЕЦИАЛИСТОВ
АВТОТРАНСПОРНОЙ ОТРАСЛИ В УСЛОВИЯХ
ЛИЧНОСТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО ОБУЧЕНИЯ**

Плехова А. А., доц., к. т. н., Холева О. Г., ассист.

*Харьковский Национальный автомобильно-дорожный университет,
admin@khadi.kharkov.ua*

На современном этапе мы переживаем феномен эволюции образования от традиционной, технократичной парадигмы к парадигме гуманистической, антропоцентрической, ориентированной на личность.

В отличие от традиционных технологий, личностно ориентированное обучение рассматривается как процесс, предусматривающий сотрудничество и взаимопомощь [1]. Профессиональная подготовка в условиях личностно ориентированного обучения предполагает создание условий для самораскрытия, личностной реализации в профессиональной деятельности на основе собственных смысловых мотивов, и должна соответствовать принципу профессиональной заинтересованности обучения [2]. Организация учебной деятельности, где профессиональная подготовка всех осуществляется на одном уровне, противоречит законам развития личности. Полученные знания не имеют личностного смысла, не согласуются с личным опытом. Это приводит к спаду мотивации к обучению и выбранной профессии.

Преподавание прикладных дисциплин в современной системе образования требует изложения материала с учетом практического применения современных методов решения широкого спектра задач, возникающих в рамках специальности «Транспортные системы».

Список использованных источников

1. *Мищик Л. І.* Теоретико-методичні основи професійної підготовки спеціаліста у закладах вищої освіти / Л. І. Міщик. – Запоріжжя : Промінь, 1997. – 370 с.
2. *Психологія особистості: Словник-довідник.* – К. : Рута, 2001. – 320 с.

**УСРЕДНЕНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ НЕЧЕТКИХ
ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ВКЛЮЧЕНИЙ**

Плотников А. В., проф., д. ф.-м. н.,

Молчанюк И. В., доц., к. ф.-м. н.

Одесская государственная академия строительства и архитектуры,

a-plotnikov@ukr.net, i-molchanyuk@ukr.net

В докладе рассматривается управляемое нечеткое интегро-дифференциальное включение, содержащее малый параметр:

$$\mathfrak{E} \in \left[F(t, x) + \int_0^t \Phi(t, s, x(s)) ds + R(t, w) \right], x(0) = x_0, \quad (1)$$

где $\varepsilon > 0$ – малый параметр, $x \in R^n$, $t, s \in R_+$, $w \in W \subset R^m$ – вектор управления, $F: R_+ \times R^n \rightarrow E^n$, $\Phi: R_+ \times R_+ \times R^n \rightarrow E^n$, $R: R_+ \times R^m \rightarrow E^n$ – нечеткие отображения, E^n – пространство нечетких множеств с метрикой $D(X, Y) = \sup_{\alpha \in [0,1]} h([X]^\alpha, [Y]^\alpha)$, $h(G, H)$ – метрика Хаусдорфа в про-

странстве $conv(R^n)$, $[X]^\alpha$ – α -срезка нечеткого множества $X \in E^n$.

Поставим в соответствие системе (1) усредненную систему вида:

$$\mathfrak{E} \in \left[\bar{F}(t, y) + \int_0^t \bar{\Phi}(t, y(s)) ds + u(t) \right], \quad y(0) = x_0,$$

где

$$\lim_{T \rightarrow \infty} D \left(\frac{1}{T} \int_0^T F(t, x) dt, \frac{1}{T} \int_0^T \bar{F}(t, x) dt \right) = 0, \quad u \in P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T R(t, W) dt,$$

$$\bar{\Phi}(t, x) = \begin{cases} \frac{1}{t} \Phi_1(t, x), & t > 0, \\ \lim_{t \rightarrow 0+} \frac{1}{t} \Phi_1(t, x), & t = 0, \end{cases} \quad \Phi_1(t, x) = \int_0^t \Phi(t, s, x) ds.$$

Для данных управляемых систем в докладе рассматривается нечеткая задача Майера и приводятся условия близости соответствующих нечетких R-решений относительно критерия качества.

О ТЕОРИИ ПЛОСКОРАДИАЛЬНОГО ФИЛЬТРОВАНИЯ**Поляков В. Л., вед. научн. сотр., д. т. н., проф.***Институт гидромеханики НАН Украины, polyakov_igm@list.ru*

Разработана теоретическая база для плоскорадиального фильтрования. Основополагающими для нее стали общепринятые зависимости коэффициентов скоростей прилипания α и отрыва β частиц суспензии от скорости V в степенной форме:

$$\alpha = \alpha_v V^l, \quad \beta = \beta_v V^q.$$

Указанная база включает ряд математических моделей осесимметричного и радиального фильтрования суспензии, которые совместно описывают процессы массопереноса, массообмена и фильтрации в загрузке фильтра при переменной V . Детально изучена аналитическими методами модель, отвечающая режиму с постоянной гидравлической нагрузкой. В итоге были в первую очередь предложены формулы для расчета объемных концентраций взвешенного и осажденного в порах загрузки вещества, полных потерь напора в ней при произвольных значениях l, q . На основе полученного аналитического решения разработана методика обоснования рациональных технологических параметров, главным образом, длительности фильтроцикла t_f . На многочисленных примерах с исходными данными, характерными для действия фильтров и в благоприятных, и в осложненных условиях показана принципиальная возможность еще на стадии проектирования или уже в процессе эксплуатации добиваться от них максимальной отдачи, например, подбирая подходящий из имеющихся фильтрующий материал, целенаправленно его модифицируя. Проведенное обстоятельное сопоставление традиционного вертикального и плоскорадиального фильтрования продемонстрировало, что применение последнего в аналогичных условиях может обеспечить увеличение t_f в два-три раза.

АППАРАТНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ РАДИОСТАНЦИЙ С УЧЕТОМ ИНТЕРМОДУЛЯЦИИ

Сабзиев Э. Н.¹, к. ф.-м. н., Пашаев А. Б.², к. ф.-м. н.

¹*Kiber Ltd Company, elkhan@kiber.az,*

²*Институт Кибернетики НАНА, adalat.pashayev@gmail.com*

Основной задачей мониторинга радиочастот является идентификация станций, с целью выявления как отсутствия сигналов частот лицензионных станций, так и обнаружение сигналов в нелицензионных частотах. Принцип работы аппаратных средств, осуществляющие мониторинг прослушивания эфира, основывается на частотном анализе принимаемого сигнала, после его некоторого предварительного усиления. Нелинейность усилительного тракта приемников сопровождается выходной сигнал интермодуляционными явлениями.

Была поставлена задача, разработать алгоритм автоматической идентификации радиостанций, с целью выявления как отсутствия сигналов частот лицензионных станций, так и обнаружение сигналов в нелицензионных частотах, на основе наблюдаемой информации радиоприемника, с учетом его специфических особенностей и явления интермодуляции. В результате исследований предложена математическая модель задачи, разработан алгоритм и соответствующий программный модуль. Проведенные численные эксперименты показали, что предложенная модель вполне может быть применена для идентификации FM радиостанций.

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ
ДИСКРЕТНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ ПОТОКОВ
ПРИ УЧЕТЕ ИХ КЛАСТЕРНОЙ СТРУКТУРЫ**

Самилык Е. Ф., асп., Диденко Е. В., ст. преп., Лазурик В. Т., проф.

ХНУ имени В. Н. Каразина, samilyk.katya@gmail.com

Моделирование взаимодействия потоков дискретных элементов в транспортных сетях позволяет прогнозировать появление негативных явлений формирования очередей и увеличения общего времени задержек, а как следствие, уменьшения пропускной способности сети. В работах [1-4] показано, что на пересечениях, где элементы одного потока не могут пересечь другой поток, если интервал времени до следующего элемента главного потока меньше определенной величины (назовем ее критическим интервалом), пропускную способность определяют значение величин входящих потоков и распределение временных интервалов между элементами в них. Но существуют задачи, где необходимо учитывать, и каким образом группируются интервалы меньше критического в потоке.

Рассмотрим задачу нахождения среднего времени задержки при случайном прибытии элемента к узлу пересечения с главным потоком. Введем понятие кластер для обозначения групп элементов в потоке, временная дистанция между которыми меньше критической [1, с. 253] и кластерной структуры потока, как совокупность двух характеристик: распределение длин интервалов между элементами в кластере и распределение кластеров по количеству внутрикластерных интервалов. Покажем, что среднее время задержки такого элемента существенно зависит от кластерной структуры главного потока. Пусть в потоке между элементами только два вида интервалов – бесконечно мало отличающиеся от критического в меньшую (первый вид) и в большую (второй вид) стороны, размер кластеров фиксированный и равен N , при попадании

элемента в любую точку интервала больше α – элемент проходит без задержки. При неизменной величине отношения p числа интервалов первого и второго видов в выборке, распределения интервалов, для описанного выше модельного потока, сохраняется и не зависит от размера кластера N . Вероятность попадания на интервал, принадлежащий кластеру равна p , в этом случае среднее время задержки равно $N/2$. Отсюда, теоретическая оценка среднего времени задержки прохождения элемента через такой поток дает величину пропорциональную размеру кластера N : $\bar{t}_{wait} \sim (pN)/2$ и, следовательно, может быть сколь угодно велико.

В этой работе рассмотрено расширение модели потоков дискретных стохастических элементов. Показано, что изменение кластерной структуры потока при фиксированном распределении временных интервалов между элементами определяет изменение среднего времени задержки. Разработана система моделирования потоков с различной кластерной структурой и процесса случайного прибытия элемента на пересечение, позволяющие получать величину среднего времени задержки.

Список использованных источников

1. *Denos C. Gazis*. Traffic theory / C. Gazis Denos // Kluwer academic publishers, Dodrecht. – 2002. – P. 250-259.
2. *Ning Wu*. A universal procedure for capacity determination at unsignalized (priority-controlled) intersections / Wu Ning // Transportation Research part B 35. – 2001. – Issue 3. – P. 33.
3. *Вентцель Е. С.* Теория случайных процессов и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров // Учеб. пособие для вузов. – 2000. – 2-е изд. – 383 с.
4. *Didenko I*. Simulation of the discrete traffic flow movement through network node / I. Didenko, O. Baiev, V. Lazurik // Bulletin Kherson National Technical University. – 2013. – Vol. 2 (47). – P. 125-128.

О НЕКОТОРЫХ СВОЙСТВАХ ОПЕРАЦИИ ПРОЕКЦИИ В ТАБЛИЧНЫХ АЛГЕБРАХ

Сенченко А. С., к. ф.-м. н.

*Киевский национальный университет им. Т. Шевченко,
senchenko@pisem.net*

Сейчас наиболее распространённой является реляционная модель данных, предложенная Э. Коддом [1]. Табличные алгебры, введённые В. Н. Редько и Д. Б. Бум, построены на основе реляционных алгебр Э. Кодда, существенно их уточняют и составляют теоретический фундамент языков запросов современных табличных баз данных.

Пусть $R = \{A'_i, \mathbf{K}, A'_k\}$ – некоторое множество атрибутов (схема).

Строкой s схемы R называется множество пар $s = \{(A'_i, d_i), \mathbf{K}, (A'_k, d_k)\}$, таблицей схемы R – конечное множество строк схемы R . На множестве всех таблиц схемы R введены операции объединения, пересечения и разности таблиц как аналогичные операции теории множеств. Активным доменом атрибута A относительно таблицы T называется множество $D_{A,T} = \{d \mid \exists s \in T \wedge (A, d) \in s\}$, насыщением $C(T)$ – таблица

$\prod_{A \in R} D_{A,T}$, активным дополнением таблицы T – таблица $T^{\%} = C(T) - T$.

Значением проекции по множеству $X \subseteq R$ является таблица, состоящая из ограничений по X строкам исходной таблицы:

$\pi_X(T) = \{s \mid X \mid s \in T\}$. Кроме этих операций на множестве всех таблиц

введены операции селекции, соединения, деления и переименования. Табличной алгеброй называют частичную алгебру с носителем – множеством всех таблиц произвольной схемы и приведёнными выше операциями. В табличной алгебре выделяют две особые таблицы: таблицу T_{ε} , схема которой пустое множество и таблицу T_{\emptyset} – пустое множество строк произвольной схемы.

Сформулируем критерии, при которых три включения из [2] превращаются в равенства. В критериях через $O = \{O_1, \mathbf{K}, O_{k-p}\}$ обозначено множество атрибутов $R - X$, не участвующих в проекции π_X .

Теорема 1 (перестановочность проекции и активного дополнения).

При $T \neq T_{\emptyset}$ равенство $\left(\pi_X \left(\tilde{T} \right) \right) = \pi_X (T)$ выполняется тогда и только

тогда, когда для всех $s = \{(X_1, x_1), \mathbf{K}, (X_p, x_p)\} \in \pi_X(T)$ и всех $o_1 \in D_{o_1, T}, \dots,$

$o_{k-p} \in D_{o_{k-p}, T}$ $s' = \{(X_1, x_1), \mathbf{K}, (X_p, x_p), (O_1, o_1), \mathbf{K}, (O_{k-p}, o_{k-p})\} \in T$.

Теорема 2 (дистрибутивность проекции по пересечению). При

$\prod_i T_i \neq T_{\emptyset}$ равенство $\pi_X \left(\prod_i T_i \right) = \prod_i \pi_X(T_i)$ выполняется тогда и только

тогда, когда для каждой строки $s = \{(X_1, x_1), \mathbf{K}, (X_p, x_p)\} \in \prod_i \pi_X(T_i)$

существуют такие значения $o_1 \in D_{o_1, \prod_i T_i}, \mathbf{K}, o_{k-p} \in D_{o_{k-p}, \prod_i T_i}$, что строка

$s' = \{(X_1, x_1), \mathbf{K}, (X_p, x_p), (O_1, o_1), \mathbf{K}, (O_{k-p}, o_{k-p})\} \in \prod_i T_i$.

Теорема 3 (дистрибутивность проекции по разности). При

$\pi_X(T_1 - T_2) \neq T_{\emptyset}$ равенство $\pi_X(T_1) - \pi_X(T_2) = \pi_X(T_1 - T_2)$ выполняется

тогда и только тогда, когда для каждой строки $s = \{(X_1, x_1), \mathbf{K}, (X_p, x_p)\} \in$

$\in \pi_X(T_1) \setminus \pi_X(T_2)$ и всех значений $o_1 \in D_{o_1, T_1 \setminus T_2}, \mathbf{K}, o_{k-p} \in D_{o_{k-p}, T_1 \setminus T_2}$, из

принадлежности $s' = \{(X_1, x_1), \mathbf{K}, (X_p, x_p), (O_1, o_1), \mathbf{K}, (O_{k-p}, o_{k-p})\} \in T_1$ сле-

дует $s' \in T_2$.

Таким образом, в работе найдены критерии, при которых некоторые включения из [2] превращаются в равенства. Результаты могут быть использованы для оптимизации запросов в реляционных базах данных.

Список использованных источников

1. Codd E. F. A Relational Model of Data for Large Shared Data Banks / E. F. Codd // Communications of the ACM. – 1970. – V. 13, N. 6. – P. 377-387.
2. Реляційні бази даних: табличні алгебри та SQL-подібні мови / В. Н. Редько, Ю. Й. Брона, Д. Б. Буй, С. А. Поляков. – Київ: Видавничий дім «Академперіодика», 2001. – 198 с.

**РАЗРАБОТКА ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ
ДЛЯ ГИДРОГЕОЛОГИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Стеля О. Б., зав. лаб., к. ф.-м. н.,

Стеля И. О., мл. научн. сотр., к. т. н.

Киевский Национальный университет имени Тараса Шевченко,

oleg.stelya@gmail.com

Рассмотрены принципы создания программного обеспечения компьютерных моделей на примере моделирующего комплекса KRISFLOW. Разработанный программный комплекс предназначен для моделирования и предсказания отклика грунтовых вод на различные воздействия, возникающие на больших ирригационных системах или промышленных территориях с интенсивным водообменом.

Современные подходы к исследованию подземной гидросферы предполагают создание и развитие математических моделей и программных комплексов максимально удобных для решения различных задач рационального использования водных и земельных ресурсов. Значительные объемы необходимой для работоспособности компьютерной модели исходной информации требуют создания удобного пользовательского интерфейса для ввода данных, представленных в табличном и картографическом виде.

Программный комплекс KRISFLOW позволяет оценить влияние внешних факторов, таких как: орошение поверхности почвы, утечки из каналов различного назначения, отбор грунтовых вод дренажными скважинами, поверхностные водоемы и др., на режим грунтовых вод и создать сценарии хозяйственной деятельности, оптимизирующие процессы орошения-дренирования территорий. Приведен пример адаптации программного комплекса для условий Краснознаменской оросительной системы (Голопристанский район, Херсонская область).

**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ –
ТЕХНОЛОГИЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ**

Черний Д. И., доц., к. ф.-м. н.

Киевский национальный университет имени Тараса Шевченка,

D. Cherniy@ukr.net

Математическое моделирование – технологическая основа для прогнозирующих информационно-аналитических систем. Принципиальными составляющими являются разработка математических моделей адекватно описывающих доминирующие физические процессы, эффективные численные методы для решения нелинейных нестационарных задач, оптимизированные алгоритмы для работы моделирующей системы, аналитическая обработка и эффективное представление исходных/полученных данных.

Рассматривается решение достаточно широкого комплекса гидродинамических задач об обтекании подвижных конструкций, которое может быть сведено к решению нелинейной начально-краевой задачи о потенциальном циркуляционном течении идеальной несжимаемой жидкости в деформирующейся области, с существенно подвижными, но непроницаемыми границами. Математическая задача для эллиптического уравнения в деформирующейся области с нестационарными смешанными краевыми условиями, может быть формализована с использованием аппарата аналитических функций имеющих интегральное представление. В силу изменчивости области и формы границ решение обычно находится численно, какой-либо разновидностью методов граничных элементов, например МДВ или МДО [1, 2].

Список использованных источников

1. *Довгий С. А.* Методы решения интегральных уравнений. Теория и приложения / С. А. Довгий, И. К. Лифанов. – К. : Наукова думка, 2002. – 344 с.
2. *Черний Д. И.* Метод и алгоритм вычисления поля давления при использовании МДО / Д. И. Черний // Труды XIII Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики». – Харьков-Херсон, 2007. – С. 319-322.

**NON-FAO PENMAN-MONTEITH EQUATION
COMBINED WITH MULTIPLE LINEAR REGRESSION
FOR TRANSPIRATION MODELING**

**Ben-Asher Jiftah , Bar-Josef Bnajahu,
Ginzburg Arkadi, Volynski Roman**

*Agri-ecology group of the Katif Research Center, Development of Coastal
Desert, Ministry of Science, Israel, roman.volynski@gmail.com*

Actual evapotranspiration values (*ETA*) for two banana fields were quantified in a pot experiment. *ETA* was computed using: meteorological data, *PM* (*Penman-Monteith*) equation for potential evapotranspiration (*ETP*), utilizing a «big leaf» concept, and Crop Water Stress Index (*CWSI*). Classical *PM* uses standard climatological records of air temperature, relative humidity, wind speed and net radiation. The critical point for *PM* is determination of the canopy and air coefficients of resistance: r_c and r_{av} . Usual way to overcome the difficulty is implementing in the solution *PM* formulae relating to the atmospheric boundary layer theory with regards to the *FAO* guidelines. In the present work coefficients r_c and r_{av} are found. It states that there is a unique combination of the r_c and r_{av} giving minimum to the canopy-air temperature difference defined as $CATD = T_{LEAF} - T_{AIR}$, where T_{LEAF} and T_{AIR} are canopy and air temperatures.

Multiple Linear Regression Analysis is applied to obtain the formula:

$$ETA = \beta_0 + \beta_1 CATD + \beta_2 RH + \beta_3 RS .$$

Here *ETA* is dependent variable and independent variables are *CATD*, air humidity *RH*, and solar energy *RS*; parameters $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ are the so called estimators. It was found that the relation ETA/ETP is constant.

It is concluded that present work needs to be continued using as input available data of substantial continuity coverage characterizing droughty and rainy weather.

Obtained results may be used in model predicting *ETA* for banana plants in some Israeli areas in winter. Also it may be concluded that present work needs to be continued using as input available data of substantial continuity coverage characterizing both droughty and rainy weather.

**ABOUT THE GLOBAL CONTROLLABILITY OF FULL SET OF THE
ASYMPTOTIC INVARIANTS LINEAR SYSTEMS**

Ints I. V., assistant, Kozlov A. A., head of the department, PhD

Polotsk State University, yatsurik@yandex.ru

Consider a linear nonstationary control system:

$$\dot{x} = A(t)x + B(t)u, \quad x \in \mathbf{R}^n, \quad u \in \mathbf{R}^m, \quad t \dots 0, \quad (1)$$

with locally integrable and integrally bounded coefficients. Along with this system we consider any fixed system:

$$\dot{z} = C(t)z, \quad z \in \mathbf{R}^n, \quad t \dots 0, \quad (2)$$

with locally integrable and integrally bounded matrix C . If there is a measurable and bounded control $u = U(t)x$, such that the system:

$$\dot{x} = (A(t) + B(t)U(t))x, \quad x \in \mathbf{R}^n, \quad t \dots 0, \quad (3)$$

closed this control will be asymptotically equivalent [1] to the system (2), i.e. there will be a Lyapunov transformation [1], which links (2) and (3), then say [2] that the system (3) has the global Lyapunov reducibility. Since in this case all the asymptotic invariants of the system (3) with the control U and of the system (2) the same, property of global Lyapunov reducibility is also called property of global controllability of the full set of Lyapunov's invariants [1].

Theorem. Let $n = 3, m \in \{1, 2, 3\}$. If the system (1) is uniformly completely controllable [2], then the system (3) has the global controllability of the full set of asymptotic invariants.

The work was performed within the framework of the Belarusian Republic Foundation for Basic Research (grant number F13M-055).

List of references

1. Makarov E. K. Global controllability of the full set of Lyapunov's invariants of two-dimensional linear systems / E. K. Makarov, E. K. Popova // *Differ. Equations.* – 1999. – Volume 35, № 1. – P. 97-106.
2. Tonkov E. L. Uniform attainability and Lyapunov reducibility of bilinear control system / E. L. Tonkov // *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics.* – Suppl.1. 2000. – P. S228-S253.

**WHICH ACTIVATION FUNCTION
OF COOPERATION DESCRIBES HUMAN BEHAVIOR?**

Jarynowski A.^{1,2}

¹*Smoluchowski Institute of Physics, Jagiellonian University,
Krakow, Poland*

²*State University of Moldova, Chisinau, Republic of Moldova*

In order to imitate society, the model of the Evolutionary Prisoner Dilemma was previously proposed [1] and developed in [2]. The setting is described by players acquiring reputation and altruism, which in turn determine their choice of strategy. The probability of cooperation depends, both on the player's altruism and the co-player's reputation.

Properties of cooperation's probability function in Prisoner's Dilemma have impact on evolution of game. Basic model defines that probability of cooperation depends linearly, both on the player's altruism and the co-player's reputation. I propose modification of activation function to smooth one (hyperbolic tangent with scaling parameter a , which corresponds to its shape) and observe three phases for different range of a . (1) For small a , strategies seem to randomly change in time and situation of mixed choices (one cooperate and second defect) dominate. (2) For medium a , players choose only one strategy for given period of time (the common state can switch to opposite one with some probability). (3) For large a , mixed strategy (once defect, once cooperate) is coexisting with common strategies and no change is allowed. I believe that proposed function characterizes better socio-economical phenomena and especially phase 1 and 2 contain most of human behavior.

List of references

1. *Kulakowski K.* To cooperate or to defect? Altruism and reputation / K. Kulakowski, P. Gawronski // *Physica A.* – 2009. – Vol. 388. – P. 3581.
2. *Jarynowski A.* How the competitive altruism leads to bistable homogeneous states of cooperation or defection / A. Jarynowski, P. Gawronski, K. Kulakowski // *LNCS.* – 2012. – Vol. 7204. – P. 543.

**Tensor Analysis for the Determination
of Flexomagnetic and Flexoelectric Effects
in Nanoferroics**

Khrist V. V., Ph. D.

*National University of Water Management and Nature Resources Use,
khrist2012@gmail.com*

To find out the nonzero components of the fourth rank tensors we will use the system of linear equations obtained from the transformation laws for the axial ($Q_{lpns}^{(m)}$) and polar ($Q_{lpns}^{(e)}$) fourth rank tensors describing flexo-magnetic (m) and flexo-electric (e) effects [1]:

$$Q_{ijkl}^{(m)} = (-1)^{tr} \det(\mathbf{A}) A_{is} A_{jp} A_{kn} A_{lr} Q_{spnr}^{(m)}, \quad Q_{ijkl}^{(e)} = A_{is} A_{jp} A_{kn} A_{lr} Q_{spnr}^{(e)}. \quad (1)$$

Here the summation is performed over the repeating indexes. \mathbf{A} is the transformation matrix with components A_{ij} ($i, j = 1, 2, 3$) and determinant $\det(\mathbf{A}) = \pm 1$; the factor tr denotes either the presence ($tr = 1$) or the absence ($tr = 0$) of the time-reversal operation coupled to the space transformation A_{ij} .

To minimize the $Q_{ijkl}^{(m)} = (-1)^{trA} \det(\mathbf{A}) A_{is} A_{jp} A_{kn} A_{lr} Q_{spnr}^{(m)}$ calculation work, it is enough to use only the generating elements of the material point symmetry group, in order to obtain the evident form of the flexo-tensors for a given group. Actually, if we obtained for the two symmetry transformations \mathbf{A} and \mathbf{B} that and $Q_{ijkl}^{(m)} = (-1)^{trB} \det(\mathbf{B}) B_{is} B_{jp} B_{kn} B_{lr} Q_{spnr}^{(m)}$, for their product $\mathbf{C} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} \leftrightarrow C_{ij} = A_{ik} B_{kj}$, we obtained that:

$$\begin{aligned} & (-1)^{trC} \det(\mathbf{C}) C_{is} C_{jp} C_{kn} C_{lr} Q_{spnr}^{(m)} = \\ & = (-1)^{trA+trB} \det(\mathbf{A}) \det(\mathbf{B}) (A_{iq} B_{qs}) (A_{jt} B_{tp}) (A_{kd} B_{dn}) (A_{lb} B_{br}) Q_{spnr}^{(m)} = \\ & = \left((-1)^{trA} \det(\mathbf{A}) A_{iq} A_{jt} A_{kd} A_{lb} \right) \left((-1)^{trB} \det(\mathbf{B}) B_{qs} B_{tp} B_{dn} B_{br} Q_{spnr}^{(m)} \right) = \\ & = (-1)^{trA} \det(\mathbf{A}) A_{iq} A_{jt} A_{kd} A_{lb} Q_{qtdb}^{(m)} = Q_{ijkl}^{(m)}. \end{aligned}$$

List of references

1. Linear magnetoelectric coupling and ferroelectricity induced by the flexomagnetic effect in ferroics / V. V. Khrist, E. A. Eliseev, M. D. Glinchuk, V. V. Skorokhod // Phys. Rev B. – 2011. – Vol. 84, № 17. – P. 4112-4116.

**BIOPHYSICAL PARAMETERS MODELING BASED
ON HIGH RESOLUTION EARTH OBSERVATION IMAGINARY**

Kussul N. M., Shelestov A. Yu., Kolotii A. V.

Space Research Institute NASU-SSAU, inform@ikd.kiev.ua

Crop state assessment is an important component of agromonitoring. Remote sensing images are valuable source of information for estimating crop state [1-2]. Leaf area index (LAI), fraction of absorbed photosynthetically active radiation (FAPAR) and fraction of vegetation cover (FCOVER) are biophysical parameters (biopar) that characterize the crop state.

Relationships between satellite derived NDVI values (all vegetation and crop type specific) and ground measurements of biopar are built using linear, robust linear and exponential single factor models and the best model is selected. As for mapping biophysical parameters at crop specific maps for maize, the best results are observed for exponential model for LAI (up to $R^2=0.94$), and linear models for FAPAR (up to $R^2=0.94$) and FCOVER (up to $R^2=0.91$) – all single factor. Statistical significance of selected predictors is confirmed by p-value as well as model's significance by F-statistics for all cases. Details of best model selection will be covered during the presentation.

List of references

1. Регрессионные модели оценки урожайности сельскохозяйственных культур по данным MODIS / Н. Н. Куссуль та ін. // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Том 9, №1. – С. 95-107.
2. Регрессионные модели прогнозирования урожайности зерновых в Украине по спутниковым данным различной природы / Н. Н. Куссуль, А. В. Колотий, С. В. Яцков, Т. В. Олейник // Наукові праці ДонНТУ. Серія «Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка». – 2013. – № 1 (17). – С. 94-102.

**EFFECT OF DISPERSED PHASE CONCENTRATION ON
THE RHEOLOGICAL PROPERTIES OF EMULSIONS**

Kutya V. M., senior lecturer

*National University of Water Management and Nature Resources Use,
kutya@nuwm.edu.ua*

The rheological properties of emulsions are determined by different factors. It is known that viscosity of emulsions is not an additive property, but depends on the following main parameters: continuous phase viscosity, dispersed phase viscosity, temperature, volume fraction (concentration) of the dispersed phase, shear rate and droplet size distribution [1]. A number of mathematical models describing the viscosity of emulsions and suspensions with different concentration of the dispersed phase have been proposed (models of Einstein, Taylor, Batchelor, Krieger–Dougherty). The equations proposed by R. Pal and their modifications can also be used for emulsions viscosity prediction in wide range of dispersed phase concentrations [2].

These mathematical models have limitations for use and do not provide high accuracy for emulsions parameters determination. Therefore, the automated system for measuring of emulsions viscosity has been proposed [1]. The system is based on hydrodynamic measuring method and consists of modern hardware and software. It provides simultaneous measuring of main rheological parameters of emulsions.

List of references

1. *Kutya V.* Automated measuring of emulsions viscosity and dispersity / *V. Kutya* // *Methods and Devices of Quality Control*. – 2013. – № 2 (31). – P. 48-51.
2. *Krynke K. K.* Predicting viscosity of emulsions in the broad range of inner phase concentrations / *K. K. Krynke, J. P. Sek* // *Colloids and Surfaces A: Physicochem. Eng. Aspects*. – 2004. – Vol. 245. – P. 81–92.

COMPUTER SIMULATION OF CLEANING FLUID FROM MULTI-COMPONENT POLLUTION BY MULTILAYER FILTER

Safonyk A. P., Ph. D., associate Professor

*National University of Water Management and Nature Resources Use,
safonik@ukr.net*

Dimensional mathematical model is formed that takes into account the reverse influence the determinants of the characteristics of the environment in the modeling of multi-cleaning fluid contamination n-ply sorption filters. The algorithm for solving the corresponding model problem described by a system of nonlinear singularly perturbed differential equations «convection-diffusion-mass transfer» is proposed. The results of calculations of the distribution of the impurity concentration and the mass amount of impurities in height porous filter loading for different times and for different number of layers are given.

The algorithm for solving the corresponding model problem is given. The comparative characterization data obtained by experimental, calculated on the basis of the classical model of Mintz and received by us as a result of calculations [1].

List of references

1. *Bomba A. Ya.* Identification of Mass Transfer Distribution Factor and Its Account for Magnetic Filtration Process Modeling / A. Ya. Bomba, A. P. Safonyk, E. A. Fursachik // Journal of Automation and Information Sciences. – Volume 45, 2013. – Issue 4. – P. 16-22.

ALGEBRAIC STRUCTURE BASED ON TRIANGULAR NORM**Vorobel R. A., head of the department, prof., Dr Sc.***Physico-Mechanical Institute of the NAS of Ukraine,
University of Lodz (Poland), roman.vorobel@gmail.com*

To simulate imaging, light passing through the environment and human perception of light the universal algebraic structures, which were established in the works of Jourlin M., Pinoli J.-C., Patrascu V., Deng G. and [1] are used. However, these models do not consider the case, when the image is observed in the presence of the light source. The purpose of this paper is the construction of such algebraic structure, based on triangular t -norms, properties of operations which reflects imaging in the presence of an external light source with a constant intensity.

Developing described in [1] approach based on additive function generator algebraic s -norm the algebraic structure of vector space for set $E = (-1, 1)$, $x, y \in E$, $a > 0$ is constructed with addition operation:

$$x \langle + \rangle y = \text{sign}(z_1(x, y)) \cdot \{1 - \exp[-|z_1(x, y)|]\},$$

de where $z_1(x, y) = \ln[a(1 - |x|)^{-\text{sign}(x)}(1 - |y|)^{-\text{sign}(y)}]$;

multiplication of vector by scalar for $x \in E$ i $\alpha \in R$:

$$\alpha \langle \times \rangle x = \text{sign}(\alpha x) [1 - a^{\alpha-1} (1 - |x|)^{|\alpha|}].$$

Where subtraction operation is described by expression

$$x \langle - \rangle y = \text{sign}(z_2(x, y)) \cdot \{1 - \exp[-|z_2(x, y)|]\},$$

where $z_2(x, y) = \ln[a(1 - |x|)^{-\text{sign}(x)}(1 - |y|)^{\text{sign}(y)}]$. Element set E over scalar field R creates vector space $(E; \langle + \rangle, \langle \times \rangle)$. This structure has isomorphism

$$\phi: E \rightarrow R: \quad \phi: x \rightarrow \phi(x) = \ln(a) - \text{sign}(x) \ln(1 - |x|).$$

List of references

1. Vorobel R. A. Logarithmic Image Processing / R. A. Vorobel. – Kyiv: Naukova Dumka, 2012. – 231 p. (in Ukrainian)

Матеріали Міжнародної наукової конференції

**СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ
МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТА
ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ МЕТОДІВ**

Неперіодичний збірник підсумків конференції

*Матеріали доповідей надруковано в авторській редакції
без внесення суттєвих змін оргкомітетом*

*Відповідальний за випуск: Бомба А. Я.
Комп'ютерна верстка і макетування: Климюк Ю. Є.*

Підписано до друку 10.02.2015 р.
Папір офсет. Формат 60/84 1/16.
Ум. друк. арк. 10,4. Тираж 200. Зам. № 169/1.

Редакційно-видавничий відділ
Рівненського державного гуманітарного університету
Україна, м. Рівне, 33028, вул. С. Бандери, 12