

Міжнародна наукова конференція

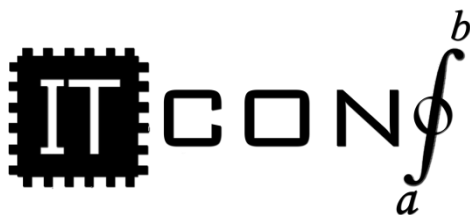
**«Сучасні проблеми
математичного моделювання,
обчислювальних методів
та інформаційних технологій»**

Матеріали конференції



Рівне
НУВГП, РДГУ
2018

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
РІВНЕНСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ ГУМАНІТАРНИЙ УНІВЕРСИТЕТ (Україна)
КИЇВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. Т. ШЕВЧЕНКА (Україна)
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ (Україна)
НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ «ОСТРОЗЬКА АКАДЕМІЯ» (Україна)
ІНСТИТУТ КІБЕРНЕТИКИ ІМ. В.М. ГЛУШКОВА НАН УКРАЇНИ (Україна)
ІНСТИТУТ ПРИКЛАДНИХ ПРОБЛЕМ МЕХАНІКИ І МАТЕМАТИКИ ІМ. Я.С. ПІДСТРИГАЧА
НАН УКРАЇНИ (Україна)
НАУКОВЕ ТОВАРИСТВО ШЕВЧЕНКА (Україна)
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ І ПРИКЛАДНОЇ ІНФОРМАТИКИ УНІВЕРСИТЕТУ КАЗИМИРА
ВЕЛИКОГО В БИДГОЩІ (Республіка Польща)



**« Сучасні проблеми математичного моделювання,
обчислювальних методів та інформаційних
технологій »**

МІЖНАРОДНА НАУКОВА КОНФЕРЕНЦІЯ

(конференція присвячена пам'яті акад. І.І. Ляшка)

2-4 березня 2018 року
Рівне, Україна

Матеріали конференції

Рівне
2018

MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
RIVNE STATE UNIVERSITY OF HUMANITIES (UKRAINE)
TARAS SHEVCHENKO NATIONAL UNIVERSITY OF KYIV (UKRAINE)
NATIONAL UNIVERSITY OF WATER AND ENVIRONMENTAL ENGINEERING (UKRAINE)
NATIONAL UNIVERSITY OSTROG ACADEMY (UKRAINE)
V.M. GLUSHKOV INSTITUTE OF CYBERNETICS NAS OF UKRAINE (UKRAINE)
PIDSTRYHACH INSTITUTE FOR APPLIED PROBLEMS OF MECHANICS AND MATHEMATICS
NAS OF UKRAINE (UKRAINE)
SHEVCHENKO SCIENTIFIC SOCIETY (UKRAINE)
INSITUE FOR MECHANIC AND APPLIED INFORMATIC OF KAZIMIERZ WIELKI UNIVERSITY
IN BYDGOSZCZ (POLAND)



***«Modern Problems of Mathematical Modeling,
Computational Methods and Information
Technologies»***

INTERNATIONAL SCIENTIFIC CONFERENCE

(The conference dedicated the memory of acad. Lyashko I.)

02-04 March 2018
Rivne, Ukraine

Conference materials

Rivne
2018

УДК 519.6+ 004 .94(082)

ББК 32.97(0)я431

ISBN 978-617-7086-21-4

МІЖНАРОДНИЙ ПРОГРАМНИЙ КОМІТЕТ

Сергіснко І.В. (Україна) – співголова
Макаров В.Л. (Україна) – співголова
Задірака В.К. (Україна) – співголова
Кушнір Р.М. (Україна) – співголова
Ляшко С.І. (Україна) – заступник голови
Бомба А.Я. (Україна) – заступник голови
Алдашев С.А. (Казахстан)
Базилевич Р.П. (Україна)
Бігун Я. Й. (Україна)
Булавацький В.М. (Україна)
Ванін В.А. (Україна)
Власюк А.П. (Україна)
Воробель Р.А. (Україна)
Гавриленко В.В. (Україна)
Гупал А.М. (Україна)
Древецький В.В. (Україна)
Жолткевич Г.М. (Україна)
Заяць В.М. (Україна)
Karczmarek Mariusz (Республіка Польща)

Клюшин Д.А. (Україна)
Ковтунець В.В. (Україна)
Kubik Józef (Республіка Польща)
Куссуль Н.М. (Україна)
Мартинюк П.М. (Україна)
Мойсишин В.М. (Україна)
Наконечний О.Г. (Україна)
Новіков О.М. (Україна)
Пасічник В.В. (Україна)
Савула Я.Г. (Україна)
Самойленко В.Г. (Україна)
Сафоник А.П. (Україна)
Семенов В.В. (Україна)
Трофимчук О.М. (Україна)
Турбал Ю.В. (Україна)
Хіміч О.М. (Україна)
Cieszko Mieczyslaw (Республіка Польща)
Чапля Є.Я. (Україна)
Чикрій А.О. (Україна)

ОРГАНІЗАЦІЙНИЙ КОМІТЕТ КОНФЕРЕНЦІЇ

**Бомба А.Я., Сафоник А.П., Потапенко Л.І. Сіренко І.П., Стеля О.Б., Сяський В.А.,
Тадесв П.О., Черній Д.І., Шахрайчук М.І.**

Відповідальний за випуск **Сафоник А.П.**

Підготовлено до друку: **Присяжнюк О.В.**

Матеріали конференції розглянуті і рекомендовані до видання на

Вченій раді Національного університету водного господарства та природокористування
26 січня 2018 р., протокол № 1

Вченій раді Рівненського державного гуманітарного університету
25 січня 2018 р., протокол № 1

Сучасні проблеми математичного моделювання, обчислювальних методів та інформаційних технологій: Матеріали Міжнародної наукової конференції. – Рівне, 2018. – 317 с.

UDK 519.6+ 004 .94(082)
BBK 32.97(0)я431

ISBN 978-617-7086-21-4

INTERNATIONAL PROGRAM COMMITTEE

Sergienko I. (Ukraine) – Co-Chair	Klyushyn D. (Ukraine)
Makarov V. (Ukraine) – Co-Chair	Kovtunets V. (Ukraine)
Zadiraka V. (Ukraine) – Co-Chair	Kubik Józef (Poland)
Kushnir R. (Ukraine) – Co-Chair	Kussul N. (Ukraine)
Lyashko S. (Ukraine) – Vice Chairman	Martyniuk P. (Ukraine)
Bomba A (Ukraine) – Vice Chairman	Moyshishin V. (Ukraine)
Aldashev S. (Kazakhstan)	Nakonechny O. (Ukraine)
Bazylevych R. (Ukraine)	Novikov O. (Ukraine)
Bigun Ya. (Ukraine)	Pasichnyk V. (Ukraine)
Bulavatskiy V. (Ukraine)	Savula Ya. (Ukraine)
Vanin V. (Ukraine)	Samoilenko V. (Ukraine)
Vlasyuk A. (Ukraine)	Safonyk A. (Ukraine)
Vorobel R. (Ukraine)	Semenov V. (Ukraine)
Gavrylenko V. (Ukraine)	Trofimchuk O. (Ukraine)
Gupal A. (Ukraine)	Turbal Yu. (Ukraine)
Drevetskiy V. (Ukraine)	Khimich O. (Ukraine)
Zoltkevich G. (Ukraine)	Cieszko Mieczysław (Poland)
Zaiats V. (Ukraine)	Chaplia Ye. (Ukraine)
Karczmarek Mariusz (Poland)	Chikrii A. (Ukraine)

ORGANIZING COMMITTEE OF CONFERENCE

Bomba A., Safonyk A., Potapenko L., Sirenko I., Stelya O., Syas`kii V., Tadeyev P., Cherny D., Shahrachuk M.

Responsible for release: **Andrii Safonyk**

Prepared for publication: **Olena Prysiazhniuk**

Conference materials have been reviewed and accepted for publication by
the Academic Council of the National University Of Water And Environmental Engineering
on January 26, 2018, protocol №1
the Academic Council of the Rivne State University of Humanities
on January 25, 2018, protocol №1

Modern Problems of Mathematical Modeling, Computational Methods and Information Technologies:
Materials of International scientific conference. – Rivne, 2018. – 317 p.

ЗМІСТ

Секція 1. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

Aldashev S. A. WELL-POSEDNESS OF THE MIXED PROBLEM FOR DEGENERATE MULTI-DIMENSIONAL HYPERBOLIC EQUATIONS	14
Anikushyn A. V., Hranishak H. M. GENERALIZED SOLVABILITY OF ONE INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION OF HYPERBOLIC TYPE.....	15
Chugay A. M. OPTIMIZATION OF PACKING POLYTOPES USING PHI-FUNCTION TECHNIQUE.....	17
Menshikov Yu. GUARANTEED ESTIMATION OF MOTION FORECAST OF DYNAMICAL SYSTEMS	18
Sabziev E. N., Bayramov A. A., Nasibov Y. A. MODELLING OF THE OPTIMAL DEPLOYMENT OF TECHNICAL OBSERVING SYSTEMS IN MOUNTAINOUS TERRAIN	20
Smetankina N. V., Postnyi O. V. MODELING OF NON-STATIONARY HEAT CONDUCTION IN LAYERED MEDIUM.....	21
Топылко Р., Пеняк І., Лыбінський В. MATHEMATICAL MODELING AND SPATIAL ANALYSIS OF SOLAR ENERGY POTENTIAL IN LVIV REGION	23
Yaskov G. M. A MATHEMATICAL MODEL OF PACKING UNEQUAL SPHERES INTO A MULTICONNECTED CONTAINER	25
Александрович І. М., Дронова Ю. О., Семида В. О. ОДИН КЛАС РІВНЯНЬ ПАРАБОЛІЧНОГО ТИПУ	27
Бігун Р. Р., Цегелик Г. Г. АПАРАТ НЕКЛАСИЧНИХ МІНОРАНТ НЬЮТОНА ФУНКЦІЙ ТА ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ В ЧИСЕЛЬНОМУ АНАЛІЗІ	28
Бігун Я. Й., Петришин Р. І., Краснокутська І. В. ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДОМ УСЕРЕДНЕННЯ БАГАТОЧАСТОТНИХ СИСТЕМ ІЗ ПЕРЕТВОРЕНИМИ АРГУМЕНТАМИ ТА НЕЛОКАЛЬНИМИ УМОВАМИ	30
Білушак Ю. І. ДОСЛІДЖЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ ТА ПОТОКІВ МАСИ ДОМІШКОВИХ РЕЧОВИН ЗА МОДЕЛЛЮ ДИФУЗІЇ У ТІЛІ З ПАСТКАМИ, ЩО СУПРОВОДЖУЄТЬСЯ ЛАНЦЮГОВИМ РОЗПАДОМ.....	32
Бомба А. Я., Турбал Ю. В., Турбал М. Ю. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СЕЙСМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ: СОЛІТОННИЙ ПІДХІД ТА Ω -ТЕОРІЯ	35
Василець С. В., Василець К. С. МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ IGBT ТРАНЗИСТОРА З УРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНОСТІ ПАРАЗИТНИХ ЄМНОСТЕЙ ПЕРЕХОДІВ.....	36
Власюк А. П., Жуковська Н. А., Жуковський В. В., Шостак Л. В. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ДЕФОРМАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ ҐРУНТОВИХ МАСИВІВ В УМОВАХ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСЕННЯ ТА НАЯВНОСТІ СИЛ ЗВ'ЯЗНОСТІ	39
Власюк А. П., Остапчук О. П. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ МІЖ ДВОМА СВЕРДЛОВИНАМИ	41
Власюк А. П., Цветкова Т. П. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СОЛЕПЕРЕНОСЕННЯ ДО ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖУ З ФІЛЬТРУЮЧИМ ЕЛЕМЕНТОМ В ЗОНАХ ПОВНОГО ТА НЕПОВНОГО НАСИЧЕННЯ.....	43

Гаврилюк В. І. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У ДРЕНАЖНИХ СИСТЕМАХ.....	44
Гачкевич О. Р., Мусій Р. С., Мельник Н. Б., Торський А. Р. МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОПРУЖНОЇ ПОВЕДІНКИ БІМЕТАЛЕВОЇ ПОРОЖНИСТОЇ КУЛІ ЗА НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ДІЇ.....	46
Гуляницький А. Л. СЛАБКА РОЗВ'ЯЗНІСТЬ І СКІНЧЕННОРІЗНИЦЕВА ДИСКРЕТИЗАЦІЯ РІВНЯННЯ РЕАКЦІЇ-СУБДИФУЗІЇ ЗМІННОГО ПОРЯДКУ.....	47
Каліновський Я. О., Сукало А. С. МОДЕЛЮВАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ГІПЕРКОМПЛЕКСНИХ ОБЧИСЛЕНЬ.....	49
Климюк Ю. Є. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДООЧИЩЕННЯ ВОДИ ПІСЛЯ ЗАСТОСУВАННЯ КОАГУЛЯЦІЇ У ШВИДКОМУ ФІЛЬТРІ КОНУСОПОДІБНОЇ ФОРМИ ІЗ ПОРИСТИМ ЗАВАНТАЖЕННЯМ.....	51
Кожушко О. Д., Мартинюк П. М. ЗАСТОСУВАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА FREEFEM++ В КОМП'ЮТЕРНОМУ МОДЕЛЮВАННІ НЕЛІНІЙНОГО ВОЛОГОПЕРЕНОСЕННЯ.....	54
Костробій П. П., Польовий В. Є. ПОШИРЕННЯ ПЛАЗМОН-ПОЛЯРИТОННИХ ХВИЛЬ В СТРУКТУРАХ ДІЕЛЕКТРИК-МЕТАЛ-ДІЕЛЕКТРИК.....	57
Костробій П. П., Рижа І. А. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ОКСИДАЦІЇ ЧАДНОГО ГАЗУ НА ПОВЕРХНІ ПЛАТИНОВОГО КАТАЛІЗАТОРА.....	58
Кузьмін А. В. ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ ПРИ ОБТІКАННІ РІДИНОЮ ЗАНУРЕНОГО ТІЛА.....	61
Кулик Н. І. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОФІЛЬНОЇ КРИВОЇ ВІДБІВАЧА ЗІ СВІТЛОДІОДНИМ ДЖЕРЕЛОМ ДЛЯ ЗАДАНОЇ КРИВОЇ СИЛИ СВІТЛА.....	63
Ляшенко В. П., Кобильська О. Б., Демянченко О. П. МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕПЛООБМІНУ З УМОВАМИ ІМПЕДАНСНОГО ТИПУ У БАГАТОШАРОВИХ ОБЛАСТЯХ.....	65
Ляшко Н. І., Бондар Т. Г., Бондар О. С. СТІЙКІСТЬ ОРБІТАЛЬНОГО РУХУ НАМАГНІЧЕНОЇ ДЗИГИ В ЗОВНІШНЬОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ.....	66
Ляшко С. І., Зуб С. І., Зуб С. С. ГЕОМЕТРИЧНИЙ ІНТЕГРАТОР ДЛЯ ГАМЛЬТОНОВИХ РІВНЯНЬ РУХУ АСИМЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА.....	68
Мічута О. Р., Матус С. К. ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ АДСОРБЦІЇ (ДЕСОРБЦІЇ) НА ПРОЦЕСИ КОНСОЛІДАЦІЇ ҐРУНТІВ В ДВОВИМІРНОМУ ВИПАДКУ.....	70
Музичук К. П. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЗАМКНЕНОГО ПРУЖНОГО КІЛЬЦЯ З КОЛОВИМ КОНТУРОМ В ІЗОТРОПНІЙ ПЛАСТИНЦІ.....	71
Олевський В. І., Олевська Ю. Б. ВИКОРИСТАННЯ НЕЧІТКИХ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗПІЗНАВАННЯ ВИСОКОМОЛЕКУЛЯРНИХ РЕЧОВИН.....	74
Остапчук С. М. МАТЕМАТИКО-КАРТОГРАФІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЇ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ.....	76
Пашко А. О. ТОЧНІСТЬ МОДЕЛЮВАННЯ ДРОБОВОГО БРОУНІВСЬКОГО РУХУ В РІВНОМІРНІЙ МЕТРИЦІ.....	78
Піддубна Л. А., Тузик І. І., Черевко І. М. СХЕМИ АПРОКСИМАЦІЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ.....	80

Покутний О. О. ФУНКЦІЇ ЛЯПУНОВА ТА МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЕВОЛЮЦІЙНИХ РІВНЯНЬ У ПРОСТОРІ ГІЛЬБЕРТА.....	82
Поляков В. Л. МОДЕЛЮВАННЯ ВІДКАЧКИ ФЛЮЇДА ІЗ СТИСЛИВОГО НАПІРНОГО ТРИЩИНУВАТОГО ПЛАСТА	84
Присяжнюк І. М., Присяжнюк О. В. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ МАСОПЕРЕНЕСЕННЯ В НЕОДНОРІДНИХ МІКРОПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ	86
Сафоник А. П., Сафоник О. В. МОДЕЛЮВАННЯ КЕРОВАНИХ ПРОЦЕСІВ ОЧИЩЕННЯ РІДИН ВІД БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ ЗАБРУДНЕНЬ	88
Сінчук А. М. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТРИЩИН ГІДРОРОЗРИВУ НА ПРОЦЕС ВИТІСНЕННЯ ФЛЮЇДІВ ІЗ НИЗЬКОПРОНИКНИХ ОСАДОВИХ ПОРІД	89
Тригуб О. С., Тригуб Р. О. ВИКОРИСТАННЯ ТА ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧ	90
Филипчук В. Л., Іванчук Н. В., Мартинюк П. М. МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОЧИЩЕННЯ ВОДИ В БІОПЛАТО.....	93
Франчук В. О. ЗАДАЧА ПЕРЕРОЗПОДІЛУ ВСТУПНИКІВ НА МІСЦЯ ДЕРЖАВНОГО ЗАМОВЛЕННЯ	95
Франчук О. В., Горборуков В. В. ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ В ЗАДАЧІ РАНЖУВАННЯ АЛЬТЕРНАТИВ	97
Ходневич Я. В., Корбутяк В. М., Стефанишин Д. В. ПРО ПРОГНОЗУВАННЯ МІСЦЕВИХ РОЗМИВІВ РУСЕЛ ЗА ПРИРОДНИМИ ДОННИМИ ПЕРЕШКОДАМИ.....	100
Чернуха О. Ю., Ментинський С. М. МОДЕЛЮВАННЯ ДИФУЗІЇ ДОМІШКОВОЇ РЕЧОВИНИ В ДВОФАЗНИХ АРМОВАНИХ ТІЛАХ ВИПАДКОВОЇ СТРУКТУРИ.....	101
Чуй Ю. В., Мартинюк П. М. ПРО ЗАЛЕЖНІСТЬ СТИБКА НАПОРІВ НА ТОНКОМУ ГЛИНИСТОМУ ВКЛЮЧЕННІ ВІД КОНЦЕНТРАЦІЇ СОЛЕЙ (ОДНОВИМІРНА ЗАДАЧА УЩІЛЬНЕННЯ ҐРУНТУ).....	104
Ярошак С. В. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВИТІСНЕННЯ НАФТИ ТЕПЛОНОСІЄМ З УРАХУВАННЯМ КАПІЛЯРНОГО ЕФЕКТУ	105

Секція 2. ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

Zaiats V. M. A NEW CLASS OF NUMERICAL METHODS OF THE SECOND ORDER FOR THE DISCRETIZATION OF NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS.....	107
Zub S. S., Semenov V. V., Havrylko Ye. D. ABOUT FINDING A NEAREST PAIR OF POINTS ON TWO NONINTERSECTING SMOOTH CURVES IN EUCLIDEAN SPACE	108
Komleva T. A., Plotnikov A. V., Plotnikova L. I. AVERAGING OF DISCRETE-TIME SET-VALUED SYSTEMS.....	110
Stelia O., Potapenko L., Sirenko I. MATHEMATICAL SIMULATION OF EXTERNAL BALLISTICS PROBLEMS USING STANDART NATO	112

Бартіш М. Я., Венгерський П. С., Притула М. М. РОЗРОБКА ЕФЕКТИВНИХ ІНТЕРВАЛЬНИХ ІТЕРАЦІЙНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДЕЯКИХ ВИДІВ СИСТЕМ ПРОЕКЦІЙНИХ РІВНЯНЬ.....	113
Бешлей А. В. ПРО ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНОГО РІВНЯННЯ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ.....	115
Біленко В. І. Боженок К. В. НАБЛИЖЕННЯ ПОЛІНОМАМИ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧІ ГУРСА ОДНОГО КЛАСУ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ	117
Бойчура М. В., Яйлимов Н. Я. МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ КВАЗІІДЕАЛЬНОЇ ТЕЧІЇ.....	120
Бомба А. Я., Бойчура М. В. ЧИСЛОВИЙ МЕТОД КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОЕФІЦІЄНТНИХ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ.....	122
Бразалук Ю. В., Євдокимов Д. В. ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ РОЗРАХУНКОВИХ СХЕМ МЕТОДОМ ШТУЧНИХ ЗБУРЕНЬ	124
Вакал Л. П., Вакал Є. С. ЧЕБИШОВСЬКА АПРОКСИМАЦІЯ СПЛАЙНАМИ З ВІЛЬНИМИ ВУЗЛАМИ.....	126
Дудар В. В., Семенов В. В. НОВА ФУНКЦІЯ ПОХИБКИ ДЛЯ ЛОГІСТИЧНОЇ РЕГРЕСІЇ.....	128
Євдокимов Д. В. МЕТОД ДИСКРЕТНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ ДЛЯ РІВНЯНЬ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ	131
Кічмаренко О. Д., Плотніков А. А. МЕТОД ПОКРОКОВОГО УСЕРЕДНЕННЯ ДЛЯ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ЗМІННОЇ РОЗМІРНОСТІ	132
Оноцький В. В., Михайлюк В. Ю. ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ДС-АЛГОРИТМУ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТРИВИМІРНОГО ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННЯ НА БАГАТОПРОЦЕСОРНИХ КОМПЛЕКСАХ.....	134
Піддубний М. О., Піддубний О. М. ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ СПРЯЖЕНОГО УЗАГАЛЬНЕНОГО ОПЕРАТОРА ПУАССОНА	135
Поліщук О. Д. ПРО ЗБІЖНІСТЬ ПРОЕКЦІЙНИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ СЛАБО СИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ФРЕДГОЛЬМА ПЕРШОГО РОДУ	136
Прокіп В. М. ПРО СТРУКТУРУ РОЗВ'ЯЗКІВ МАТРИЧНОГО РІВНЯННЯ $AX - XB = C$	138
Семенов В. В. НОВІ ЕКСТРАГРАДІЄНТНІ МЕТОДИ ДЛЯ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ ТА ОПЕРАТОРНИХ РІВНЯНЬ.....	139
Сеньо П. С., Стойко Т. І. АНАЛОГИ МЕТОДІВ РУНГЕ-КУТТА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЗАСНОВАНІ НА МАТЕМАТИЦІ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ІНТЕРВАЛІВ.....	141
Скрипник Н. В. УСЕРЕДНЕННЯ ІМПУЛЬСНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ ВКЛЮЧЕНЬ З НЕЧІТКОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ У ТЕРМІНАХ R -РОЗВ'ЯЗКІВ.....	143
Стеля О. Б., Потапенко Л. І., Сіренко І. П. ЕФЕКТИВНИЙ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ СТАЦІОНАРНОГО ГОРІННЯ ПОРОХУ.....	145
Ткачук В. М. ОПТИМІЗАЦІЯ ФУНКЦІЙ НА ОСНОВІ КВАНТОВОГО ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ІЗ БАГАТОЗНАЧНОЮ КВАНТОВОЮ ЛОГІКОЮ.....	146

Черний Д. И. ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА.	148
Шахно С. М., Ярмола Г. П. ЛОКАЛЬНА ЗБІЖНІСТЬ КОМБІНОВАНОГО МЕТОДУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ПРО НАЙМЕНШІ КВАДРАТИ З НЕДИФЕРЕНЦІЙОВНИМ ОПЕРАТОРОМ.....	150
Яджак М. С. РОЗРОБКА ПАРАЛЕЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ПРОСТОРОВОЇ ЗАДАЧІ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ НА КЛАСТЕРАХ.....	151
Яйлимова Г. О., Заславський В. А., Хонжі Янг. МОЖЛИВОСТІ КРЕАТИВНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ТА ЗАДАЧІ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ	154

Секція 3. КОМП'ЮТЕРНА ГІДРОДИНАМІКА

Sandrakov G. V. HOMOGENIZATION OF SOME HYDRODYNAMICS PROBLEMS	156
Венгерський П. С., Коковська Я. В. ЄДИНИЙ ПІДХІД КІНЕМАТИЧНОЇ ХВИЛІ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ВСІХ ПОТОКІВ ВОДИ НА ВИБРАНІЙ ТЕРИТОРІЇ	157
Гуржий А. А., Кордас О. И., Никифорович Е. И., Черний Д. И. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ В ДЕЛЬТАХ РЕЧНЫХ СИСТЕМ	159
Древецкий В. В., Муран Р. О. МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРО-ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ НАВКОЛО ТІЛА ОБТІКАННЯ У СЕРЕДОВИЩІ SOLIDWORKS	161
Пилипенко О. І., Бойко О. В., Железняк М. Й., Ківва С. Л. ОБ'ЄДНАННЯ МОДЕЛЕЙ ГІДРОЛОГІЧНИХ І ГІДРО-ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В СИСТЕМІ КОМП'ЮТЕРНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ ДОЩОВИХ ПОВЕНЕЙ В БАСЕЙНАХ РІЧОК ПРУТ І СІРЕТ	163
Сорокін М. В. ПАРАЛЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ РУХУ РІДИНИ У ВІДКРИТИХ ВОДОЙМАХ НА БАГАТОПРОЦЕСОРНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ ІЗ ЗАГАЛЬНОЮ ТА РОЗПОДІЛЕНОЮ ПАМ'ЯТТЮ	165
Шалденко О. В., Гуржий О. А. АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ В ПРЯМОЛІНІЙНОМУ КАНАЛІ ЗІ ВСТАВКАМИ ПРИ МАЛИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА.....	166
Янчук П. С. МАШИННІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТИСКУВАНИХ В'ЯЗКИХ ТЕЧІЙ.....	168

Секція 4. ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Берко А. Ю. ОПРАЦЮВАННЯ РЕСУРСІВ ВЕЛИКИХ ДАНИХ ЗА УМОВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ.....	170
Денисов С. В., Семенов В. В. ВАРІАНТ ЕКСТРАГРАДІЄНТНОГО МЕТОДУ З ПАРАЛЕЛЬНОЮ ІДЕНТИФІКАЦІЄЮ.....	172
Заславський В. А., Пасічна М. В. МОДЕЛЮВАННЯ АЛГОРИТМУ ФОРМУВАННЯ ПОРТФЕЛЯ ДЖЕРЕЛ ГЕНЕРАЦІЇ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПРИНЦИПУ РІЗНОТИПНОСТІ	174
Куваєва В. І., Болтъонков В. О. ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ КОНСЕНСУСНОГО АГРЕГУВАННЯ РАНГОВИХ ПЕРЕВАГ В ЗАДАЧАХ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ	177

Кузнецов В. Г., Тугай Ю. І., Нікішин Д. А. ФОРМУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО ПОКАЗНИКА ЯКОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ З ЗАСТОСУВАННЯМ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ	179
Мехедов Є. В. ОПТИМІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ПОБУДОВИ ЛОКАЛЬНИХ МАП РЕЛЬЄФУ ДЛЯ НАЗЕМНОЇ НАВІГАЦІЇ	181
Наконечний О. Г., Зінько П. М., Шевчук Ю. М. АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПОШИРЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ	182

Секція 5. ПРОБЛЕМИ АВТОМАТИЗАЦІЇ, КЕРУВАННЯ, ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНІЧНИХ, ТЕХНОЛОГІЧНИХ, ТЕХНОГЕННИХ ТА ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Гарашенко В. І., Дейнека О. Ю., Гарашенко О. В. РОЗРАХУНОК СПІВВІДНОШЕННЯ РАДІУСІВ КОРПУСА ТА ПОЛЮСА МАГНІТНОГО ФІЛЬТРА	185
Гарашенко О. В., Гарашенко В. І., Древецька В. В. АНАЛІТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ ПРОЦЕСУ ОСАДЖЕННЯ МАГНІТНИХ ДОМШОК В НАМАГНІЧЕНИХ ФЕРОМАГНІТНИХ ЗАГРУЗКАХ	186
Грицук І. В., Волков В. П., Грицук Ю. В., Волков Ю. В. РЕАЛІЗАЦІЯ МОНІТОРИНГУ СУДНОВИХ ЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ З ВИКОРИСТАННЯМ БОРТОВИХ ІНФОРМАЦІЙНО-ДІАГНОСТИЧНИХ КОМПЛЕКСІВ	189
Данченков Я. В., Герус Л. П. ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ СПІВВІДНОШЕННЯ ГАЗ-ПОВІТРЯ КОТЛОАГРЕГАТУ З КОРЕКЦІЄЮ ПО КАЛОРИЙНОСТІ ВИХІДНИХ ГАЗІВ	191
Древецький В. В., Ковела І. М. АДАПТИВНІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ З САМОНАСТРОЮВАННЯМ ПАРАМЕТРІВ	192
Кінчур О. Ф. НЕЙРОМЕРЕЖЕВА СИСТЕМА КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ НАСОСУ	194
Клюшин Д. А., Тимошенко А. А. ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ІНТЕНСИВНІСТЮ ТОЧКОВИХ ДЖЕРЕЛ ДЛЯ ЗВОЛОЖЕННЯ ҐРУНТУ	196
Ковальчук В. П., Демчук О. С., Демчук Д. О., Войтович О. П. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ОДНОМІРНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННЯ	197
Кузьмич А. А., Кузьмич Л. В. ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ СИСТЕМИ ДІАГНОСТУВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СКЛАДНИХ КОНСТРУКЦІЙ	199
Кучанський В. В., Лиховид Ю. Г., Мельничук В. А. ДОСЛІДЖЕННЯ ГАРМОНІЙНИХ ПЕРЕНАПРУГ В ЛІНІЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ НАДВИСОКОЇ НАПРУГИ ЗА ДОПОМОГОЮ ШТУЧНОЇ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ	201
Мартинів С. Ю., Орлова А. М., Зошук В. О. АВТОМАТИЗОВАНИЙ КОМПЛЕКС ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ОЧИЩЕННЯ ВОДИ НА ПІНОПОЛІСТИРОЛЬНОМУ ФІЛЬТРІ	203
Матус О. В., Маркопольський В. О. РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ЛІНІСІЮ З ВИРОБНИЦТВА КОМБІКОРМІВ	205

Мороз І. П. АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЛАСТІ ІНЖЕКТУЮЧИХ КОНТАКТІВ ІНТЕГРАЛЬНИХ R-I-N-СТРУКТУР, ЩО ПРИЗНАЧЕНІ ДЛЯ КОМУТАЦІЇ НВЧ СИГНАЛІВ	207
Сафоник А. П., Пасічник В. А. АВТОМАТИЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРОХІМІЧНОГО ОЧИЩЕННЯ СТІЧНИХ ВОД.....	210
Сафоник А. П., Таргоній І. М. РОЗРОБЛЕННЯ ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРОКОАГУЛЯЦІЇ	212
Сопронюк Т. М. ВІЗУАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ FREQUENT PATTERN-GROWTH STRATEGY (FPG) ЗАСОБАМИ МОВИ R	213
Супруненко О. О. КОМБІНОВАНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ПОБУДОВИ ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ	216
Цегелик Г. Г., Краснюк Р. П. ЗАСТОСУВАННЯ АЛГОРИТМУ МУРАШИНОЇ КОЛОНІЇ У ЗАДАЧАХ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗМІЩЕННЯ РЕПЛІКАЦІЙНИХ БАЗ ДАНИХ	217

Секція 6. МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ СИСТЕМ

Nomirovskii D. A. GENERALIZED SOLVABILITY AND OPTIMIZATION OF A PARABOLIC SYSTEM WITH DISCONTINUOUS SOLUTION	220
Веретеннікова Н. В., Лозицький О. А., Кунанець Н. Е., Пасічник В. В. ТЕХНОЛОГІЇ ФОРМУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ РЕСУРСІВ ДЛЯ НЕЗРЯЧИХ КОРИСТУВАЧІВ.....	221
Волощук В. А. ДОСЛІДЖЕННЯ НЕОБОРОТНИХ ПРОЦЕСІВ У ТЕПЛОАСОСНИХ УСТАНОВКАХ МЕТОДАМИ ПОГЛИБЛЕНОГО ЕКСЕРГЕТИЧНОГО АНАЛІЗУ	223
Демидюк М. В., Гошовська Н. В., Демидюк В. М. ОПТИМІЗАЦІЯ ПОЛОЖЕННЯ ПОЛЮСА ТА РУХУ ДВОЛАНКОВОГО МАНІПУЛЯТОРА	225
Дуда О. М., Кунанець Н. Е., Мацюк О. В., Пасічник В. В. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ВЕЛИКИХ ЗА ОБСЯГОМ ДАНИХ (BIG DATA) В ПРОЕКТАХ «РОЗУМНИХ МІСТ»	227
Дуда О. М., Кунанець Н. Е., Мацюк О. В., Пасічник В. В. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ІНТЕРНЕТ-ПРИСТОЇВ В ПРОЕКТАХ «РОЗУМНИХ МІСТ».....	229
Івохін Є. В., Аджубей Л. Т., Науменко Ю. О. МОДЕЛІ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ НА ОСНОВІ РІВНЯННЯ ДИФУЗІЇ	232
Камінський Р. М., Кунанець Н. Е. ФУР'Є АНАЛІЗ І ФАЗОВІ ПОРТРЕТИ КОРОТКИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ.....	234
Карпович І. М. МОДЕЛЮВАННЯ МАСООБМІНУ В НЕНАСИЧЕНОМУ ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ ПІД ВПЛИВОМ СИЛОВОГО ПОЛЯ	236
Козирський В. В., Тютюнник Ф. О. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ З ДЖЕРЕЛАМИ РОЗПОДІЛЕНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ В ЗАДАЧАХ АНАЛІЗУ СТІЙКОСТІ.....	238
Кряжич О. О., Коваленко О. В. МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ ТРИТІЮ В ОТОЧУЮЧОМУ СЕРЕДОВИЩІ.....	240
Липак Г. І., Кунанець Н. Е. МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІОКОМУНІКАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ «КОНСОЛІДОВАНИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ РЕСУРС»	242

Поліщук О. Д. ПОТОКОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА СЕРЦЕВИНИ СКЛАДНИХ МЕРЕЖЕВИХ СИСТЕМ.....	243
Сандраков Г. В. ОБЧИСЛЕННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МАСИВІВ МІКРОГОЛОК	246
Сафоник А. П., Грицюк І. М. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ КОНТАКТНОГО ЗНЕЗАЛІЗНЕННЯ ПІДЗЕМНИХ ВОД.....	246
Сафоник А. П., Коваль С. А. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ АЕРОБНОЇ ОЧИСТКИ СТИЧНИХ ВОД З УРАХУВАННЯМ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ	249
Сяський А. О., Шевцова Н. В. ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ МІЖФАЗНОЇ ТРИЩИНИ НА МІЦНІСТЬ ІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З ПІДКРІПЛЕНИМ КРУГОВИМ ОТВОРОМ.....	250
Сяський В. А., Сяська І. О. ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ НИРКИ ЛЮДИНИ НА ОСНОВІ ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ	252
Талах М. В., Хавруняк М. В. ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА МОНІТОРИНГУ НА ОСНОВІ ДАНИХ ТЕПЛОВІЗІЙНОЇ ЗЙОМКИ СУПУТНИКІВ	255
Христюк А. О., Маланчук Є. З. ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГІДРОМЕХАНІЧНОГО ВПЛИВУ НА ШВИДКІСТЬ ВИДОБУТКУ БУРШТИНУ.....	257

Секція 7. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА РОБОТОТЕХНІКА

Hazdyuk K., Nikitina O., Telishevsk A. IMPLEMENTATION OF INFORMATION TECHNOLOGY TOOLS IN DISTANCE LEARNING	260
Vorobel R. METHOD OF TRIANGULAR NORMS CONSTRUCTION	262
Авраменко А. С., Голуб С. В. ФОРМУВАННЯ СТРУКТУРИ КЛАСИФІКАТОРІВ ДАНИХ У СИСТЕМАХ МОНІТОРИНГУ НАВКОЛИШНЬОГО СЕРЕДОВИЩА.....	264
Гладка О. М. РОЗПАРАЛЕЛЮВАННЯ ОБЧИСЛЕНЬ НА БАЗІ МЕТОДУ СУМАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ	266
Григорова Т. А., Москаленко О. О. ШЛЯХИ РОЗШИРЕННЯ СТРУКТУРИ ДАНИХ В СИСТЕМАХ ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАННЯ.....	268
Дружицький А. Ю., Кот В. В. ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ СИСТЕМ ЗБЕРЕЖЕННЯ ВЕБ-КОНТЕНТУ	271
Жирякова І. А., Голуб С. В. ОНТОЛОГІЯ ВИВОДУ РІШЕНЬ В БАЗАХ МОДЕЛЬНИХ ЗНАНЬ	272
Кінах В. І., Бунь Р. А. ВЕКТОРНА ЦИФРОВА КАРТА МІСТ СВІТУ, АДАПТОВАНА ДО ПОТРЕБ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕМІСІЇ ПАРНИКОВИХ ГАЗІВ.....	275
Кунанець О. О. РЕКОМЕНДАЦІЙНА СИСТЕМА ДЛЯ ТУРИСТИЧНОЇ ГАЛУЗІ.....	277
Мельник Р. А., Тушницький Р. Б. АНАЛІЗ ХМАРНOSTІ В УКРАЇНІ ЗА ДОПОМОГОЮ 3-СТУПЕНЕВОГО ІЄРАРХІЧНОГО АЛГОРИТМУ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ.....	279
Пасічник В. В., Кунанець Н. Е., Шестакевич Т. В., Андруник В. А. АНАЛІЗ ПОВНОТИ, ЦІЛІСНОСТІ ТА ЕРГОНОМІЧНОСТІ ІНФОРМАЦІЙНИХ ОНЛАЙН-РЕСУРСІВ ДІАГНОСТИЧНО-КОРЕКЦІЙНИХ ЗАКЛАДІВ УКРАЇНИ.....	282

Пасічник В. В., Назарук М. В. ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА СУПРОВОДУ ПРОЦЕСІВ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ В СОЦІОКОМУНІКАЦІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩІ «РОЗУМНОГО» МІСТА.....	283
Приймак М. В., Василенко Я. П., Дмитроца Л. П., Олійник М. З. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ ІЗ ЗМІННИМ ПЕРІОДОМ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ОЦІНКИ ВАРІАБЕЛЬНОСТІ СЕРЦЕВОГО РИТМУ	285
Сагайда П. І. МЕТОДОЛОГІЯ ПРОЕКТУВАННЯ СХОВИЩ ДАНИХ І ЗНАТЬ НА ОСНОВІ КАТЕГОРІАЛЬНО-ОНТОЛОГІЧНИХ МОДЕЛЕЙ.....	288
Терещенко В. М., Баранюк А. С., Терещенко Я. В. ОПТИМАЛЬНИЙ МЕТОД ПОШУКУ НАЙКОРОТШОГО ШЛЯХУ В СЕРЕДИНІ ПРОСТОГО МНОГОКУТНИКА.....	290
Тимчина В. І. ГЕЙМІФІКАЦІЯ ЯК ТЕХНОЛОГІЯ РОЗВИТКУ ІНТЕЛЕКТУ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ.....	294
Тимчина Н. С. ІНФОРМАЦІЙНО-ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ: РЕАЛІЇ СЬОГОДЕННЯ	296
Шпортко О. В. ЗМЕНШЕННЯ РОЗМІРІВ СТИСНУТИХ ДАНИХ ЧЕРЕЗРЯДКОВИХ СКАНІВ ГРАФІЧНОГО ФОРМАТУ JPEG	298
Юскович-Жуковська В. І., Близнюк С. В. ЄВРОПЕЙСЬКА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАННЯ	299
Юскович-Жуковська В. І., Лотюк Ю. Г. БЕЗДРОТОВИЙ ДОСТУП ДО ДИСТАНЦІЙНИХ КУРСІВ.....	302
Яйлимов Б. Я., Лавренюк М. С., Яйлимова Г. О. ОЦІНКА СТАНУ ЗЕМНОГО ПОКРИВУ НА ОСНОВІ ГЕОПРОСТОРОВИХ ДАНИХ.....	303

Секція 8. ПИТАННЯ ІСТОРІЇ ТА МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ

Задерей Н. М., Нефьодова Г. Д., Мельник І. Ю. ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ МЕНТАЛЬНИХ КАРТ У ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ.....	305
Лотюк Ю. Г., Соловей Л. Я. РОЛЬ І МІСЦЕ ХМАРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В УДОСКОНЕЛЕННІ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ВНЗ	307
Пилипюк Т. М. З ІСТОРІЇ РОЗВИТКУ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ В МІСТІ КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОМУ	308
Розумовська О. Б. ЕКСКУРСІЯ ЯК ФОРМА ОРГАНІЗАЦІЇ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ В СУЧАСНІЙ ВИЩІЙ ШКОЛІ.....	310
Тулашвілі Ю. Й., Олексів Н. А. ЗАСОБИ КОГНІТИВНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ДИДАКТИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ В ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ ІНЖЕНЕРІВ-ПЕДАГОГІВ	312
Юзик О. П. З ІСТОРІЇ МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ ІНФОРМАТИКИ У ПОЛЬЩІ (ДРУГА ПОЛОВИНА ХХ - ПОЧ. ХХІ СТ.)	313

Секція 1. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

UDC 517.956

Aldashev S.A., Doctor Phys.-Math. Sci., Professor, Senior Scientist

*(Institute of Mathematics and Mathematical Modelling, Ministry of Education and Science,
Almaty, Kazakhstan)*

**WELL-POSEDNESS OF THE MIXED PROBLEM
FOR DEGENERATE
MULTI-DIMENSIONAL HYPERBOLIC EQUATIONS**

Previous works of the author [1, 2] prove the existence and uniqueness of the classical solution of the Dirichlet and Poincare problems in the cylindrical domain for degenerate multi-dimensional hyperbolic equations. The mixed problem for these equations in generalized spaces has been analyzed in [3, 4]. However, the questions of the smoothness of the solution and of its representation has not been yet studied.

This paper shows the unique solvability and obtains the explicit form of the classical solution of the mixed problem for degenerate multi-dimensional hyperbolic equations with Chaplygin operator.

Let D_α be a cylindrical domain of the Euclidean space E_{m+1} of points (x_1, \dots, x_m, t) , bounded with the cylinder $\Gamma = \{(x, t) : |x| = 1\}$, the planes $t = \alpha > 0$ and $t = 0$, where $|x|$ is the length of the vector $x = (x_1, \dots, x_m)$. Let's denote with $\Gamma_\alpha, S_\alpha, S_0$, respectively, the parts of these surfaces that form the boundary ∂D_α of the domain D_α .

In the domain D_α , let's study the following degenerate multi-dimensional hyperbolic equations :

$$Lu \equiv g(t)\Delta_x u - u_{tt} + \sum_{i=1}^m a_i(x, t)u_{x_i} + b(x, t)u_t + c(x, t)u = 0, \quad (1)$$

where $g(t) > 0$ for $t > 0$, $g(0) = 0$, $g(t) \in C([0, \alpha]) \cap C^2((0, \alpha))$, and Δ_x is the Laplace operator on the variables $x_1, \dots, x_m, m \geq 2$.

Hereafter, it is useful to switch from Cartesian coordinates x_1, \dots, x_m, t to the spheric ones: $r, \theta_1, \dots, \theta_{m-1}, t$, $r \geq 0$, $0 \leq \theta_1 < 2\pi$, $0 < \theta_i < \pi$, $i = 2, 3, \dots, m-1$.

As the mixed problem, let's study the following problem:

Problem 1. Find, in the domain D_α , the solution of the equation (1) in the class $C^1(\overline{D_\alpha}) \cap C^2(D_\alpha)$, that satisfies the boundary-value conditions

$$u|_{S_0} = \tau(r, \theta), u_t|_{S_0} = \nu(r, \theta), u|_{\Gamma_\alpha} = \psi(t, \theta),$$

where $\tau(1, \theta) = \psi(0, \theta)$, $\nu(1, \theta) = \psi_t(0, \theta)$.

Let $a_i(r, \theta, t)$, $b(r, \theta, t)$, $c(r, \theta, t) \in W_2^l(D_\alpha) \subset C(\overline{D_\alpha})$, $i = 1, \dots, m$, $l \geq m + 1$.

Then the following theorem holds.

Theorem. If $\tau(r, \theta), \nu(r, \theta) \in W_2^l(S_0)$, $\psi(t, \theta) \in W_2^l(\Gamma_\alpha)$, $l > \frac{3m}{2}$, and the following

condition holds: $\cos \mu_{s,n} \alpha' \neq 0, s = 1, 2, \dots$, then Problem 1 is uniquely solvable, where $\mu_{s,n}$ are

positive nulls of the Bessel functions of the first type $J_{n+\frac{(m-2)}{2}}(z), \alpha' = \int_0^\alpha \sqrt{g(\xi)} d\xi, n = 0, 1, \dots$

1. Aldashev S.A. Well-Posedness of Dirichlet and Poincaré Problems in a Cylindrical Domain for Degenerate Multidimensional Hyperbolic Equations with Gellerstedt Operator / S.A. Aldashev // Journal of Mathematical Sciences, Springer. – Vol. 215. – No. 3. – 2016. – PP. 274-284.

2. Aldashev S.A. Well-Posedness of Dirichlet and Poincaré Problems in a Cylindrical Domain for Degenerate Multidimensional Hyperbolic Equations with Chaplygin Operator / S.A. Aldashev // Nauchnye Vedomosti BelGU. Matematika, Fizika, Belgorod, Russia. – Vol. 26. – No. 5(124). – 2012. – PP. 12-25.

3. Krasnov M.L. Mixed Problems for Degenerate Linear Hyperbolic PDEs of the Second Order / M.L. Krasnov // Matematicheskij Sbornik, Moscow, SSSR. – Vol. 49(91). – 1959. – PP. 29-84.

4. Baranovskij F.T. Mixed Problems for a Linear Hyperbolic PDE of the Second Order Degenerating on the Initial Plane / F.T. Baranovskij // Uchenye Zapiski Leningradskogo Ped. Instituta, Leningrad, SSSR. – Vol. 183. – 1958. – PP. 23-58.

UDC 517.982.22

Anikushyn A., PhD, Associate professor, Hranishak H., Master of Applied Mathematics

(Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine)

GENERALIZED SOLVABILITY OF ONE INTEGRO-DIFFERENTIAL EQUATION OF HYPERBOLIC TYPE

In the cylindrical domain $Q = \Omega \times (0, T)$ we consider a system described by the linear integro-differential equation

$$Lu = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + Au + Bu = F,$$

where $\Omega \subset R^n$ is a bounded connected domain of the space variables with regular boundary $\partial\Omega$. Here

$$Au = - \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left(a_{ij}(x) \frac{\partial u}{\partial x_j} \right) + \sum_{i=1}^n a_i(x) \frac{\partial u}{\partial x_i} + a(x)u, Bu = \int_0^t \sum_{i=1}^n K_i(t, \tau) u_{x_i x_i}(x, \tau) d\tau.$$

We suppose that kernels $K_i(t, \tau)$ are continuous in $[0, T]^2$ and have a continuous derivative with respect to τ . Furthermore, let a_{ij}, a_i, a be continuous functions in $\bar{\Omega}$, $a_{ij} = a_{ji}$ and there exists positive number α such that $\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \lambda_i \lambda_j \geq \alpha \sum_{i=1}^n \lambda_i^2$, for all $\lambda_i \in R$ and $x \in \bar{\Omega}$.

Function $u(t, x)$ satisfies the following conditions

$$u|_{t=0} = \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0, \quad u|_{\partial\Omega} = 0.$$

By L we denote the set of all functions $u \in C^\infty(\bar{\Omega})$ such that

$$u|_{t=0} = \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = \dots = 0,$$

and by L_T we denote the set of all functions $u \in C^\infty(\bar{\Omega})$ such that

$$u|_{t=T} = \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=T} = \dots = 0.$$

By H_0^k , S_0^k , V_0^k , H_T^k , S_T^k , V_T^k we denote the completion of the sets L, L_T respectively with respect to the norms

$$\begin{aligned} \|u\|_{H_0^k}^2 &= \int_Q (u^{(k)})^2 + \sum_{i=1}^n (u_{x_i}^{(k-1)})^2 dQ, \|u\|_{V_0^k}^2 = \|u\|_{H_0^k}^2 + \sum_{i=1}^n \int_\Omega (u_{x_i}^{(k-1)})^2|_{t=T} d\Omega, \\ \|u\|_{S_0^k}^2 &= \|u\|_{V_0^k}^2 + \int_\Omega (u^{(k)})^2|_{t=T} d\Omega, \|v\|_{H_T^k}^2 = \int_Q (v^{(k)})^2 + \sum_{i=1}^n (v_{x_i}^{(k-1)})^2 dQ, \\ \|v\|_{V_T^k}^2 &= \|v\|_{H_T^k}^2 + \sum_{i=1}^n \int_\Omega (v_{x_i}^{(k-1)})^2|_{t=0} d\Omega, \|v\|_{S_T^k}^2 = \|v\|_{V_T^k}^2 + \int_\Omega (v^{(k)})^2|_{t=0} d\Omega, \end{aligned}$$

respectively. Here $u^{(k)}$ means a derivative of order k with respect to t .

In the paper [1] authors considered case $Bu=0$ and obtained a priori inequalities for operator L and some results on weak solvability with any integer k . Further, in [2] the case of integro-differential equation was considered. In the spaces with $k=1$ results on weak solvability were established. In the report we will discuss a priori inequalities and weak solvability in the spaces with some other integer k .

Lemma 1. There exists positive number c such that the inequality $\|Lu\|_{(H_T^0)^*} \leq c \|u\|_{H_0^2}$ holds for every function $u \in L_0$.

Using the last lemma we extend operator L onto the entire space H_0^2 .

Lemma 2. There exists positive number c such that the inequality $c^{-1} \|u\|_{S_0^1} \leq \|Lu\|_{(V_T^0)^*}$ holds for every function $u \in H_0^2$.

Consider a problem $Lu = F, F \in (V_T^0)^*$.

Definition. The function $u \in H_0^2$ is a solution of the problem $Lu = F, F \in (V_T^0)^*$ if there exists a sequence $u_i(x, t) \in L_0$ such that

$$\|u - u_i\|_{S_0^1} \rightarrow 0, \quad \|Lu_i - F\|_{(V_T^0)^*} \rightarrow 0, i \rightarrow \infty$$

Using approaches from [3-4] we can prove the following theorems

Theorem. For every $F \in (V_T^0)^*$ there exists the unique solution for the problem $Lu = F$.

Theorem. There exists positive number c such that the inequality $\|u\|_{H_0^2} \leq c \|F\|_{(V_T^0)^*}$, holds for every $F \in (V_T^0)^*$. Here u is the solution for the problem $Lu = F$.

1. *Anikushyn A.V.* Trajectory-final control for hyperbolic equations in different classes of distributions /A.V. Anikushyn, D. A. Nomirovskii //, Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Phys-Math sciences. – No. 3. – 2008. – PP.119–124.

2. *Anikushyn A. V.*, Generalized solvability of hyperbolic integro-differential equations /A.V. Anikushyn // Bulletin of Taras Shevchenko National University of Kyiv. Series: Phys-Math sciences. – No. 4. – 2013. – PP.60–65.

3. *Klyushin D.A.* Generalized Solutions of Operator Equations and Extreme Elements/ D. A. Klyushin, S. I. Lyashko, D. A. Nomirovskii, Y. I. Petunin, V. V. Semenov //, Springer Science+Business Media, LLC. – 2011. – p.201.

4. *Lyashko S.I.*, Generalized optimal control of linear systems with distributed parameters/ S. I. Lyashko // Boston / Dordrecht / London: Kluwer Academic Publishers. – 2002. – p.466.

UDC 519.85

A.M. Chugay, PhD

(A.N. Podgorny Institute For Mechanical Engineering Problems of National Academy of Science, Kharkiv, Ukraine)

OPTIMIZATION OF PACKING POLYTOPES USING PHI-FUNCTION TECHNIQUE

The 3D packing problems are classical optimization ones which have extensive engineering applications. At present, the interest in finding effective solutions for the problems is growing rapidly.

The problems combine a large set of various practical problems related with finding of optimal allocations of geometric objects of one type into objects of another type. In most cases in the 3D packing problems, it is necessary to pack all given objects into containers of minimum sizes.

The problems arise in various fields of science and engineering because they replace full-scale experiments by computer simulation which significantly saves time and material resources. For example, an actual application of the problems is the 3D simulation of microstructures of different materials (including nanomaterials). Recent advances in the field are related to the development of the computer technology of 3D X-ray tomography analysis of mineral particles [1]. Also it has a wide spectrum of applications in modern biology, mineralogy, medicine, materials science, nanotechnology, robotics, pattern recognition systems, control systems, space apparatus control systems, as well as in chemical industry, power engineering, mechanical engineering, shipbuilding, aircraft construction, civil engineering, etc.

It is well known that the 3D objects packing problem is NP complex. Because of its NP complexity, it is hard to be solved satisfactorily. So, to find their approximate solution many research works use a very wide variety of techniques, including heuristics (heuristics based on different approximation rules, genetic algorithms, simulation annealing, artificial bee colony algorithm), extended pattern search, traditional optimization methods and different mixed approaches which utilize heuristics and methods of non-linear mathematical programming.

In most works, orientation changes of 3D objects either are not allowed or only discrete changes in the orientation for given angles (45 or 90 degrees) are permitted. Due to the difficulty of construction of adequate mathematical models at present there are few works that solve the 3D packing problems provided that continuous rotations of geometric objects are allowed. The solutions of such problems are considered in works [2-4].

This work is devoted to solving of the packing problem of convex polytopes with continuous angles rotations. An approach is based on mathematical modeling of relations between geometric objects reducing the problem to a nonlinear programming one. To this end we use the phi-function technique [5] for analytic description of objects interactions and objects placements into a container taking into account continuous rotations and translations.

In the work a mathematical model of the problem of packing convex polytopes into the minimum volume cuboid based on the phi-function for two convex polytopes is constructed. A number of characteristics of the mathematical model are pointed out. Making use of the characteristics an approach for construction of starting points, a rapid algorithm of searching for local minima and a directed non-exhaustive search of local minima to obtain a good approximation to the global extremum are offered. In Fig.1 some numerical results are given.

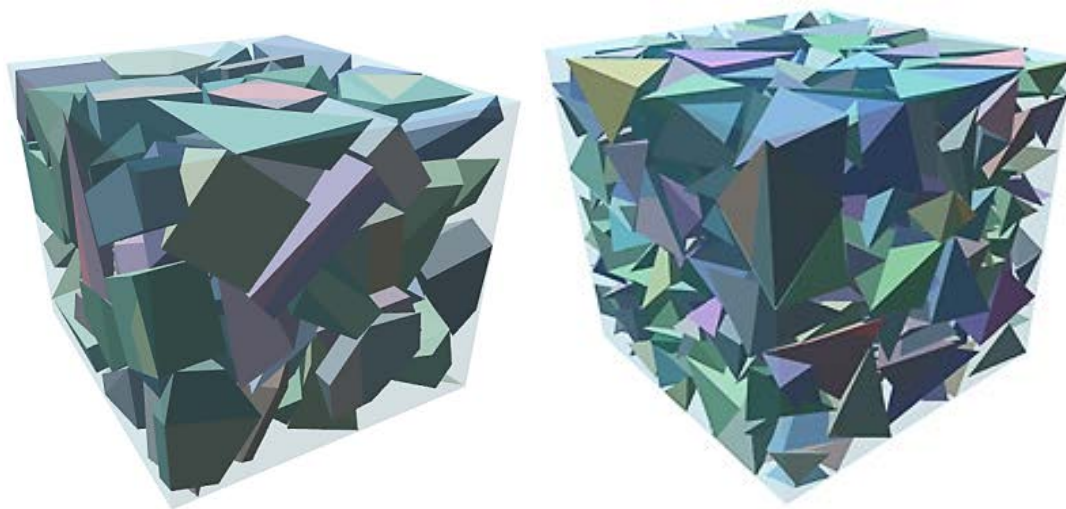


Fig.1. Results of packing of convex polytopes

1. Wang Y. 3D image segmentation for analysis of multisize particles in a packed particle bed / Wang Y., Lin C.L., Miller J.D. // Powder Technology. – 2016. – № 301, 160-168.

2. Birgin E.G. Packing ellipsoids by nonlinear optimization / Birgin E.G., Lobato R.D., Martinez J.M. // Journal of Global Optimization. – № 65. – 2016. – P. 709-743.

3. Kallrath J. Packing ellipsoids into volume-minimizing rectangular boxes / Kallrath J. // Journal of Global Optimization, – № 67 (1-2). – P. 151–185.

4. Stoyan Y.G. Modeling Close Packing of 3D Objects / Stoyan Y.G., Semkin V.V., Chugay A.M. // Cybernetics and Systems Analysis. – 2016. – № 52(2). – P. 296-304.

5. Stoyan Y.G. Mathematical modeling of the interaction of non-oriented convex polytopes / Stoyan Y.G., Chugay A.M. // Cybernetic Systems Analysis. – 2012. – №48, . – P. 837-845.

UDC 34H05

Menshikov Yu., Senior Researcher, Ac. Prof.

(Dnepro University, Gagarina av.72, Dnepro 49010, Ukraine)

GUARANTEED ESTIMATION OF MOTION FORECAST OF DYNAMICAL SYSTEMS

Methods of forecasting of motion of real physical processes are expanding the field of applications constantly. Analysis of time series data is very common in many areas of practical life such as medical and health related applications, biometric or process industry, financial or economical analysis or weather prediction.

Traditional forecasting methods are not able to handle forecasting problems in which initial data are given deterministic values [1].

The practical significance of the results of mathematical modelling or simulation of the motion of dynamical systems depends on the degree of coincidence of the results of mathematical modelling of the selected mathematical description of the real process with experimental data [2]. If the coincidence of the results of mathematical modelling with experiment is bad, then further use of these results is problematic. An important property in this connection is the adequacy of the constructed mathematical description of the physical

process being studied [2].

We will study problems associated with the synthesis of an adequate mathematical description and its further use on the example of a dynamical system whose motion is described by a linear system of ordinary differential equations.

Let the physical process be characterized in the general case by a certain number of variables (state variables) $\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_n(t)$ depending on an infinite number of initial parameters of the process. The choice of the characteristics of the physical process is determined by the ultimate goals of the research. We assume that the variables $\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_n(t)$ satisfy a linear system of ordinary differential equations with constant coefficients.

We will assume that the researcher is interested in only one characteristic of the physical process, for example, $\tilde{x}_k(t)$. An *adequate mathematical description of a physical process of the such type with respect to the variable $x_k(t)$ (ALMD _{x_k})* will be called the mathematical description for which the results of mathematical modelling of a variable $x_k(t)$ coincide with the results of experimental measurements $x_k^{ex}(t)$ of the characteristic $x_k(t)$ with the accuracy of the experiment δ_k .

It can be shown that there are infinitely many adequate mathematical descriptions of the variable $x_k(t)$.

Two approaches exist to problem of construction of adequate mathematical description of physical process [2,3].

The solution of this problem (the synthesis of adequate mathematical description) in frame of first approach is reduced to solution of integral equation of first kind (ill-posed problem) [2.4].

The adequate mathematical descriptions first of all are aimed at the forecast of motion of real processes. With the help of adequate mathematical description it is possible to predict of motion of real process in new conditions of operation.

The algorithm for the synthesis of an adequate mathematical description for the purposes of forecasting with a guarantee the behaviour of a dynamic system is suggested [2,4]. It is based on special statement of synthesis of adequate mathematical description [2,4].

To solve of such kind problems a method of special mathematical models was developed [2,4]. According to this method, problems are reduced in some cases to the examination of several points of the possible domain of parameters p change.

1. Chandola, V. Anomaly detection / V. Chandola, A. Banerjee, V. Kumar // A survey. ACM Computing Surveys (CSUR), – n.41, –2008, –PP. 15:1 -15:58.
2. Menshikov Yu.L. Synthesis of Adequate Mathematical Description as Solution of Special Inverse Problems. European Journal of Mathematical Sciences, –Vol.2,– n.3,– 2013,– PP.256-271.
3. Gubarev V. Method of iterative identification of many-dimensional systems with inexact data. Part 1. Theoretical basics // Problems of Control and Information, Kiev, – Vol. 2, – PP. 8-26.
4. Menshikov Yu. Inverse Problems in Non-classical Statements. Int. Journal of Pure and Applied Mathematics,–2011, –Vol.67, –n.1, –PP.79-96.

UDC 519.633.2

Sabziev E.N., Bayramov A.A., Nasibov Y.A.

(Institute of Control Systems of Azerbaijan National Academy of Sciences, War College of Armed Forces, Baku, Azerbaijan Republic)

MODELLING OF THE OPTIMAL DEPLOYMENT OF TECHNICAL OBSERVING SYSTEMS IN MOUNTAINOUS TERRAIN

In present paper the mathematical model of the rationally deployment of electron-optical supervisory control systems (SCS) in mountainous terrain has been developed and offered. The determination method of visibility level between selected terrain points has been developed. The assessment criterion of rationally deployment and the algorithm of fast solution have been offered.

The optimal deployment of SCS on a terrain is one of important task of military reconnaissance. Such task has own specific character and can be solved by application of appropriate mathematical methods. The specific character of such task is that the necessary for continuing surveillance and control objects can be located in specific zones of terrain (for examples, in canyons, along of river etc.) [1]. Accessible places of SCS set are situated on some distance from these zones. The number of SCS is limited, therefore, it is impossible to distribute theirs on the all set points. And so, it is necessary to select such SCS set points that the zone observation range would be the largest.

In paper, the task of optimal (rationally) SCS deployment in mountainous terrain by using of the digital altitude model and knots of regular net of terrain. Neighbour's points are connected by straight lines, and in result, the 3D digital vector model of relief of the terrain is generated. These segments are called relief lines and their projections on side plane are called edges.

Let the necessary be search terrain's zones are known and connected to knots. Let us consider that the possible knots of SCS installation are marked.

It is obvious, in the range of each observation place the most suitable observation point can be selected. For example, if the observation of nearest lowland is priority then the observation point can be placed nearer to observed points. However, if the observation of far lowland is priority then the observation point can be placed in highest point, etc. Therefore, we can adopt that observation points set is grouped around of N separate high-altitude knots. Let they are called initial knots. In real conditions usually $N \leq 10$.

It is required to deploy n ($n < N$) SCS on the terrain that they would provide the maximum observation zone. Not intersection the line segment connecting A and B points on the relief plane is condition of visibility B point from A point. That is, if AB segment is placed above all incidental edges then A point see B point.

The next method for solution this task is offered:

- Development of φ procedure for the each other visibility checkup of two given knots;
- By application of φ procedure for each A knot from the set of possible SCS deployment places to determine the set of visible and invisible points in range of technics possibilities of SCS;
- Assessment of visibility level of zone and determination of the most suitable SCS deployment in the set of initial knots;
- Improvement of computed solution by variation of knots in the range of group.

Let denote the set points of under obligatory observation terrain zones by V_0 . As stated

above, the observation set points will be grouped around separate altitude knots of A_m ($m = 1, 2, \dots, N$), which are taken as initial knots. Let V_m are set knots, which can be observed from A_m knot in the case of ideal flat relief, the ranges of which only are depended on technical characteristics of observation devices. By use \wp procedure for each initial knot of A_m we will get $U_m \subseteq V_m$ sets.

As the assessment criterion of zone observation range for the task of deployment SCS such way that to embrace widest zone observation, we can take a following:

$$\mathfrak{S}(m_1, m_2, \dots, m_n) = \text{mes}\left(V_0 \setminus \bigcup_{k=1}^n U_{m_k}\right) \rightarrow \min.$$

Thus, first of all, by application of \wp procedure all sets included in functional are described. Then, by the method of m_1, m_2, \dots, m_n exhaustion, \mathfrak{S} is calculated and the most suitable is determined. Further, by varying knots in the range of m_1, m_2, \dots, m_n groups we can improve obtained solution.

It is obvious, that from the point of view of mathematics it is possible to prove that in common case such algorithm not leads to optimal solution. However, in practice such solution is satisfactory. Therefore, this solution is called rationally.

1. *Nasibov Y.A. Geoinformation system, application areas and benefits / Nasibov Yashar Ali ogli // Herbi Bilik. – №4. – 2014. Baku. PP. 18-26.*

UDC 539.3

Smetankina N.V., Dr. Sci. Tech., Postnyi O.V., post-graduated student

(A. Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, Ukraine, nsmetankina@ukr.net)

MODELING OF NON-STATIONARY HEAT CONDUCTION IN LAYERED MEDIUM

Methods for solving of non-stationary heat conduction problems are based on difference schemes [1]. Analytical approaches are used less commonly used analytical approaches [2]. The thesis presents a numerical-analytical method of solving the problem of non-stationary heat conduction in a layered wall comprising a heat-generating film.

The heat equation for the i th layer has the form

$$v_i \Delta T_i = \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad i = \overline{1, n} \quad (1)$$

where $v_i = \lambda_i / (\gamma_i c_i)$ is the thermal diffusivity, λ_i is the thermal conductivity, γ_i is the density of the i th layer material, c_i is the specific heat at constant volume of the i th layer, T_i is temperature, t is time, n is the number of layers.

We seek a solution for each layer in the form

$$T(z_i, t) = a(t)f_1(x) + b(t)f_2(x) + c(t)f_3(x), \quad (2)$$

where $x = z_i / h_i$, $0 \leq z_i \leq h_i$, $0 \leq x \leq 1$, h_i is the thickness of the i th layer. Coordinate z_i is measured from an internal surface of each layer.

As functions f_k , $k = 1, 2, 3$, we choose Legendre orthonormal polynomials

$$f_1 = 1, \quad f_2 = \sqrt{3}(2x - 1), \quad f_3 = \sqrt{5}(6x^2 - 6x + 1), \quad (3)$$

$$\int_0^1 f_k f_l dx = \delta_{kl}. \quad (4)$$

Projecting the equation (1) to functions (3), we obtain

$$\begin{aligned} \frac{1}{h_i^2} v_i \int_0^1 [a_i(t) f_1''(x) + b_i(t) f_2''(x) + c_i(t) f_3''(x)] f_k(x) dx = \\ = \int_0^1 [\dot{a}_i(t) f_1(x) + \dot{b}_i(t) f_2(x) + \dot{c}_i(t) f_3(x)] f_k(x) dx \end{aligned} \quad (5)$$

that in view of the condition (4) we get

$$\dot{a}_i(t) = \mu_i c_i(t), \quad \mu_i = 12\sqrt{5}v_i/h_i^2; \quad \dot{b}_i(t) = 0; \quad \dot{c}_i(t) = 0. \quad (6)$$

We take $T_i(0) = \text{const}$ as initial conditions. Besides, we suppose that the boundary condition of convective heat transfer over the top and bottom surfaces is the third kind boundary condition

$$\lambda_1 \nabla T_1 = \alpha_t (T_t - T_1), \quad -\lambda_n \nabla T_n = \alpha_b [T_b - T_n(0, t)], \quad (7)$$

where α_t and α_b are the convective heat transfer coefficients and T_t and T_b are temperatures on the top and bottom surfaces, respectively.

Taking into account (5)-(7), we obtain the following equalities

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_1}{h_1} [2\sqrt{3}b_1(t) + 6\sqrt{5}c_1(t)] = \alpha_H [T_H - a_1(t) - \sqrt{3}b_1(t) - \sqrt{5}c_1(t)], \\ -\frac{\lambda_n}{h_n} [2\sqrt{3}b_n(t) - 6\sqrt{5}c_n(t)] = \alpha_B [T_B - a_n(t) + \sqrt{3}b_n(t) - \sqrt{5}c_n(t)]. \end{aligned} \quad (8)$$

The conditions of equality of heat flows and temperatures on interfaces of layers are:

$$\begin{aligned} -\lambda_i \nabla T_i \Big|_{z_i=0} + \lambda_{i+1} \nabla T_{i+1} \Big|_{z=h_{i+1}} = 0, \\ T_i \Big|_{z_i=0} - T_{i+1} \Big|_{z=h_{i+1}} = 0, \quad i = \overline{1, n-1}. \end{aligned} \quad (9)$$

We assume that a heat-generating film is placed between the first and the second layers. The unknown functions we find from conditions (6)-(9). We form a system of linear algebraic equations in coefficients $a_{ik}(t)$, $b_{ik}(t)$ and $c_{ik}(t)$ and then express the functions $b_i(t)$ and $c_i(t)$ through $a_i(t)$. The solution obtained in this case at each time step will be exactly satisfy the boundary conditions and conditions on interfaces of layers. Non-stationary feature will be reflected in the fact that the functions $a_i(t)$ we determine from the Cauchy problem. The system of differential equations is solved by a modified method of expanding the solution into a Taylor series.

The results of this research can be applied, for example, to the analysis of heating systems for windshields.

1. *Shih T.-M.* Literature survey of numerical heat transfer (2010–2011) / T.-M. Shih, Y. Zheng, M. Arie, J.-Ch. Zheng // Numerical Heat Transfer. Part A: Applications.– 2013.– Vol. 64.– Iss. 6.– P. 435-525.
2. *Kayhani M.H.* A general analytical solution for heat conduction in cylindrical multilayer composite laminates / M.H. Kayhani, M. Norouzi, A.A. Delouei // International Journal of Thermal Sciences.– 2012.– Vol. 52.– P. 73-82.

3. *Smetankina N.V.* Analysis of temperature fields in laminated plates with film heat sources / *N.V. Smetankina* // Thesis of XVI International Conference Reports “Dynamical System Modelling and Stability Investigation”. – 2013. – P. 321.

UDC 004.942

Topylko P., PhD, Penyak I., PhD student, Lybinsky B., PhD

(Lviv Polytechnic National University, Lviv, Ukraine)

MATHEMATICAL MODELING AND SPATIAL ANALYSIS OF SOLAR ENERGY POTENTIAL IN LVIV REGION

In recent decades, the problem of negative climate changes has been arisen. An increasing the concentration of greenhouse gases in the atmosphere of the planet tirelessly promotes the cause of an average annual temperature increasing, melting of glaciers, world ocean level rise as well as frequent and prolonged droughts. This is also evidenced by numerous studies by world-renowned scholars. As for today, humanity has put considerable effort into researching greenhouse gas emissions in the atmosphere of the planet and identifying sources of emissions. The energy sector, in particular, the power generation sector, produces the largest amount of greenhouse emissions. The best way to reduce them is to use renewable energy sources, in particular, sun energy, wind, water, and others [2]. However, to maximize its use, the respective mathematical models and relevant software have to be developed to assess their suitability at the local level. That's why the task of developing appropriate tools for analyzing the suitability of renewable energy is a highly relevant to support the adoption of adequate and effective solutions for reducing greenhouse gas emissions.

One of the most promising ways to obtain clean energy is the use of sunlight, whose potential is virtually impossible to overestimate. Solar energy is a kind of kinetic energy of radiation, which, in turn, forms as the result of thermonuclear reactions deep inside the Sun. Its industrial use can eliminate the causes of most of the disasters that we often observe in our days.

Every single square meter at the earth surface receives an average of 1,300 kW of energy every year. But the intensity of solar radiation is distributed unevenly and depends on the geographical location. The highest intensity is observed around the equator and is about of 2300 kW per year. This parameter is reduced while moving away from the equator to the poles. As of for Ukraine, for example, the intensity of sunlight is not more than 1000 kW per year in average. But the territory of our country is irregularly irradiated.

While modeling the potential of solar energy in the particular region an important indicators are the duration of sunshine and cloudiness as the abruptness in the incidence of solar radiation negatively affects the work of solar installations by reducing their productivity. The assessment of the solar energy potentiality holds the data regarding an average distribution of the diffuse, direct and total radiation, - since all these indicators show the basic patterns of the solar energy flow.

An estimation of the intensity of solar radiation for a separate territory is usually based on the long-term observations in the measure points. For this purpose, a specialized measuring equipment is used. Considering the costliness of this process and its scale, global measurements conducting of the sunlight intensity is an unrealistic task. On the other hand, an appropriate estimate could be made as based on satellite images of the earth's surface over a

period of time. This approach does not require the specialized equipment usage, which, in turn, significantly reduces the financial costs of this study. But for this purpose, it's necessary to construct appropriate mathematical models considering all the parameters that have an impact on the amount of sunlight that reaches the earth's surface.

The empirical values of the solar radiation intensity for specific points on the earth's surface are important information since it can be used to validate the mathematical descriptions of the relevant research processes.

The choice of the toolset for the solar energy potentiality researching is very important since the validity and reliability of the results depend on this step. In addition, it's necessary to analyze an input data availability that, in turn, is supported by the appropriate tools.

As an example of software tool that is expedient to use for spatial estimation of solar energy potential either on a local and global levels is Google Earth Engine [1]. This product is developed by Google in partnership with the Carnegie Mellon University, NASA, the US Geological Survey, and TIME. This is a cloud computing platform for processing satellite imagery and other Earth-observation-related data.

This product's features are quite extensive. Its toolset allows you to automatically download the necessary data from the Internet onto a local computer and then use it further, thus saving the traffic. An important tool for the analyzing of the renewable energy potentiality is the visualization of the both input data and results of spatial modeling. To supply this feature Google Earth Engine uses a three-dimensional model of our planet. It should also be noted the high resolution of the satellite images, which cover almost the whole globe's entire surface.

Besides the main tools in Google Earth Engine there's a significant amount of additional data (names of settlements, roads, etc.), which can be used if necessary. Also it's possible to download an external databases that expand the scientists' capabilities.

Researchers are also offered with tools for their own algorithms programming which allow to impose their own resulting images over an existing satellite imagery. This toolkit is a relevant in the sense of spatial assessment of the solar energy potentiality since it allows the software to implement an appropriate mathematical models along with the graphical representation of the results.

You should also pay attention to the existence of a structured database that includes the following categories: imagery, geophysical data, climate, weather and demographic. The researcher is given the opportunity to easily import these data into the corresponding software script. In addition, it is possible to download self-developed datasets in raster and vector formats.

A quite large database regarding the impact of solar radiation onto the whole Earth's surface is proposed by NASA's Atmospheric Science Data Center [3]. It should also be noted that this resource contains very detailed data which greatly simplifies the formation of the input database. Therefore, in the spatial evaluation of the solar energy potential this resource will be utilized.

Since Ukraine is an active figurant of the numerous international agreements on reducing greenhouse gas emissions, the issue of introducing new technologies into electricity production, in particular the use of renewable energy sources, is relevant and urgent. The need to analyze the suitability of renewable energy sources, especially solar, is due to the demand to explore the most effective and efficient ways for this industry's development purposes.

In this work, we carried out the analysis of the main parameters and factors influencing the production of electricity with the use of solar energy. The main ones are the following: the number of sunny days per year, terrain, landscape and others. With the analysis results perspective, a mathematical model of the potential of solar energy in the Lviv region was developed, which envisages taking into account the main factors that influence the process of

production of solar electricity, in particular the number of sunny days and the intensity of solar radiation.

Using data on weather conditions over the past five years, computational experiments were carried out and thematic maps reflecting the potential of solar power in the Lviv region were constructed.

The results of this study are practically useful for both the government and the private sector as it brings up as the useful and practical tool for planning solar power plants in those places where there the greatest potential of solar energy is. In addition, authorities can use this product to make an effective decisions regarding the development of the renewable energy industry at the local level. This, in turn, will enable us to save money on the laboratory research of the territory for the construction of appropriate power generating stations, as well as lead us to use the renewable energy power within a separate territory in the most effective manner.

1. Google Earth Engine. Available online at: <https://earthengine.google.com/>.
2. Leduc S, Patrizio P, Yowargana P, & Kraxner F (2016). An optimal renewable energy mix for Indonesia. In: European Geosciences Union (EGU) General Assembly 2016, 17–22 April 2016, Vienna, Austria.
3. NASA Atmospheric Science Data Center. Available online at: <https://eosweb.larc.nasa.gov/>.

UDC 519.85

Yaskov G.M., PhD

(A.N. Podgorny Institute For Mechanical Engineering Problems of National Academy of Science, Kharkiv, Ukraine)

A MATHEMATICAL MODEL OF PACKING UNEQUAL SPHERES INTO A MULTICONNECTED CONTAINER

The problem of packing unequal spheres into a multiconnected set is considered. Given a set of spheres of various radii, the objective is to maximize packing factor provided that spheres packed do not overlap each other.

The problem of packing unequal spheres arises in stereotactic radio surgery radiation therapy [1,2]. The gamma-rays are focused on a common center, creating a spherical volume of high radiation dose. A key geometric problem in gamma knife treatment planning is to fit balls into a 3D irregular-shaped tumor. Paper [3] proposes a new algorithm based on nondifferentiable optimization techniques has been developed to solve this problem.

In most cases tumors have irregular shapes. The target region being a sphere or a polytope with prohibition areas (prisms, cylinders and special sets) is under investigation. The Phi-function conception [4] is used to describe interactions between spheres and the target region.

Let there be sets $\Theta_k = \{S_{k1}, S_{k2}, \dots, S_{k\hat{j}_k}\}$ consisting of spheres with radii \hat{r}_k , $k \in K = \{1, 2, \dots, \bar{k}\}$. Thus, the total number of the given spheres is $\bar{j} = \sum_{k=1}^{\bar{k}} \hat{j}_k$. For the sake of convenience we rename spheres $S_{11}, S_{12}, \dots, S_{1\hat{j}_1}, S_{21}, S_{22}, \dots, S_{2\hat{j}_2}, \dots, S_{\bar{k}1}, S_{\bar{k}2}, \dots, S_{\bar{k}\hat{j}_{\bar{k}}}$ as S_i , $i \in I = \{1, 2, \dots, \bar{j}\}$. Radii of spheres S_i are assigned as follows: $r_i = \hat{r}_1$ for $i = 1, 2, \dots, \hat{j}_1$, $r_i = \hat{r}_2$ for

$i = \hat{j}_1 + 1, \hat{j}_1 + 2, \dots, \hat{j}_2$ and so on, $r_i = \hat{r}_k$ for $i = \bar{j} - \hat{j}_k + 1, \bar{j} - \hat{j}_k + 2, \dots, \bar{j}$.

Let $v_i = (x_i, y_i, z_i)$ be coordinates of centers of S_i , $i \in I$. Consequently, a vector $v = (v_1, v_2, \dots, v_n) \in \sim^{3\bar{j}}$ defines a location of S_i , $i \in I$, in \sim^3 .

Spheres S_i , $i \in I$, have to be packed into a multiconnected container

$$C = cl \left(A / \left(\left(\bigcup_{q \in Q} C_q \right) \cup \left(\bigcup_{l \in L} P_l \right) \cup \left(\bigcup_{m \in M} G_m \right) \right) \right) \neq \emptyset,$$

where A is a sphere $S = \{X = (x, y, z) \in \sim^3 : x^2 + y^2 + z^2 - R^2 \leq 0\}$ or a convex polytope $P = \{X \in \sim^3 : a_h x + b_h y + c_h z + d_h \geq 0, h = 1, 2, \dots, \bar{h}\}$; $C_q, q \in Q = \{1, 2, \dots, \bar{q}\}$, are circular cylinders; $P_l, l \in L = \{1, 2, \dots, \bar{l}\}$ are convex prisms and $G_m = G_{1m} \setminus S_{1m}, G_{1m} \cap S_{1m} \neq \emptyset, m \in M = \{1, 2, \dots, \bar{m}\}$ are special sets, where H_{1m} are halfspaces and S_{1m} are spheres.

Problem. Find a vector v ensuring a packing of spheres from the set $\{S_i, i \in I\}$ (all spheres or part of them) without their mutual overlappings within the container A with the maximal sum of volumes of spheres.

Then a mathematical model of the problem has the form:

$$\Psi^* = \Psi(v^*) = \frac{4}{3} \pi \max \Psi(v), \text{ s.t. } v = (v_1, v_2, \dots, v_{\bar{j}}) \in W \subset \sim^{3\bar{j}},$$

where

$$\Psi(v) = \sum_{i=1}^{\bar{j}} r_i^3 t_i, t_i = \begin{cases} 1 & \text{if } \Phi_i(v_i) \geq 0, \\ 0 & \text{otherwise;} \end{cases}$$

$$W = \{Y \in \sim^{3\bar{j}} : t_i t_j \Phi_{ij}(v_i, v_j) \geq 0, i < j \in I\},$$

$$\Phi_i(v_i) =$$

$$\min\{\Phi_i^S(v_i), \Phi_{iq}^{SC}(v_i), q \in Q, \Phi_{il}^{SP}(v_i), l \in L, \Phi_{im}^{SG}(v_i), m \in M\}, i \in I;$$

$$\Phi_i^S(v_i) = \begin{cases} \Phi_i^{SS}(v_i) & \text{if } A \text{ is a sphere,} \\ \Phi_i^{SA}(v_i) & \text{if } A \text{ is a polyhedron;} \end{cases}$$

$$\Phi_{ij}(v_i, v_j) = (x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2 - (r_i + r_j)^2.$$

1. Gavrioliouk E.O. Unequal Sphere Packing Problem in the Context of Stereotactic Radiosurgery / E.O. Gavrioliouk. – Shaker Verlag GmbH, Germa-ny, 2007. – 94 p.

2. Wang J. Packing of unequal spheres and automated radiosurgical treatment planning. / J. Wang // Journal of Combinatorial Optimization.–2010. – No. 3. – P. 160-168.

3. Blyuss O. Optimal Placement of Irradiation Sources in the Planning of Radiotherapy: Mathematical Models and Methods of Solving / O. Blyuss, L. Koriashkina, E. Kiseleva, R. Molchanov // Computational and Mathe-matical Methods in Medicine. – 2015. – Vol. 2015. – Article ID 142987. – 8 p. (<http://dx.doi.org/10.1155/2015/142987>.)

4. Chernov N. Mathematical model and efficient algorithms for object packing problem / N. Chernov, Yu. Stoyan, T. Romanova // Computational Geometry. – 2010. – Vol. 43(5). – P. 535-553.

ОДИН КЛАС РІВНЯНЬ ПАРАБОЛІЧНОГО ТИПУ

В роботі розв'язується задача Коші для рівнянь параболічного типу вигляду

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2\vartheta}{x} \frac{du}{dx} - \frac{\alpha^2}{x^2} u - \frac{du}{dt} = 0, \vartheta - \text{const}, \vartheta > 0, \quad (1)$$

α - довільна стала та

$$\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{2\vartheta}{x} \frac{du}{dx} - \frac{1}{u} \left(\frac{du}{dx}\right)^2 - \frac{\alpha^2}{x^2} u \ln u - \frac{du}{dt} = 0 \quad (2)$$

Задача 1. В області $D = \{t > 0, 0 < x < \infty\}$ знайти функцію $u(x,t)$ двічі неперервно-диференційовану по x , неперервно-диференційовану по t , неперервну при $t > 0$, що задовольняє рівнянню (1) і умовам:

$$u(x, 0) = f(x)x^k, \quad 0 < x < \infty \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{d}{dx} (x^{-k}u) = 0, \quad 0 \leq t < \infty \quad (4)$$

де $k = \mu - \vartheta + \frac{1}{2}, \mu^2 = \left(\vartheta - \frac{1}{2}\right)^2 + \alpha^2, \mu > 0$

$f(x)$ задана з класу $C_{[0, \infty]}$ функція така, що $|f(x)| < M < \infty \forall x \in [0, \infty]$.

Для розв'язання цієї задачі користуємось схемою побудови розв'язку, основу на методі розділення змінних.

Розв'язок задачі (1),(3),(4) існує єдиний, стійкий, відносно початкових умов і визначається співвідношенням

$$u(x, t) = \frac{x^{\frac{1-\vartheta}{2}}}{2t} \int_0^\infty \xi^{\mu+1} e^{-\frac{x^2+\xi^2}{4t}} I_\mu\left(\frac{x\xi}{2t}\right) f(x) d\xi \quad (5)$$

де $I_\mu(z)$ - модифікована функція Бесселя I роду.

Задача 2. В області $D = \{t > 0, -\infty < x < \infty\}$ знайти функцію $u(x,t)$ парну по x , додатню, двічі неперервно-диференційовану по змінній x , неперервно-диференційовану по t , неперервну при $t > 0$, що задовольняє рівнянню (2) і початкову умову:

$$u(x, 0) = f(x) \quad (2')$$

де $f(x)$ - задана, додатня, парна по x , неперервна і обмежена для $\forall x \in \mathbb{R}$ функція.

Нехай $u(x, t) = e^{v(x,t)}$. Тоді для функції $v(x, t)$ маємо наступну задачу.

Задача 2'. В області D знайти функцію $v(x, t)$ парну по x , двічі неперервно-диференційовану по змінній x , неперервно-диференційовану по t , що задовольняє рівнянню

$$\frac{d^2v}{dx^2} + \frac{2\vartheta}{x} \frac{dv}{dx} - \frac{\alpha^2}{x^2} v(x, t) - \frac{dv}{dt} = 0 \quad (2'')$$

і початкову умову

$$v(x, 0) = \varphi(x) \quad (2''')$$

де $\varphi(x) = \ln f(x)$ ($f(x)$ з умови (2'))

Таким чином задача 2' зводиться до задачі 1. Отже, задача 2 розв'язана і її розв'язок має вигляд:

$$u(x, t) = \exp \left[\frac{x^{\frac{1-\vartheta}{2}}}{2t} \int_0^\infty \xi^{\mu+1-k} e^{-\frac{x^2+\xi^2}{4t}} I_\mu\left(\frac{x\xi}{2t}\right) f(x) d\xi \right]$$

1. Александрович І.М., Пахарева В.Ф. Задача Коші для одного класу рівнянь параболічного типу//Доповіді АН УРСР, серія А.-1985.-№5.-с.3-6.

УДК 519.6

Бігун Р.Р., аспірант, Цегелик Г.Г., д.т.н., професор

(Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна)

АПАРАТ НЕКЛАСИЧНИХ МІНОРАНТ НЬЮТОНА ФУНКЦІЙ ТА ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ В ЧИСЕЛЬНОМУ АНАЛІЗІ

При розв'язуванні прикладних задач визначення опти-мальних режимів складних систем необхідно розв'язувати задачі на знаходження екстремумів гладких і негладких функцій. Такі ситуації зустрічаються, наприклад, в теорії апроксимації, при розв'язуванні окремих задач дослідження операцій тощо. У [1] побудовано апарат некласичних мінорант і діаграм Ньютона функцій однієї дійсної змінної, який використано в основному для розробки чисельних методів оптимізації функції, знаходження нулів функції [2], а також розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку [3].

Розглянемо функцію дійсної змінної $y = f(x)$, яка задана своїми значеннями в деяких точках x_i , $i = 0, 1, \dots, n$:

$$f(x_i) = a_i, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (1)$$

Вважатимемо, що $f(x) > 0$ для всіх $x \in [a, b]$. Якщо функція $y = f(x)$ приймає від'ємні значення на проміжку $[a, b]$, то замість неї можна розглядати функцію $y = f(x) + C$, де стала C підібрана так, що $f(x) + C > 0$ для всіх $x \in [a, b]$.

Нехай

$$a_i \leq M, \quad i = 0, 1, \dots, n. \quad (2)$$

де M – деяка стала.

Означення 1. Точка $P_i(a_i, -\ln a_i)$ в площині xu називається *точкою зображення* значення функції $y = f(x)$ у точці $x = x_i$.

Припустимо, що точки зображення P_i значення функції $y = -\ln f(x)$ у точках x_i , $i = 0, 1, \dots, n$ у площині xu побудовані. З кожної точки P_i проведемо півпрямую у від'ємному напрямі осі Ou , перпендикулярно до осі Ox . Множину точок цих півпрямих позначимо через S , а її опуклу оболонку – через $C(S)$. Для кожного $x \in [x_0, x_n]$ визначимо точку $D_x(x, \chi_x)$, де

$$\chi_x = \sup_{(x,y) \in C(S)} y.$$

Множина точок $D_x(x, \chi_x)$, $x \in [x_0, x_n]$, утворює лінію δ_f , яка обмежує $C(S)$ зверху. Ця лінія є неперервною, вгнутою ламаною лінією і її рівняння має вигляд

$$y = \chi(x), \quad x \in [x_0, x_n],$$

де $\chi(x) = \chi_x$.

Позначимо

$$m_f(x) = \exp(-\chi(x)), \quad x \in [x_0, x_n].$$

Тоді для кожного x_i , $i = 0, 1, \dots, n$, виконується рівність

$$m_f(x_i) \leq |f(x_i)| = a_i.$$

Справді, з побудови δ_f випливає, що

$$-\ln |f(x_i)| \leq \chi(x_i),$$

або

$$|f(x_i)| \geq \exp(-\chi(x_i)) = m_f(x_i).$$

Крім того, $m_f(x_0) = |f(x_0)|$, $m_f(x_n) = |f(x_n)|$.

Означення 2. Функція $y = m_f(x)$, визначена на проміжку $[x_0, x_n]$, називається некласичною мінорантою Ньютона функції $y = f(x)$ на цьому проміжку, а ламана лінія δ_f – її діаграмою.

На рис. 1 побудована діаграма міноранти Ньютона функції, заданої в дев'ятьох точках

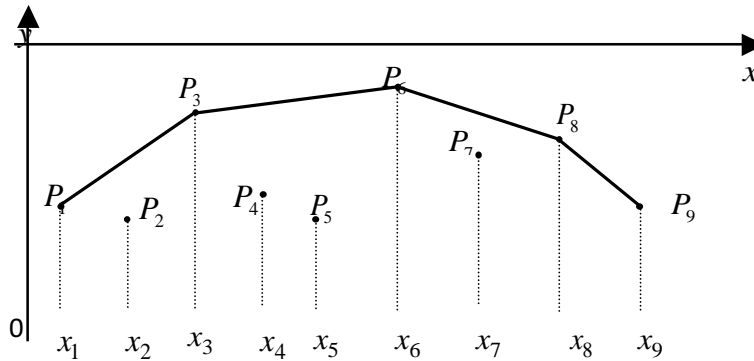


Рис 1.
Діаграма
міноранти
Ньютона
функції,
заданої в
дев'ятьох
точках

Діаграма δ_f міноранти Ньютона функції $y = f(x)$ має такі властивості:

- кожна вершина δ_f розміщена в одній із точок зображення P_i значення функції $y = f(x)$ у точці x_i , $i = 1, 2, \dots, n$;
- кожна точка зображення P_i , $i = 0, 1, \dots, n$, розміщена на δ_f або нижче неї.

Нехай

$$m_f(x_i) = t_i, \quad i = 0, 1, \dots, n.$$

Означення 2.3. Величини

$$r_i = \left(\frac{t_{i-1}}{t_i} \right)^{\frac{1}{x_i - x_{i-1}}} \quad (i = 1, 2, \dots, n; \quad r_0 = \infty)$$

і

$$d_i = \frac{r_{i+1}}{r_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n - 1; \quad d_0 = d_n = 0)$$

називається відповідно i -м числовим нахилом і i -м відхиленням діаграми δ_f міноранти Ньютона.

У доповіді розглядаються чисельні методи оптимізації функції, пошуку нулів функцій, а також розв'язування задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого порядку, використовуючи побудований вище апарат некласичних мінорант Ньютона функцій.

1. Bihun R.R., Tsehelyk G.G. Numerical Method for Finding All Points of Extremum of Random as Smooth and NonSmooth Functions of One Variable/ R.R. Bihun, G.G. Tsehelyk // Global Journal of Science Frontier Research: F Mathematics & Decision Sciences. – 2015. – Volume 15 Issue 2. – P. 87–93.

2. Бігун Р. Р., Цегелик Г. Г. Чисельний метод пошуку нулів для гладких і негладких функцій / Р. Р. Бігун, Г. Г. Цегелик // Матер. VII Всеукр. наук.-практ. конф. «Сучасні інформаційні технології в економіці, менеджменті та освіті», Львів, 8 грудня 2016 р. – С. 23–27.

3. Bihun R.R., Tsehelyk G.G., Construction of interpolation method of numerical solution of the Cauchy problem / R.R. Bihun, G.G. Tsehelyk // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – Vol 4, No 4 (88). – P. 19–27.

УДК 517.929

Бігун Я.Й., д.ф.-м.н., професор, Петришин Р.І., д.ф.-м.н., професор,
Краснокутська І.В., к.ф.-м.н., доцент

(Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, м. Чернівці, Україна)

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДОМ УСЕРЕДНЕННЯ БАГАТОЧАСТОТНИХ СИСТЕМ ІЗ ПЕРЕТВОРЕНИМИ АРГУМЕНТАМИ ТА НЕЛОКАЛЬНИМИ УМОВАМИ

Різноманітні коливні процеси з резонансом частот описуються бага-точастотними системами диференціальних рівнянь вигляду

$$\frac{da}{d\tau} = X(\tau, a, \varphi), \quad \frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\omega(\tau, a)}{\varepsilon} + Y(\tau, a, \varphi),$$

де a – n -вектор повільних змінних, φ – m -вектор швидких змінних, $m \geq 2$, ε – малий параметр, $0 < \varepsilon \leq \varepsilon_0$, $\tau = \varepsilon t$, ω – вектор частот. Ефективним методом дослідження та побудови наближеного розв'язку таких систем є метод усереднення [1].

Побудувати адекватні математичні моделі процесів у механіці, біо-логії, екології та в інших галузях можна, врахувавши ефекти, пов'язані із технологічним або інформаційним запізненням, запізненням розвитку тощо [2-4]. В роботі розглядається система диференціальних рівнянь з лінійно перетвореними аргументами вигляду

$$\frac{da}{d\tau} = X(\tau, a_\Lambda, \varphi_\Theta), \quad (1)$$

$$\frac{d\varphi}{d\tau} = \frac{\omega(\tau, a)}{\varepsilon} + Y(\tau, a_\Lambda, \varphi_\Theta), \quad (2)$$

де $\tau \in [0, L]$, $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$, $a \in D$ – обмежена область в R^n , $\varphi \in T^m$ – m -мірний тор, $a_\Lambda = (a_{\lambda_1}, \dots, a_{\lambda_r})$, $\varphi_\Theta = (\varphi_{\theta_1}, \dots, \varphi_{\theta_s})$, $\lambda_i, \theta_j \in (0, 1)$, $a_{\lambda_i}(\tau) = a(\lambda_i \tau)$, $i = \overline{1, r}$, $\varphi_{\theta_j}(\tau) = \varphi(\theta_j \tau)$, $j = \overline{1, s}$, X , Y і ω – визначені і достатньо гладкі функції у відповідних областях.

Прикладом є система зв'язаних осциляторів

$$\ddot{u}_i(t) + \omega_i^2(\tau)u_i(t) = \mathcal{F}_i(\tau, u_\Lambda(t), \dot{u}_\Lambda(t)), \quad i = \overline{1, n}.$$

Виконавши заміну змінних Крилова-Боголюбова

$$u_i = a_i \cos(\varphi_i), \quad \dot{u}_i = -a_i \omega_i \sin \varphi_i, \quad i = \overline{1, n},$$

одержимо систему диференціальних рівнянь вигляду (1), (2)

$$\frac{da_i}{d\tau} = -\frac{1}{\omega_i(\tau)} (g_i(\tau, a_\Lambda, \varphi_\Theta) + a_i \frac{d\omega_i}{d\tau} \sin \varphi_i) \sin \varphi_i,$$

$$\frac{d\varphi_i}{d\tau} = \frac{\omega_i(\tau)}{\varepsilon} - \frac{1}{a_i \omega_i(\tau)} (g_i(\tau, a_\Lambda, \varphi_\Theta) + a_i \frac{d\omega_i}{d\tau} \cos \varphi_i) \cos \varphi_i,$$

де g_i – функції, 2π -періодичні за компонентами φ_Λ .

Для системи (1), (2) задаються точкові умови для повільних змінних

$$\sum_{i=1}^p A_i a(\tau_i) = d_1, \quad 0 \leq \tau_1 < \dots < \tau_p \leq L, \quad (3)$$

та інтегральні умови

$$\int_0^{\xi_1} \left[\sum_{j=1}^s P_{1,j}(\tau, a_\Lambda(\tau)) \varphi_{\theta_j}(\tau) + g_1(\tau, a_\Lambda(\tau), \varphi_\Theta(\tau)) \right] d\tau + \int_{\xi_2}^L \left[\sum_{j=1}^s P_{2,j}(\tau, a_\Lambda(\tau)) \varphi_{\theta_j}(\tau) + g_2(\tau, a_\Lambda(\tau), \varphi_\Theta(\tau)) \right] d\tau = d_2, \quad (4)$$

де $0 < \xi_1 < \xi_2 < L$, f_1 і f_2 – n -векторні, а g_1 і g_2 – m -векторні функції із властивостями вектор-функцій X і Y , $P_{1,j}$ і $P_{2,j}$ – задані m -матриці, $d_1 \in R^n$ і $d_2 \in R^m$ – деякі задані вектори. Якщо $p=1$, то умовою (3) задається значення амплітуди в деякій точці. Задачі з інтегральними умовами розглядались в [2, 3], умова вигляду (4) виникає при дослідженні дифракції плоских хвиль [2]. Особливістю системи (1), (2) є проходження в процесі еволюції через резонанси, умовою яких в точці $\tau \in [0, L]$ є виконання рівності [2]

$$\sum_{j=1}^s \theta_j(k_j, \omega(\theta_j \tau)) = 0, \quad \sum_{j=1}^s \|k_j\| \neq 0.$$

Усереднена за швидкими змінними задача набуває вигляду

$$\frac{d\bar{a}}{d\tau} = X_0(\tau, \bar{a}_\Lambda), \quad \frac{d\bar{\varphi}}{d\tau} = \frac{\omega(\tau)}{\varepsilon} + Y_0(\tau, \bar{a}_\Lambda), \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^p A_i \bar{a}(\tau_i) = d_1, \quad (6)$$

$$\int_0^{\xi_1} \left[\sum_{j=1}^s P_{1,j}(\tau, \bar{a}_\Lambda(\tau)) \bar{\varphi}_{\theta_j}(\tau) + g_{1,0}(\tau, \bar{a}_\Lambda(\tau)) \right] d\tau + \int_{\xi_2}^L \left[\sum_{j=1}^s P_{2,j}(\tau, \bar{a}_\Lambda(\tau)) \bar{\varphi}_{\theta_j}(\tau) + g_{2,0}(\tau, \bar{a}_\Lambda(\tau)) \right] d\tau = d_2, \quad (7)$$

Усереднена задача значно простіша порівняно з (1)–(4), оскільки задача для повільних змінних не залежить від швидких. Знаходження швидких змінних зводиться до задачі інтегрування після визначення початкового значення з лінійної за швидкими змінними умови (7).

В роботі встановлено достатні умови існування розв'язку усередненої задачі (5)–(7) й обґрунтовано метод усереднення. Позначимо:

$$S := \sum_{i=1}^p A_i \frac{\partial X_0(\tau_i, \bar{a}(\tau_i, \bar{y}))}{\partial \bar{a}_j} \frac{\partial \bar{a}_j(\tau_i, \bar{y})}{\partial \bar{y}},$$

$$Q := \sum_{i=1}^s \left[\int_0^{\xi_1} P_{1,j}(\tau, \bar{a}_\Lambda(\tau, \bar{y})) d\tau + \int_{\xi_2}^L P_{2,j}(\tau, \bar{a}_\Lambda(\tau, \bar{y})) d\tau \right], \quad \bar{a}(0, \bar{y}) = \bar{y}.$$

Теорема. Нехай виконуються умови:

- 1) X , Y , ω , f , g – достатньо гладкі функції своїх аргументів;
- 2) визначник Вронського $V(\tau)$, побудований за системою функцій $\{\omega(\theta_1 \tau), \dots, \omega(\theta_s \tau)\}$, відмінний від нуля на $[0, L]$;
- 3) існує єдиний розв'язок усередненої задачі (5)–(7), компонента якого $\bar{a}(\tau, \bar{y})$

лежить в області D разом із деяким ρ -околом;

4) матриці S і Q – невироджені.

Тоді для досить малого $\varepsilon_0 > 0$ існує єдиний розв'язок задачі (1)–(3) і для всіх $\tau \in [0, L]$ і $\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ виконується оцінка

$$\|a(\tau, \bar{y} + \mu, \bar{\psi} + \xi, \varepsilon) - \bar{a}(\tau, \bar{y})\| + \\ + \|\varphi(\tau, \bar{y} + \mu, \bar{\psi} + \xi, \varepsilon) - \bar{\varphi}(\tau, \bar{y}, \bar{\psi}, \varepsilon) - \eta(\varepsilon)\| \leq c_1 \varepsilon^\alpha, \quad \alpha = (ms)^{-1}$$

а для $\eta(\varepsilon)$ справджується оцінка $\|\eta(\varepsilon)\| \leq c_2 \varepsilon^{\alpha-1}$. $(\bar{y} + \mu, \bar{\psi} + \xi)$ – початкові значення при $\tau = 0$ для розв'язку задачі (1)–(3).

Побудовано модельні приклади, на яких проілюстровано схему усереднення та той факт, що порядок оцінки непокрашуваний при накладених умовах.

1. *Самойленко А.М.* Математичні аспекти теорії нелінійних коливань / А.М. Самойленко, Р.І. Петришин. – К.: Наукова думка, 2004. – 474 с.

2. *Бігун Я.Й.* Усереднення в багаточастотних системах із лінійно перетвореними аргументами і точковими та інтегральними умовами / Я.Й. Бігун, І.В. Краснокутська, Р.І. Петришин // Буковинський математичний журнал. – Т. 4. – № 3–4. – 2016. – С. 30-35.

3. *Henderson J.* Boundary value problems for systems of differential, difference and fractional equations : positive solutions / J. Henderson, R. Luca. – Elsevier, 2016. – 307 p.

4. *Ahmad B.* Diffraction of plane wave by an elastic knife-edge adjacent to a strip / B. Ahmad, S. Asghar, T. Nayat // The Canadian Applied Mathematics. – Vol. 9. – Nr. 4. – 2001. – P. 303-316.

УДК 517.958:532.72

Білушак Ю. І., с.т.н., к.т.н.

(Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів, Україна, Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна)

ДОСЛІДЖЕННЯ КОНЦЕНТРАЦІЇ ТА ПОТОКІВ МАСИ ДОМІШКОВИХ РЕЧОВИН ЗА МОДЕЛЛЮ ДИФУЗІЇ У ТІЛІ З ПАСТКАМИ, ЩО СУПРОВОДЖУЄТЬСЯ ЛАНЦЮГОВИМ РОЗПАДОМ

Каскадні реакції відносяться до складних реакцій і складаються з кількох елементарних стадій: зародження каскаду; розвиток ланцюга; обрив. Актуальність явища дифузії в середовищах пастками обумовлена його наявністю в кристалах, напівпровідниках, біофізичних об'єктах, наноматеріалах тощо [1].

Довільно вибрана фізично мала область середовища складається з твердої фази, в об'єм якої можуть проникати домішкові частинки, та порового простору, в якому дифундує домішкова речовина. Причому коефіцієнт дифузії домішки в об'ємі скелету настільки малий у порівнянні з коефіцієнтом дифузії у поровому просторі, що тверду фазу можна розглядати як пастки для домішкових частинок. В процесі такого масоперенесення скелет не деформується, і пористість залишається сталою.

Домішкова речовина $\mathbf{K}^{(0)}$ з поверхні поступає у тіло \mathbf{K}^* і дифундує у поровому просторі, супроводжуючись процесами сорбції-десорбції. Частина $\mathbf{K}^{(0)}$ розпадається і утворюються речовини $\mathbf{K}^{(1)}$ і $\mathbf{K}^{(N)}$. Нехай частинки речовини $\mathbf{K}^{(N)}$ є нерозпадними

(нешкідливими). Причому нова речовина на кожному етапі утворюється в обох станах – у поровому просторі і пастках з однаковим коефіцієнтом інтенсивності розпаду, вона дифундує, може сорбуватися і десорбуватися.

Вихідні співвідношення математичної моделі багатокомпонентної дифузії за каскадного розпаду мігруючих частинок у середовищі з пастками сформульовані з використанням континуально-термодинамічного підлоду механіки твердих розчинів [2].

Отримано наступні рівняння дифузії у середовищі з пастками за каскадного розпаду мігруючих частинок на i -му кроці розпаду:

для $i = 0$

$$\begin{aligned}\frac{\partial c_1^{(0)}}{\partial t} &= D^{(0)} \Delta c_1^{(0)} - k_1^{(0)} c_1^{(0)} + k_2^{(0)} c_2^{(0)} - \lambda^{(1)} c_1^{(0)} - \lambda^{(0N)} c_1^{(0)}, \\ \frac{\partial c_2^{(0)}}{\partial t} &= k_1^{(0)} c_1^{(0)} - k_2^{(0)} c_2^{(0)} - \lambda^{(1)} c_2^{(0)} - \lambda^{(0N)} c_2^{(0)};\end{aligned}\quad (1a)$$

для $i = \overline{1, N-1}$

$$\begin{aligned}\frac{\partial c_1^{(i)}}{\partial t} &= D^{(i)} \Delta c_1^{(i)} - k_1^{(i)} c_1^{(i)} + k_2^{(i)} c_2^{(i)} + \lambda^{(i-1)} c_1^{(i-1)} - \lambda^{(i+1)} c_1^{(i)} - \lambda^{(iN)} c_1^{(i)}, \\ \frac{\partial c_2^{(i)}}{\partial t} &= k_1^{(i)} c_1^{(i)} - k_2^{(i)} c_2^{(i)} + \lambda^{(i-1)} c_2^{(i-1)} - \lambda^{(i+1)} c_2^{(i)} - \lambda^{(iN)} c_2^{(i)};\end{aligned}\quad (1b)$$

для $i = N$

$$\begin{aligned}\frac{\partial c_1^{(N)}}{\partial t} &= D^{(N)} \Delta c_1^{(N)} - k_1^{(N)} c_1^{(N)} + k_2^{(N)} c_2^{(N)} + \sum_{i=0}^{N-1} \lambda^{(iN)} c_1^{(i)}, \\ \frac{\partial c_2^{(N)}}{\partial t} &= k_1^{(N)} c_1^{(N)} - k_2^{(N)} c_2^{(N)} + \sum_{i=0}^{N-1} \lambda^{(iN)} c_2^{(i)}.\end{aligned}\quad (1в)$$

Тут $c_j^{(i)}$ - концентрація домішкової речовини, яка утворилася на i -му етапі розпаду, у стані j ($i = \overline{0, N}$; $j = 1, 2$); $D^{(i)}$ - коефіцієнт дифузії частинок для етапу $i = \overline{0, N}$; $k_1^{(i)}$ і $k_2^{(i)}$ - коефіцієнти інтенсивності сорбції і десорбції, $\lambda^{(i+1)}$ і $\lambda^{(iN)}$ - коефіцієнти інтенсивності розпаду речовини на i -му кроці, що відповідають утворенню нової речовини на $(i+1)$ -му етапі та нерозпадної речовини для $i = N$.

Системи рівнянь (1) приведені до безрозмірного вигляду за допомогою нових змінних [3]

$$t = k_2^{(0)} \tau; \quad \xi^{(\alpha)} = \left(k_2^{(0)} / D^{(0)} \right)^{1/2} x^{(\alpha)}, \quad \alpha = \overline{1, 3}. \quad (2)$$

Прийнято такі крайові умови в безрозмірній формі (2):

$$c_1^{(i)}(\xi, \tau) \Big|_{\tau=0} = c_2^{(i)}(\xi, \tau) \Big|_{\tau=0} = 0, \quad i = \overline{0; N}. \quad (3)$$

Для часів $\tau > 0$ на межі шару $\xi = 0$ діє стале джерело маси для речовини $\mathbf{K}^{(0)}$ і частинки з поверхні можуть попадати лише у поровий простір. На границі $\xi = \xi_0$ підтримується нульове значення концентрації $c_1^{(0)}$. Також приймаємо, що джерелом маси для речовини $\mathbf{K}^{(i)}$ ($i = \overline{1, N}$) є розпад речовини $\mathbf{K}^{(i-1)}$. Тоді маємо такі граничні умови:

$$c_1^{(0)}(\xi, \tau) \Big|_{\xi=0} = c_0 \equiv const, \quad c_1^{(0)}(\xi, \tau) \Big|_{\xi=\xi_0} = 0; \quad (4a)$$

$$c_1^{(i)}(\xi, \tau) \Big|_{\xi=0} = 0, \quad c_1^{(i)}(\xi, \tau) \Big|_{\xi=\xi_0} = 0, \quad i = \overline{1; N}. \quad (46)$$

Таким чином сформульовано крайову задачу (1)-(4) каскадного типу. Розв'язок крайової задачі для всіх кроків розпаду дифундуючої речовини, знайдено з допомогою інтегральних перетворень Лапласа за часом і Фур'є - ітеративно. Тобто розв'язок на наступному кроці розпаду знайдено за допомогою функції Гріна і концентрації розпадних домішок на попередньому кроці.

На основі отриманих розв'язків для концентрацій розпадних домішкових компонент та відповідних потоків маси, розроблений пакет програм для комп'ютерного моделювання процесів дифузії у тілі з пастками за каскадного розпаду мігруючих частинок. На рис. 1 продемонстрована схема алгоритму модуля пакету для розрахунку дифузійних потоків.

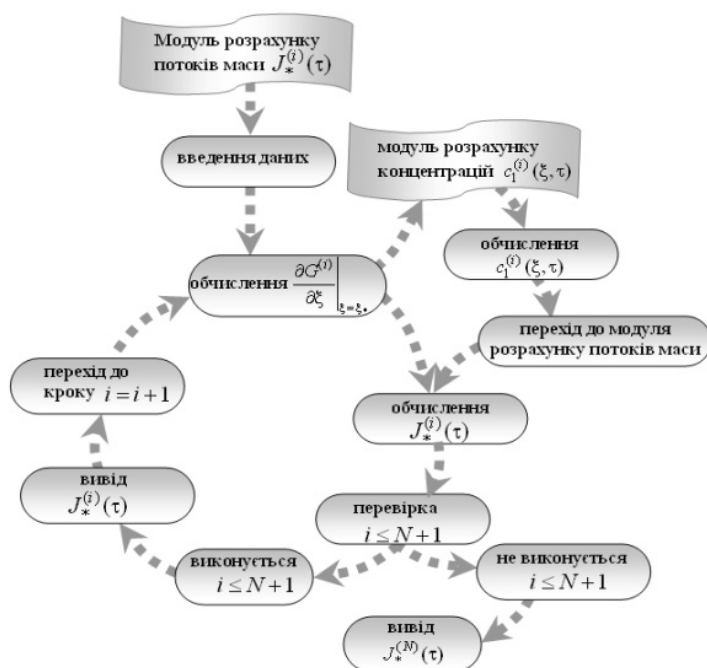


Рис. 1. Схема алгоритму модуля пакету для розрахунку дифузійного потоку домішкових речовин за каскадного розпаду частинок

Проведено розрахунки для всіх фізично обґрунтованих параметрів задачі та визначено їхній вплив на поведінку і значення сумарних концентрацій та потоків маси домішкових речовин за каскадного розпаду частинок. Зокрема, показано, що поведінка функції дифузійного потоку речовини $\mathbf{K}^{(1)}$ є монотонно зростаючою в часі для всіх перерізів тіла.

Робота виконана в рамках НДР № ДР 0117U006866 і ДР 0117U001850

1. Головизнин В. Прямые задачи неклассического переноса радионуклидов в геологических формациях / В. Головизнин, В. Киселев, И. Короткин, Ю. Юрков // Известия РАН. Энергетика. - 2004. - №4. - С. 121-130.
2. Бурак Я. Континуально-термодинамічні моделі механіки твердих розчинів / Я. Бурак, Є. Чапля, О. Чернуха – Київ, Наукова думка. - 2006. - 272 с.
3. Чапля Є.Я. Фізико-математичне моделювання гетеродифузного масопереносу / Є.Я. Чапля, О.Ю. Чернуха - Львів: СПОЛОМ. - 2003. – 128 с.

Бомба А.Я., д.т.н., професор, Турбал Ю.В., д.т.н., доцент,
Турбал М.Ю., аспірант

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне,
Україна)

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ СЕЙСМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ: СОЛІТОННИЙ ПІДХІД ТА Ω -ТЕОРІЯ

Проблема прогнозування сейсмічних поштовхів є однією з найважливіших проблем, що стоять зараз перед людством. Її складність зумовлена специфікою фізичних процесів, що відбуваються при підготовці землетрусу та наявністю великої кількості факторів, які неможливо врахувати. Незважаючи на наявність великої кількості передвісників сейсмічних поштовхів (відомо декілька сотень [1]) та теорій, що пояснюють їх виникнення, ця проблема ще далека від вирішення. Виявлення будь-якої ознаки чи механізму, який впливає на підготовку сейсмічного поштовху чи є його генератором, вважають сьогодні вагомим кроком у вирішенні цієї важливої для людства проблеми.

Ідея солітоноподібної хвилі як одного з можливих фізичних механізмів, що може виступати в якості прискорювача сейсмічного поштовху за умови накопичення сейсмічної енергії, виникла як результат дослідження форшокових та афтершокових серій землетрусів у кількох сейсмо-активних регіонах, зокрема в районах острова Пасхи, Греції, Західної та Східної Туреччини, Японії [2-5]. Вона є досить логічною – адже в областях, де накопичилась сейсмічна енергія, навіть малі збурення можуть призвести до сейсмічного поштовху.

Зараз відомо багато середовищ [6,7], моделі хвильових процесів у яких допускають існування солітонів. Серед таких моделей можна виділити, зокрема, широкий клас одновимірних моделей, які описують середовища з заданими дисперсійними властивостями, моделі твердих тіл з мікроструктурою, що розглядаються в рамках структурно-феноменологічного підходу, моделі сейсмічних процесів, двохвимірні моделі типу мілкої води. Незважаючи на різноманітність фізичних явищ, що описуються відповідними модельними рівняннями, усі вони характеризуються наявністю особливих розв'язків, які описують процеси поширення відокремлених хвиль, що не змінюють в часі свою форму та характеристики.

В якості базової математичної моделі розглядаються рівняння руху анізотропного пружного тіла. В роботі запропонована методика пошуку розв'язків рівнянь руху у вигляді:

$$(u^{(1)}, u^{(2)}, \dots, u^{(m)})^T = (\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_m(t))^T W(x_1, x_2, \dots, x_n, t), \quad (1)$$

де $u^{(1)}, u^{(2)}, \dots, u^{(m)}$ - відносні зміщення в декартовій системі координат,

$$W(x_1, x_2, \dots, x_n, \tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_n(t), t) = \\ = \exp(-\mu((x_1, x_2, \dots, x_n), (\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_n(t)))) / \varepsilon)^{\mu}$$

$\mu(a, b)$ - функція міри, котра визначена на множині інтервалів $\{[a, b], a, b \in R^n\}$, ($\mu(\alpha, \beta) = 0$ при $\alpha = \beta$), $\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_m(t)$ - функції, що визначають компоненти амплітуди відповідних збурень, ε - параметр, що визначає локалізацію, $\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_n(t)$ - функції, що визначають траєкторію точки максимуму збурення.

Розв'язок у формі (1) визначає локалізовану у просторі хвилю деформації,

максимум якої знаходиться в точці $(\tilde{x}_1(t), \tilde{x}_2(t), \dots, \tilde{x}_n(t))$. Відзначимо, що у випадку довільності міри μ , в формі (1) можемо представити довільний розв'язок, що має характер унімодальної відокремленої хвилі, форма якої не змінюється з часом.

Нехай $\mu(x,t)$ - скалярне випадкове поле, що описує інтенсивність землетрусу в точці x в момент часу t (за шкалою Медведєва-Шпонхойера-Карника інтенсивності землетрусів визначаються в діапазоні 1-12 балів). В такому випадку задачу районування можемо формалізувати наступним способом: для кожної точки x визначається таке значення M , що $P\{\mu(x,t) > M, t \in [0,50]\} = \varepsilon$. Відповідне значення знаходиться з каталогів землетрусів в даній точці протягом відповідного періоду спостережень. Існує низка підходів, що дозволяють визначити ймовірність того, чи належить деяка множина точок спостережень $(x_{j_1}, x_{j_2}, \dots, x_{j_i})$ траєкторії однієї і тої ж відокремленої хвилі. При виконанні певних умов така ймовірність рівна 1 чи близька до 1. В інших випадках можемо запропонувати процедуру її оцінки в процесі спостережень сейсмічних поштовхів.

1. *Bomba A. Method for studing the multi-solitone solutions of the Kortevg de-Vries type equations / A. Bomba, Y. Turbal, M. Turbal //Journal of difference equation.–2015.–v.2-p.83-88*
2. *Yuriy Turbal Method of Earthquake Prediction Based on the Soliton Mechanisms of Some Shocks / Y. Turbal, M. Turbal, A. Bomba, O. Radoveniuk //Journal of Environmental Science and Engineering.–2014.– № 3 .–p 151–155*
3. *Бомба А.Я. Прогнозирование траекторий уединенных волн деформации в анизотропных упругих телах. / А.Я. Бомба, Ю.В. Турбал // Проблемы управления и информатики.–2014.– №3.–с.12–22*

УДК 621.382.3

Василець С.В., д.т.н., професор, Василець К.С., асистент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ IGBT ТРАНЗИСТОРА З УРАХУВАННЯМ НЕЛІНІЙНОСТІ ПАРАЗИТНИХ ЄМНОСТЕЙ ПЕРЕХОДІВ

Біполярні транзистори з ізольованим затвором (IGBT) випускаються на напругу до 6,5 кВ (наприклад, 5SNA 0750G650300 компанії ABB) та струм до 3,6 кА (5SNA 3600E170300). На сьогодні питання формування математичної моделі, яка враховує особливості комутацій IGBT у складі асинхронного електроприводу, розв'язане не в повній мірі. Відомо про розроблення моделей IGBT, які враховують фізичні принципи роботи напівпровідників, асоціативних та комбінованих моделей. При моделюванні частотно-керованого електроприводу перетворювач розглядається як ідеальне джерело імпульсної напруги [1], або його характеристики лінеаризуються. Силові ключі розглядаються як ідеальні [2]. Це визначає актуальність розроблення математичної моделі системи «напівпровідниковий перетворювач – електродвигун», яка враховує особливості комутації IGBT.

Мета роботи – удосконалення математичної моделі IGBT транзистора за рахунок урахуванням нелінійності паразитних ємностей напівпровідникових переходів.

Розглянемо випадок функціонування IGBT-транзистора VT в колі з резистивним навантаженням (рис. 1), де u_0 – джерело ЕРС, яке живить навантаження R_0 , u_G – джерело імпульсної ЕРС керування, яка прикладається через R_G до затвора, представляючи функціонування драйвера; E , C , G – позначення, відповідно, емітера, колектора та затвора транзистора; C_1 – C_3 – паразитні ємності між виводами транзистора; I_C – кероване джерело струму, що враховує сімейство нелінійних статичних ВАХ транзистора, струм якого дорівнює [3]:

$$I_c(u_{CE}) = \begin{cases} 0, & \text{при } u_2 \leq u_{Th} \text{ або } u_{CE} < u_D; \\ k \left[(u_2 - u_{Th})(u_{CE} - u_D) - \frac{(u_{CE} - u_D)^2}{2} \right], & \text{при } u_{CE} < u_2 - u_{Th} + u_D; \\ k \frac{(u_2 - u_{Th})^2}{2}, & \text{при } u_{CE} \geq u_2 - u_{Th} + u_D, \end{cases} \quad (1)$$

де u_{Th} – порогове значення напруги відкриття транзистора; u_2 – напруга між затвором та емітером IGBT транзистора.

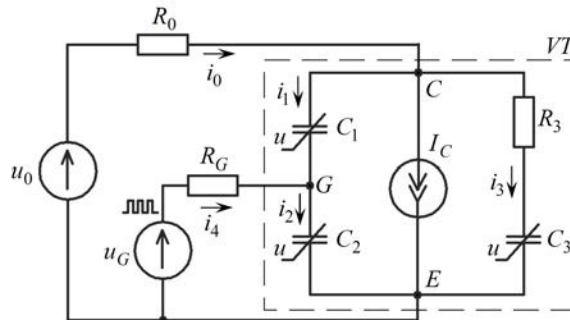


Рисунок 1 – Заступна схема IGBT транзистора в колі з резистивним навантаженням

Заступна схема IGBT-транзистора в колі з резистивним навантаженням (рис. 1) описується системою трьох диференціальних рівнянь стану (2), рівняннями зв'язку, складеними за законами Кірхгофа, та залежністю (1), причому:

$$\begin{cases} du_1/dt = i_1/[F_1(u_1, u_2) \cdot u_1 + C_1(u_1, u_2)]; \\ du_2/dt = i_2/[F_2(u_1, u_2) \cdot u_2 + C_2(u_1, u_2)]; \\ du_3/dt = i_3/[F_3(u_3, i_3) \cdot u_3 + C_3(u_3, i_3)], \end{cases} \quad (2)$$

причому

$$\begin{aligned} C_1(u_1, u_2) &= C_{resh} + C_{res0}(1 + u_1 + u_2)^{-k_{res}}; \\ C_2(u_1, u_2) &= C_{ies} - C_{resh} - C_{res0}(1 + u_1 + u_2)^{-k_{res}}; \\ C_3(u_3, i_3) &= C_{oes0} - C_{resh} + C_{oes0}(1 + R_3 i_3 + u_3)^{-k_{oes}} - \\ &\quad - C_{res0}(1 + R_3 i_3 + u_3)^{-k_{res}}; \\ F_1(u_1, u_2) &= \partial C_1(u_1, u_2) / \partial u_1 = -k_{res} C_{res0}(1 + u_1 + u_2)^{-k_{res}-1}; \\ F_2(u_1, u_2) &= \partial C_2(u_1, u_2) / \partial u_2 = k_{res} C_{res0}(1 + u_1 + u_2)^{-k_{res}-1}; \end{aligned}$$

$$F_3(u_3, i_3) = \partial C_3(u_3, i_3) / \partial u_3 = -k_{oes} C_{oes0} (1 + R_3 i_3 + u_3)^{-k_{oes} - 1} + k_{res} C_{res0} (1 + R_3 i_3 + u_3)^{-k_{res} - 1}.$$

Наведена математична модель реалізована у вигляді Simulink-моделі. Для проведення моделювання використані значення параметрів IGBT-транзистора 5SNA 2000K450300 компанії АВВ [4]. Отримані в результаті моделювання графіки (рис. 2) дозволяють проаналізувати процеси початкового заряду ємності C_2 між затвором та емітером при включенні транзистора у момент t_1 , відкривання колекторно-емітерного переходу на інтервалі (t_2, t_3) та зниження струму i_4 затвора до нуля після t_3 . Також був досліджений процес закривання транзистора у момент t_4 .

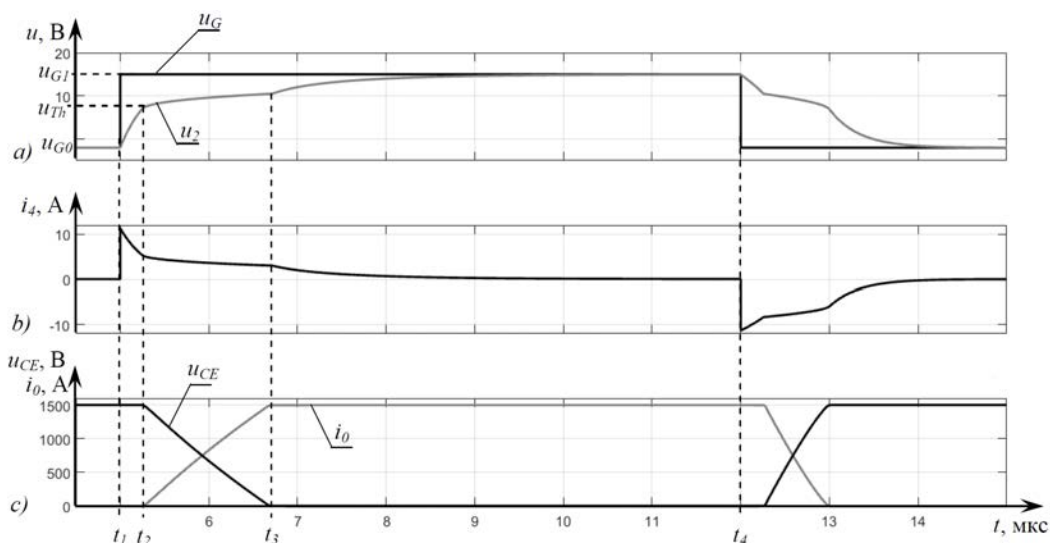


Рисунок 2 – Графіки, отримані в результаті моделювання, що ілюструють процес комутації IGBT транзистора в колі з резистивним навантаженням: *a* – імпульсна ЕРС u_G керування та напруга u_2 на затворі відносно емітера; *b* – струм i_4 затвора; *c* – напруга u_{CE} між колектором та емітером транзистора та струм i_0 навантаження

Таким чином, удосконалена математична модель IGBT транзистора у змінних стану, яка відрізняється врахуванням динамічної ємності напівпровідникових переходів між выводами приладу. В ході подальших досліджень доцільно врахувати вольт-амперну характеристику зворотного діода між колектором та емітером IGBT.

1. Jain A.K. Modeling and Simulation of Frequency Converter Used In Speed Control of Asynchronous Motor / Ankit Kumar Jain, Gutta Krishna Chaitanya, Vaddi Ajay Kumar // International Journal of Scientific and Research Publications. – 2013. - Volume 3, Issue 4. – P.1-6. – Access mode: www.ijsrp.org/research-paper-0413/ijsrp-p16111.pdf.

2. Аналіз електромагнітних процесів у колах з напівпровідниковими перетворювачами з сімнадцятизонним регулюванням вихідної напруги / [Сенько В.І., Михайленко В.В., Юрченко М.М. та ін.] // Технічна електродинаміка. – 2016. – № 5. – С.23-25. – Режим доступу: www.techne.org.ua/2016_5/st6.pdf.

3. Hollander H. Modeling of an IGBT and a Gate Unit: Degree project in Power Electronics / Henrik Hollander. – Stockholm: Royal Institute of Technology, 2013. - 59 p. – (XR-EE-E2C 2013:001). – Access mode: www.diva-portal.org/smash/get/diva2:636261/FULLTEXT01.pdf.

4. StakPak IGBT Module 5SNA 2000K450300. Data Sheet, Doc. No. 5SYA 1431-01 10-2016. – ABB Switzerland Ltd. Semiconductors, 2016. – 9p.

Власюк А.П.¹, д.т.н., професор, Жуковська Н.А.², к.т.н., доцент, Жуковський В.В.², ст. викладач, Шостак Л.В.², студент

¹Національний університет «Острозька академія», м.Острог, Україна,

²Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ДЕФОРМАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ ҐРУНТОВИХ МАСИВІВ В УМОВАХ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСЕННЯ ТА НАЯВНОСТІ СИЛ ЗВ'ЯЗНОСТІ

Математичне моделювання та дослідження нестационарних деформаційних процесів, що відбуваються в ґрунтових масивах, при врахуванні гідрогеологічних умов та дії техногенних факторів (забруднення ґрунтових вод сольовими розчинами, зміна сезонних та добових коливань температур, захоронення відходів виробництва, будівництво атомних електростанцій та водойм-охолоджувачів біля них тощо), є актуальним питанням сьогодення і представляє науковий інтерес.

В рамках даної роботи досліджується ґрунтовий масив товщиною l з рівнем ґрунтових вод (РГВ), що знаходиться на глибині l_1 від водоупору ($x=0$) (рис. 1) в умовах тепломасоперенесення та наявності сил зв'язності в ньому. На рис. 1 область Ω_1 – це область водонасиченого ґрунту, а Ω_2 – область ґрунту в природному стані.

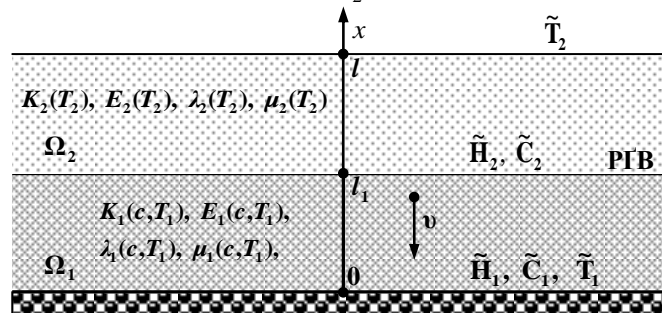


Рис. 1. Схема ґрунтового масиву при наявності РГВ та сил зв'язності в одновимірному випадку

Математичну модель даної задачі в одновимірному випадку в загальноприйнятих позначеннях можна описати наступним чином [1-4]:

$$\begin{aligned} & (\lambda_i(c, T_i) + 2\mu_i(c, T_i)) \frac{\partial^2 U_i}{\partial x^2} + \frac{\partial(\lambda_i(c, T_i) + 2\mu_i(c, T_i))}{\partial x} \frac{\partial U_i}{\partial x} - \\ & - \left(\frac{\partial(\lambda_i(c, T_i) + 2\mu_i(c, T_i))}{\partial x} T_i + (\lambda_i(c, T_i) + 2\mu_i(c, T_i)) \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) \alpha_T^{(i)} + \end{aligned} \quad (1)$$

$$+ X_i = \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2}, \quad i = 1, 2, \quad x \in (0, l), \quad t > 0,$$

$$X_i = \begin{cases} \gamma_{зв} + \frac{dp}{dx} + f(c), & i = 1, \\ \gamma_{нр}, & i = 2, \end{cases} \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(D(c, T_1) \frac{\partial c}{\partial x} \right) - v \frac{\partial c}{\partial x} - \gamma(c - C_m) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D_T \frac{\partial T_1}{\partial x} \right) = n_p \frac{\partial c}{\partial t}, \quad x \in (0, l_1), \quad t > 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda_T^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial x} \right) - \rho c_\rho \bar{v} \frac{\partial T_i}{\partial x} = c_T^{(i)} \frac{\partial T_i}{\partial t}, \quad i = 1, 2, \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (4)$$

$$v = -K(c, T_1) \frac{\partial h}{\partial x} + v_c \frac{\partial c}{\partial x} + v_T \frac{\partial T_1}{\partial x}, \quad \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial n_p}{\partial t} = 0, \quad x \in (0, l_1), \quad t > 0, \quad (5)$$

$$\varepsilon_i = \frac{\partial U_i}{\partial x}, \quad \sigma_i = (\lambda_i(c, T_i) + \mu_i(c, T_i)) (\varepsilon_i - \alpha_T^{(i)} \bar{T}_i), \quad i = 1, 2, \quad x \in (0, l), \quad t > 0, \quad (6)$$

$$l_1 U_1(0, t) = 0, \quad l_2 U_2(l, t) = 0, \quad t > 0, \quad (7)$$

$$U_1(l_1) = U_2(l_1), \quad E_1(c, T_1) \frac{\partial U_1(l_1)}{\partial x} - \alpha_T^{(1)} (T_1 - T_0) = E_2(T_2) \frac{\partial U_2(l_1)}{\partial x} - \alpha_T^{(2)} (T_2 - T_0), \quad (8)$$

$$l_3 c(0, t) = \tilde{C}_1(t), \quad l_4 c(l_1, t) = \tilde{C}_2(t), \quad t > 0, \quad (9)$$

$$l_5 T_1(0, t) = \tilde{T}_1(t), \quad l_6 T_2(l, t) = \tilde{T}_2(t), \quad t > 0, \quad (10)$$

$$T_1(l_1) = T_2(l_1), \quad \lambda_T^{(1)} \frac{\partial T_1(l_1, t)}{\partial x} - \rho c_\rho v T_1(l_1, t) = \lambda_T^{(2)} \frac{\partial T_2(l_1, t)}{\partial x}, \quad (11)$$

$$l_7 h(0, t) = \tilde{H}_1, \quad l_8 h(l_1, t) = \tilde{H}_2, \quad t > 0, \quad (12)$$

$$U(x, 0) = \tilde{U}_0^{(1)}, \quad \frac{\partial U(x, 0)}{\partial t} = \tilde{U}_0^{(2)}, \quad x \in (0, l), \quad (13)$$

$$c(x, 0) = \tilde{C}_0(x), \quad h(x, 0) = \tilde{H}_0(x), \quad x \in (0, l_1), \quad T(x, 0) = \tilde{T}_0(x), \quad x \in (0, l), \quad (14)$$

де $x \in [0; l]$, x – вертикальна координата; $t > 0$, t – час; $U_i(x, t)$, $i = 1, 2$ – зміщення вздовж осі Ox у водонасиченому шарі ґрунтового масиву та шарі ґрунту, що знаходиться в природному стані; $\lambda_i(c, T_i)$, $\mu_i(c, T_i)$, $i = 1, 2$ – коефіцієнти Ламе; $c(x, t)$ – концентрація соляного розчину в водонасиченому шарі ґрунтового масиву; $T_i(x, t)$, $i = 1, 2$ – температура у всій області дослідження; $h(x, t)$ – п'єзометричний напір у водонасиченому шарі ґрунтового масиву; $f(c)$ – функція, яка виражає вплив щільності ґрунту на його НДС за рахунок сил зв'язності; $\bar{v} = v$ при $(x, y) \in \Omega_1$, та $\bar{v} = 0$ при $(x, y) \in \Omega_2$; $\tilde{U}_0^{(1)}$, $\tilde{U}_0^{(2)}$, $\tilde{C}_0(x)$, $\tilde{C}_1(t)$, $\tilde{C}_2(t)$, $\tilde{T}_0^{(i)}(x)$, $i = 1, 2$, $\tilde{T}_1(t)$, $\tilde{T}_2(t)$, \tilde{H}_1 , \tilde{H}_2 – деякі задані функції; L_i , $i = \overline{1, 8}$ – диференціальні оператори, що задають граничні умови для зміщень, концентрації солей, температури та напору при $x = 0$ та $x = l$ відповідно.

Тут: (1) – це рівняння рівноваги в формі Ламе для зміщень ґрунту, що знаходиться у водонасиченому та природному станах; (2) – масові сили; (3) – рівняння масоперенесення в неізотермічних умовах у повністю водонасиченому шарі ґрунту; (4) – рівняння теплоперенесення в обох шарах ґрунту; (5) – фільтрація підземних вод з РГВ у водонасиченому ґрунтовому шарі; (6) – деформації та напруження в кожному шарі ґрунту; (7) – (14) – крайові умови та умови спряження для зміщень, концентрації солей, температури та напору.

Знайдено зміщення, напруження, деформації, а також розподіл напору, швидкості фільтрації, концентрації соляного розчину та температури в обох шарах ґрунтового масиву. На основі отриманого чисельного розв'язку виконана програмна реалізація. Проведено чисельні експерименти та здійснено їх аналіз.

1. Vlasyuk A. P., Zhukovskaya N. A. Mathematical simulation of the stressed-strained state of the foundation of earth dams with an open surface under the influence of heat and mass transfer in two-dimensional case, Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – 2015. – Volume 88, Issue 2, pp. 329-341.

2. Vlasyuk A. P., Zhukovska N. A., Zhukovsky V. V., Klos-Witkowska A., Pazdriy I., Iatskovska U. Mathematical Modelling of three-dimensional problem of soil mass stressed-strained state considering mass and heat transfer / Proceedings of the 2017 IEEE 9th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applications, September 2017, Volume 1, pp.265-269.

3. Власюк А.П., Жуковська Н. А., Федорчук В.Ю., Ілляшик Б.А. Математичне моделювання впливу тепло-масоперенесення на нестационарні деформаційні процеси ґрунтового масиву в одновимірному випадку / Матеріали XVII Міжнар. наук. конф. імені академіка Михайла Кравчука, 19-20 травня 2016 року, Київ, 2016. – С. 66-68.

4. Власюк А. П., Жуковська Н. А. Математичне моделювання впливу тепло-масоперенесення та сил звязності на нестационарні деформаційні процеси ґрунтового масиву в одновимірному випадку / Матеріали XXIX Міжнар. наук. конф. «Прийняття рішень в умовах невизначеності». – Мукачево, 2017. – С. 139–141.

УДК 532.72:532.546: 517.54:519.63

Власюк А.П., д.т.н., професор, Остапчук О.П., к.т.н., доцент

(Національний університет «Острозька академія», м. Острог, Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ СОЛЬОВИХ РОЗЧИНІВ МІЖ ДВОМА СВЕРДЛОВИНАМИ

Розглянута стаціонарна задача фільтрації сольових розчинів між двома свердловинами заданих радіусів з відомими напорами H_1 і H_2 відповідно ($H_1 > H_2$) в результаті нагнітання деякого фільтрату в свердловину радіуса r_1 та його відкачування із свердловини радіуса r_2 при плановій напірній або безнапірній фільтрації з пласта потужністю b_0 (рис.1, рис.2). Крім того, відомий розподіл концентрації солей в області фільтрації в початковий момент часу $\tilde{C}_0(x, y)$. Також задані граничні умови на контурі свердловин та зовнішній межі області фільтрації.

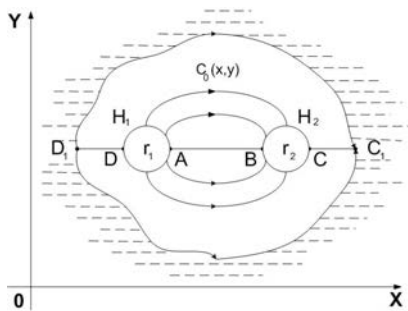


Рис. 1. Криволінійна область, що ілюструє постановку задачі

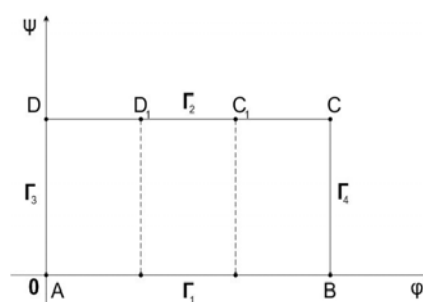


Рис. 2. Ілюстрація задачі масо-перенесення на параметричному прямокутнику

Математична модель процесу фільтрації сольових розчинів між двома свердловинами в загальноприйнятих позначеннях описується наступною крайовою задачею [2]:

$$\frac{\partial \left(D(c) \frac{\partial c}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D(c) \frac{\partial c}{\partial y} \right)}{\partial y} - V_x(c) \frac{\partial c}{\partial x} - V_y(c) \frac{\partial c}{\partial y} - \gamma(c - C_*) = \sigma \frac{\partial c}{\partial t}; \quad (1)$$

$$\vec{V} = -k(c) \text{grad } h, \text{div}(b_0 \cdot \vec{V}) = 0; \quad (2)$$

$$h|_{AD} = H_1, \quad h|_{BC} = H_2, \quad \frac{\partial h}{\partial n}|_{AB} = \frac{\partial h}{\partial n}|_{CC_1 \cup C_1 D_1 \cup D_1 D} = 0; \quad (3)$$

$$c(x, y, 0) = \tilde{C}_0(x, y); \quad (4)$$

$$c|_{AD} = \tilde{C}_1(t), \quad \frac{\partial c}{\partial n}|_{BC} = \frac{\partial c}{\partial n}|_{AB} = \frac{\partial c}{\partial n}|_{CC_1 \cup C_1 D_1 \cup D_1 D} = 0. \quad (5)$$

В задачі (1)-(5) здійснено перехід до нових змінних φ , ψ області комплексного потенціалу згідно розробленого підходу в [1]. Для розв'язання поставленої задачі застосовано різницевий метод розв'язування крайових задач з використанням методу чисельних конформних відображень [1, 3].

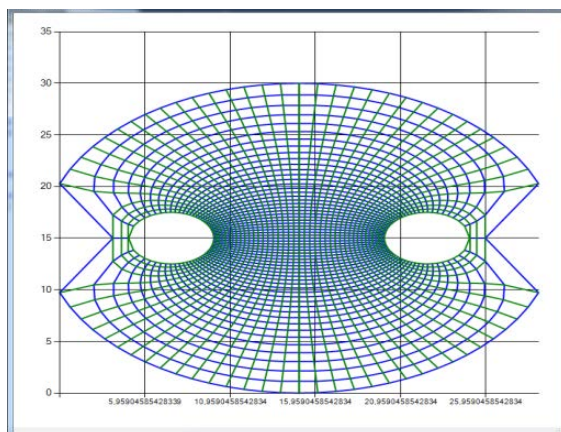


Рис. 3. Гідродинамічна різницева сітка фільтраційного потоку

В результаті чисельного розв'язку даної задачі побудована гідродинамічна різницева сітка фільтраційного потоку (див. рис. 3), знайдено розподіли напорів, швидкостей фільтрації та концентрації сольових розчинів. Виконана програмна реалізація чисельного розв'язку даної задачі, в результаті чого проведено чисельні експерименти та їх аналіз.

1. *Власюк А. П.* Автоматическое построение конформных и квазиконформных отображений двухсвязных и трехсвязных областей: Препр. / А.П. Власюк, В.Г. Михальчук // АН УССР. Ин-т математики; 91.57. – Киев, 1991. – 56 с.

2. *Власюк А. П.* Математичне моделювання переносу сольових розчинів при фільтрації із свердловини / А.П. Власюк, О.П. Остапчук // Вісник Київського університету. Сер.: фіз.-мат. наук. – К., 2007. – Вип. 3. – С. 130-134.

3. *Власюк А. П.* Побудова числових конформних відображень багатозв'язних областей складної геометричної форми // А.П. Власюк, Т.А. Дроздовський / Вісник Київського нац. ун-ту ім. Тараса Шевченка. Сер.: фіз.-мат. наук. – К., 2015. – Вип. 1. – С. 79-88.

¹Власюк А.П., д.т.н., проф., ²Цвєткова Т.П., к.т.н, доц.

(¹Національний університет «Острозька академія», м. Острозь, ²Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СОЛЕПЕРЕНЕСЕННЯ ДО ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ДРЕНАЖУ З ФІЛЬТРУЮЧИМ ЕЛЕМЕНТОМ В ЗОНАХ ПОВНОГО ТА НЕПОВНОГО НАСИЧЕННЯ

Розглядається процес солєперенесення до горизонтального дренажу з сильно фільтруючим елементом (геотекстиль) [1] в зонах повного G_1 та неповного G_2 насичення (рис. 1).

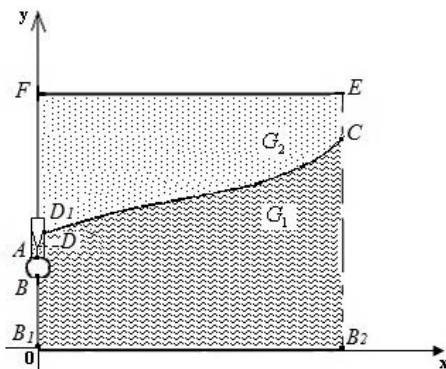


Рис. 1. Солєперенесення до горизонтального дренажу з фільтруючим елементом у насичено-ненасиченому ґрунтовому масиві

Математична модель вказаного процесу у загальноприйнятих позначеннях на основі [2] має наступний вигляд:

$$\frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right)}{\partial y} - v'_x(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} - v'_y(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} - \gamma_1(c_1 - C^*) = \sigma_1 \frac{\partial c_1}{\partial t}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(k_1(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k_1(c_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right) = 0, \quad (2)$$

$$v'_x(c_1) = -k(c_1, h_1) \frac{\partial h_1}{\partial x} + v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x}, \quad v'_y(c_1) = -k(c_1, h_1) \frac{\partial h_1}{\partial y} + v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y}, \quad (3)$$

$$h_1|_{CD} = y, \quad \frac{\partial h_1}{\partial n} \Big|_{BB_1B_2C} = 0, \quad \frac{\partial h_1}{\partial n} \Big|_{AD} = 0, \quad h_1|_{AB} = \tilde{H}_1^1, \quad (4)$$

$$c_1|_{t=0} = \tilde{C}_0^1(x, y), \quad \frac{\partial c_1}{\partial n} \Big|_{DA \cup BB_1 \cup B_1B_2 \cup B_2C} = 0, \quad c_1|_{CD} = \tilde{C}_1^1, \quad c_1|_{AB} = \tilde{C}_2^1; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} \right)}{\partial x} + \frac{\partial \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} \right)}{\partial y} - v_x(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial x} - v_y(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial y} - \gamma_2(c_2 - C^*) = \sigma_2 \frac{\partial c_2}{\partial t}, \quad (6)$$

$$\mu(h_2) \frac{\partial h_2}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(v(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right), \quad (7)$$

$$v_x(c_2) = -k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial x}, \quad v_y(c_2) = -k(c_2, h_2) \frac{\partial h_2}{\partial y}, \quad (8)$$

$$h_2|_{t=0} = \tilde{H}_0(x, y), \quad h_2|_{EF} = \tilde{H}_1^2, \quad h_2|_{CD} = y, \quad \left. \frac{\partial h_2}{\partial x} \right|_{DF \cup EF} = 0, \quad (9)$$

$$c_2|_{t=0} = \tilde{C}_0^2(x, y), \quad c_2|_{EF} = \tilde{C}_1^2, \quad \left. \frac{\partial c_2}{\partial n} \right|_{CD} = 0, \quad \left. \frac{\partial c_2}{\partial x} \right|_{DF \cup CE} = 0. \quad (10)$$

На межі областей повного та неповного насичення (кривій депресії CD) задаються умови спряження для напорів, концентрацій та потоків солей відповідно

$$h_1|_{CD} = h_2|_{CD}, \quad \left(\frac{\partial h_1}{\partial y} - \frac{\partial h_1}{\partial x} \frac{\partial H}{\partial x} \right) \Big|_{CD} = 0, \quad (11)$$

$$c_1|_{CD} = c_2|_{CD}, \quad \left(D_1(c_1) \frac{\partial c_1}{\partial n} - v_1 c_1 \right) \Big|_{CD} = \left(D_2(c_2) \frac{\partial c_2}{\partial n} - v_2 c_2 \right) \Big|_{CD}.$$

Чисельний розв'язок задачі (1)-(11) знайдено методом скінченних різниць з використанням чисельного методу конформних відображень в оберненій постановці. В результаті програмної реалізації задачі знайдено розподіл поля концентрації сольових розчинів до горизонтального дренажу під впливом сильно проникного плоского елемента, що розташований на дрени та досліджено зміну положення вільної поверхні з урахуванням даного фільтруючого елемента.

1. *Ткачук М.М.* Використання фільтруючих елементів на дренажно-модульних системах / М.М. Ткачук, Р. О. Кириша // Вісник НУВГП : зб. наук. праць. – Рівне, 2009. – Вип. 3 (47). Ч. 1. Технічні науки – С. 219–224.

2. *Vlasyuk A.P.* Mathematical Simulation of the Transport of Salt in the Case of Filtration and Moisture Transfer in Saturated-Unsaturated Soils in a Moistening Regime / A.P. Vlasyuk, T.P. Tsvetkova // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – Springer US, New York. – Volume 88, Issue 5, 2015. – PP. 1062-1073.

УДК 519.63.4.001.57

Гаврилюк В. І., к.т.н., доц.

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ У ДРЕНАЖНИХ СИСТЕМАХ

Захист територій і населених пунктів від затоплення і підтоплення ґрунтовими водами в результаті їх різкого підйому, водозабір і пониження рівня підземних вод, а також інші практичні завдання пов'язані з необхідністю пристрою дренажних споруд. Особливо важлива ця проблема для меліорації, де дренаж є основним елементом будь-якої гідромеліоративної системи. У роботі пропонується застосування методології розв'язання крайових задач на конформні відображення для розрахунку фільтраційного процесу в горизонтальному дренажу за умови закладання дрен на різній глибині. В залежності від різниці висот залягання дрен можливі різні випадки формування течії, а саме від повної симетрії течії, коли дрени закладено на однаковій глибині, до поступового зміщення лінії розділу в напрямку дрени з меншою глибиною залягання,

та аж до випадку коли перетік між дренами прямуватиме до нуля.

Розглянемо процес фільтрації до горизонтального дренажу за умов залягання серії дрен на двох різних глибинах. В силу симетрії картини руху розглядається лише один фрагмент такої системи, а саме криволінійну область $G_z = ABB^*B_*C_*CD$ ($z = x + iy$) (див. рис. 1) обмежену лініями течії: $BB^* = \{z : x = R_1, R_4 + 2R \leq y \leq R_3\}$, $B_*C_* = \{z : x = R_1, 0 \leq y \leq R_4\}$, $C_*C = \{z : x = 0, 0 \leq y \leq R_2\}$, $DA = \{z : x = 0, R_2 + 2R \leq y \leq R_3\}$ та еквіпотенціальними лініями: $AB = \{z : y = R_3, 0 \leq x \leq R_1\}$, $B^*B_* = \{z : (x - R_1)^2 + (y - R_4 - R)^2 = R^2, R_4 \leq y \leq R_4 + 2R\}$, $CD = \{z : x^2 + (y - R_2 - R)^2 = R^2, R_2 \leq y \leq R_2 + 2R\}$.

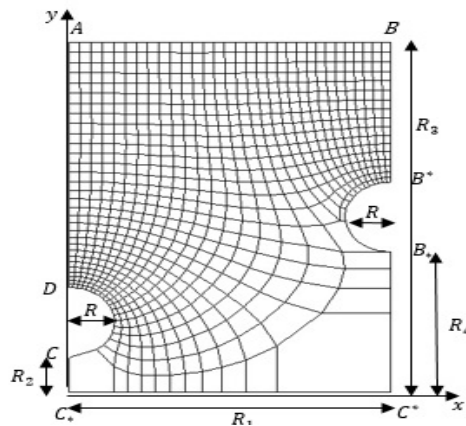


Рис.1. Область фільтрації G_z

Відповідна задача на конформне відображення розглядуваної області G_z на відповідну область комплексного потенціалу G_w з має вигляд [1-2]:

$$\kappa \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \kappa \frac{\partial \phi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad (1)$$

$$\phi|_{AB} = \phi_*, \phi|_{CD} = \phi^*, \phi|_{B^*B_*} = \phi^0, \psi|_{AD} = 0, \psi|_{BB^*} = Q^2, \psi|_{B_*C_*C} = Q^1. \quad (2)$$

де 1 рівняння є наслідком закону руху $\vec{v} = \kappa \text{grad} \phi$ (закон Дарсі) та рівняння нерозривності $\text{div} \vec{v} = 0$, $\vec{v} = (v_x(x, y) + i \cdot v_y(x, y))$ – швидкість фільтрації, κ – коефіцієнт фільтрації, $\phi = \phi(x, y)$ – потенціал в точці (x, y) .

При цьому побудовано алгоритм числового розв'язання відповідної задачі, проведено відповідні числові розрахунки, побудовано гідродинамічну сітку, встановлено лінію розділу течії, знайдено величини перетоків до дрен, та інші характеристики процесу. Відповідний алгоритм можна застосовувати і для розрахунку інших випадків розташування дрен, таким чином визначати оптимальне положення та їх розташування у відповідності до заданих критеріїв.

1. Бомба А.Я. Нелінійні математичні моделі процесів геогідродинаміки / А. Я. Бомба, В. М. Булавацький, В.В. Скопечкий . – К.: Наукова думка, 2007. – 308 с.
2. Бомба А.Я. Нелінійні задачі типу фільтрація-конвекція-дифузія-масообмін за умов неповних даних / А.Я. Бомба, В.І. Гаврилюк, А.П. Сафоник, О.А. Фурсачик // Монографія.- Рівне: НУВГП, 2011. – 275 с.

УДК 539.3

Гачкевич О.Р.¹, д.ф.-м.н., професор, Мусій Р.С.², д.ф.-м.н., професор,
Мельник Н.Б.², к.ф.-м.н., Торський А.Р.³, к.т.н.

(¹Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, ²Національний університет «Львівська політехніка», ³Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ТЕРМОПРУЖНОЇ ПОВЕДІНКИ БІМЕТАЛЕВОЇ ПОРОЖНИСТОЇ КУЛІ ЗА НЕСТАЦІОНАРНОЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНОЇ ДІЇ

Біметалеві порожнисті кулі використовують як складові елементи багатьох функціональних пристроїв. У процесі обробки та експлуатації вони зазнають багатьох нестационарних дій, зокрема електромагнітних.

Розглянемо двошарову електропровідну порожнисту кулю, віднесена до сферичної системи координат (r, φ, θ) , центр O якої співпадає з центром кулі. Внутрішній шар кулі обмежений сферичною поверхнею $r = r_0$, а її зовнішній шар – поверхнею $r = r_2$. Поверхня $r = r_1$ є поверхнею з'єднання обох складових шарів. Розглядувана куля зазнає нестационарної електромагнітної дії, що задається значеннями азимутальної компоненти H_φ вектора напруженості магнітного поля \vec{H} на її внутрішній і зовнішній поверхнях. Ці поверхні теплоізовані від довкілля і вільні від поверхневого силового навантаження. Матеріали складових шарів кулі однорідні, ізотропні та неферомагнітні, а їх фізико-механічні характеристики сталі. На поверхні $r = r_1$ виконуються умови ідеальних електромагнітного, теплового і механічного контактів. Вплив нестационарної електромагнітної дії на розглядувану кулю проявляється двома фізичними чинниками: джоулевым теплом Q і пондеромоторною силою $\vec{F} = \{F_r; 0; 0\}$. Ці фізичні чинники зумовлюють виникнення нестационарних температури T і механічних напружень, що описуються компонентами σ_{ik} ($i, k = r, \varphi, \theta$) тензора напружень $\hat{\sigma}$.

За окреслених умов термопружна поведінка кулі визначається за три етапи. На першому етапі зі співвідношень Максвелла визначаються компоненти $H_\varphi^{(n)}$ вектора $\vec{H}^{(n)}$, джоулеве тепло $Q^{(n)} = (\text{rot} H^{(n)})^2 / \sigma_n$ і пондеромоторні сили $F^{(n)} = -\mu_n \cdot \text{rot} H^{(n)} \times H^{(n)}$ в кожному n -му ($n=1,2$) складовому шарі кулі за врахування заданих крайових умов $H_\varphi^{(1)}(r_0, t) = H_\varphi^-(t)$, $H_\varphi^{(2)}(r_2, t) = H_\varphi^+(t)$ на поверхнях $r = r_0$ і $r = r_2$ та умов ідеального електромагнітного контакту на поверхні $r = r_1$. Тут σ_n , μ_n - коефіцієнт електропровідності і магнітна проникливість матеріалу n -го шару кулі, t - час. На другому етапі з рівняння теплопровідності за заданих умов теплоізоляції поверхонь $r = r_0$ і $r = r_2$ та умов ідеального теплового контакту на поверхні $r = r_1$ знаходимо температуру $T^{(n)}$ в кожному n -му шарі кулі. На третьому етапі за відомими температурою $T^{(n)}$ і радіальною компонентою $F_r^{(n)}$ пондеромоторної сили $\vec{F}^{(n)}$ визначаємо компоненти $\sigma_{ik}^{(n)}$ тензора напружень $\hat{\sigma}^{(n)}$ в кожному шарі кулі.

Таким чином, для визначення термонапруженого стану розглядуваної кулі необхідно розв'язати послідовно зв'язані початково-крайові задачі для знаходження електромагнітного поля $\vec{H}^{(n)}$, температури $T^{(n)}$ і компонент $\sigma_{ik}^{(n)}$ тензора напружень

$\hat{\sigma}^{(n)}$. Для побудови розв'язків цих початково-крайових задач розвинуто методику, яка використовує апроксимацію визначальних функцій $\Phi^{(n)}(r,t) = \{H_\varphi^{(n)}(r,t), T^{(n)}(r,t), u_r^{(n)}(r,t)\}$ по товщині кожного шару квадратичними поліномами за змінною r . Тут $u_r^{(n)}(r,t)$ - радіальна координата вектора переміщень $\vec{u}^{(n)}$. Запропонована методика дає змогу звести вихідні початково-крайові задачі на визначальні функції $\Phi^{(n)}(r,t)$ до відповідних задач Коші за часовою змінною t на інтегральні характеристики $\Phi_s(t) = \sum_{n=1}^2 \int_{r_{n-1}}^{r_n} \Phi^{(n)}(r,t) r^{s+l} dr$ ($s=1,2$) цих функцій. Тут $l=0$ для визначення інтегральних характеристик компоненти $H_\varphi^{(n)}$ і температури $T^{(n)}$; $l=1$ - інтегральних характеристик $u_r^{(n)}$. З використанням інтегрального перетворення Лапласа за часом отримано загальні розв'язки задач Коші у вигляді згорток функцій, що описують однорідні розв'язки і задані крайові умови вихідних початково-крайових задач для визначення функцій $\Phi^{(n)}(r,t)$ на всьому часовому інтервалі однорідної нестационарної електромагнітної дії.

Як приклад отримано розв'язок динамічної центрально-симетричної задачі термомеханіки для розглядуваної електропровідної кулі за дії електромагнітного імпульсу (ЕМІ). Чисельно проаналізовано закономірності термомеханічної поведінки кулі залежно від часових параметрів ЕМІ, геометричних параметрів кулі та фізико-механічних характеристик матеріалів її складових шарів.

УДК 519.63

Гуляницький А.Л., асистент

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

СЛАБКА РОЗВ'ЯЗНІСТЬ І СКІНЧЕННОРІЗНИЦЕВА ДИСКРЕТИЗАЦІЯ РІВНЯННЯ РЕАКЦІЇ-СУБДИФУЗІЇ ЗМІННОГО ПОРЯДКУ

Дифузійні процеси у деяких фізичних, біологічних та інших системах мають статистичні характеристики, які вказують на неможливість опису цих процесів за допомогою класичного рівняння дифузії. Зокрема, йдеться про субдифузію (повільну дифузію), при якій середньоквадратичне зміщення є асимптотично степеневою функцією часової змінної, з показником в діапазоні від 0 до 1. Математичними моделями деяких із цих процесів можуть слугувати випадкові блукання з неперервним часом з асимптотично степеневою щільністю часу очікування стрибка; при цьому щільність положення частинки асимптотично описується рівнянням у частинних похідних з похідною дробового (також від 0 до 1) порядку за часом. Якщо процес відбувається в просторово неоднорідному середовищі, то порядок цієї похідної стає функцією просторової змінної.

Ще складнішого вигляду набуває модель, яка враховує процеси розпаду частинок речовини, що дифундує (наприклад, внаслідок хімічних реакцій). Нижче розглянуто рівняння, виведене в [1].

Для простоти розглянемо одновимірну за простором задачу: нехай $x \in \Omega = (0,1)$,

$t \in (0, T)$ (аналогічно можна розглянути й рівняння в області $\Omega \in \sim^N$ з гладкою межею $\partial\Omega$).

Нехай α і K – такі функції просторової змінної, що $\alpha(x) \in \left(\frac{1}{2}, 1\right)$, $K(x) > 0$ для всіх $x \in \Omega$. Розглянемо рівняння

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(K(x) e^{-\theta(x)t} D_0^{1-\alpha(x)} \left(e^{\theta(x)t} u(x,t) \right) \right) - \theta(x) u(x,t) = f(x,t) \quad (1)$$

з початковою й крайовою умовами

$$u|_{t=0} = u_0(x), \quad u|_{x \in \partial\Omega} = 0. \quad (2)$$

Нехай $\beta = \beta(x)$ – функція, що діє з Ω в \sim_+ . Введемо дробовий соболевський простір змінного за часом порядку

$$W^{\beta(\cdot), 1}(Q) = \left\{ v \in L_2(Q) \mid D_0^{\beta(x)} v \in L_2(Q) \wedge \frac{\partial u}{\partial x} \in L_2(Q) \right\}$$

з нормою

$$\|v\|_{\beta(\cdot), 1}^2 = \|v\|_{L_2(Q)}^2 + \|D_0^{\beta(x)} v\|_{L_2(Q)}^2 + \left\| \frac{\partial u}{\partial x} \right\|_{L_2(Q)}^2.$$

За певних припущень щодо гладкості функцій $\alpha(x)$ і $K(x)$, а також значень числа T , справедлива

Теорема. Для довільного $f \in \left(W^{\frac{\alpha(\cdot)}{2}, 1}(Q) \right)^*$ існує і єдиний розв'язок $u \in I_0^{1-\alpha(x)} \left(W^{\frac{\alpha(\cdot)}{2}, 1}(Q) \right)$ задачі (1)-(2) (тобто u належить образу простору $W^{\frac{\alpha(\cdot)}{2}, 1}(Q)$

при дробово-інтегральному відображенні $I_0^{1-\alpha(x)}$).

Ідея доведення полягає у переході до допоміжної функції $v(x,t) = K(x) D_0^{1-\alpha(x)} \left(e^{\theta(x)t} u - u_0 \right)$, переписавши рівняння відносно якої, зручно сформулювати задачу (1)-(2) у слабкій постановці, після чого скористатись теоремою Вішика-Лакса-Мільграма (як, наприклад, зроблено у [2] для випадку $\theta = 0$).

У доповіді також буде наведено чисельні розв'язки задачі (1)-(2), одержані методом скінченних різниць.

1. Fedotov S. Non-Markovian random walks and nonlinear reactions: Subdiffusion and propagating fronts / Sergei Fedotov // Physical Review E. – Vol. 81 Pt. 1. – 2010 – P. 011117.

2. Гуляницький А.Л. Слабка розв'язність і просторово-часова дискретизація для зміннопорядкового рівняння дифузії / А.Л. Гуляницький, // Журн. обчисл. та приклад. математики. – № 3. – 2015 – С. 116-126.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ГІПЕРКОМПЛЕКСНИХ ОБЧИСЛЕНЬ

Застосування методів математичного моделювання до вирішення практичних задач останнім часом стає все більш доцільним. При цьому, вирішується ще одна задача, а саме – вибір форми представлення інформації.

Починаючи з витоків, системи числення розвивалися, доповнюючи та удосконалюючи одна одну. Наступні системи мали більш широкі можливості, по відношенню до попередніх, як по властивостях так і по вимірності. Питання розширення вимірності виникло з появою комплексних чисел, що призвело до пошуку числових систем вищих вимірностей, зокрема третьої та четвертої. Серед систем четвертої вимірності найбільше застосувань знайшла система кватерніонів.

Представлення інформації за допомогою гіперкомплексних числових систем (ГЧС) дає можливість підвищити ефективність моделювання. Це обумовлено тим, що властивості ГЧС дають можливість виконання всіх арифметичних операцій та різноманітних нелінійних перетворень. До того ж, деякі математичні твердження набувають значно простішого вигляду або значно легше доводяться, якщо записати їх мовою дій над гіперкомплексними числами, зокрема кватерніонами [3].

Гіперкомплексне число в загальному має вигляд:

$$A = a_1 e_1 + a_2 e_2 + \dots + a_n e_n, \quad (1)$$

де: n - вимірність ГЧС, a_i - алгебраїчні вирази, e_i – елементи базису ГЧС.

Оскільки, коефіцієнти гіперкомплексних чисел можуть бути не лише числами, а й різними алгебраїчними виразами, функціями та гіперкомплексними числами, в тому числі із символічними змінними та коефіцієнтами, то для успішного оперування з такими об'єктами доцільно застосовувати спеціалізовані програмні комплекси.

Мова йде про програмний комплекс гіперкомплексних обчислень (ПКГО), розроблений в середовищі символічних обчислень Maple [2]. Даний комплекс містить процедури для дослідження основних властивостей ГЧС, з яких можна формувати інші програми. ПКГО відкритий для редагування та може бути доповнений новими процедурами будь-яким користувачем, який володіє Maple.

Наприклад, при розв'язуванні задачі повороту вектора в тривимірному просторі можна побачити переваги використання як гіперкомплексної форми представлення даних так і ПКГО.

Алгебра кватерніонів, на відміну від кутів Ейлера, дає можливість подати поворот у простій і зручній формі .

В роботах [1, 4] показано, що якщо ввести кватерніон повороту $q = \cos \frac{\theta}{2} + u \sin \frac{\theta}{2}$, то оператор повороту вектора r навколо осі з одиничним ортом u на кут θ має дуже простий вигляд:

$$r' = qrq^{-1}.$$

Таким чином, поворот відбувається за часовою стрілкою, якщо розглядати поворот по напрямку вектора u .

Така модель дозволяє сумувати повороти: якщо потрібно виконати поворот на кватерніон q , а потім на інший кватерніон p , то достатньо виконати:

$$r' = pqrq^{-1}p^{-1}. \quad (2)$$

Таких поворотів можна виконувати скільки завгодно. Таким чином, можна побачити наскільки спрощується модель повороту в порівнянні з застосуванням інших моделей.

Розглянемо задачу визначення координат точки, отриманої внаслідок послідовного виконання поворотів вектора навколо двох осей: спочатку навколо осі, яка визначається кватерніоном q , а потім – навколо осі, яка визначається кватерніоном p , як показано на рис. 1.

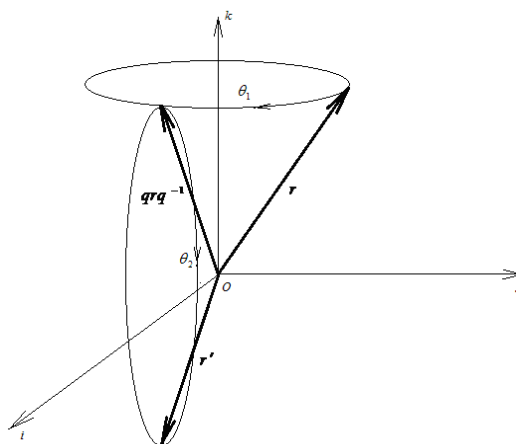


Рис. 1. Поворот вектора в просторі послідовно навколо двох осей.

Такий складний поворот визначається формулою (2), де всі множення кватерніонні.

Таким чином, програма повинна містити нормування кватерніонів, визначення обернених кватерніонів, кватерніонні множення і спрощення отриманого результату, тобто матиме вигляд:

```

Pov:=proc(r, q, p, Cq, Cp)
for i from 1 to 4 do
r1[i]:=factor(inMulti(inMulti(inMulti(inMulti(p, q, H), r, H),
Cq[1], H), Cp[1], H)[i]): end do:
RETURN(r1)
end proc

```

Так, якщо розв'язується задача повороту точки з координатами $[1,2,3]$ спочатку на кут $\theta_1 = \frac{\pi}{3}$ навколо осі, що визначається ортою $[0,0,1]$, тобто осі Oz , а потім на кут

$\theta_2 = \frac{\pi}{2}$ навколо осі, що визначається ортою $[0,1,0]$, тобто осі Oy , то кінцеве положення точки визначається векторним кватерніоном $r' = 3e_2 + (\sqrt{3} + 0.5)e_3 + (\sqrt{3} - 0.5)e_4$.

Наведені результати показали, що гіперкомплексні числові системи доцільно застосовувати для вирішення практичних задач, а програмний комплекс дослідження їх основних властивостей значно спрощує процес розробки програмного забезпечення та збільшує його надійність.

1. Бранець В.Н. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / В.Н.

Бранец, И.П. Шмыглевский // — М.: Наука, 1973. — 319 с.

2. Калиновский Я.А. Пакет гиперкомплексных символьных вычислений в среде Maple / Я.А. Калиновский, Ю.Е. Бояринова, А.С. Сукало, Я.В. Хицко // Системный анализ и информационные технологии: материалы 19-й Международной научно-технической конференции SAIT 2017 (Киев, 30 мая-02 июня 2017 г.). – К.: УНК “ИПСА” НТУУ “КПИ”. – 2017. – С. 232.

3. Синьков М.В. Конечномерные гиперкомплексные числовые системы. Основы теории. Применения / М.В. Синьков, Ю.Е. Бояринова, Я.А. Калиновский. — К.: Инфодрук, 2010. — 388с.

4. Jafari M. Generalized quaternion and rotation in 3-space $E_{\alpha\beta}^3$ / M. Jafari, Y. Yayli // Department of Mathematics, Faculty of Science Ankara University, 06100 Ankara, Turkey. - 11 p.

УДК 517.95

Климюк Ю. Є., к.т.н., доцент

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ДООЧИЩЕННЯ ВОДИ ПІСЛЯ ЗАСТОСУВАННЯ КОАГУЛЯЦІЇ У ШВИДКОМУ ФІЛЬТРІ КОНУСОПОДІБНОЇ ФОРМИ ІЗ ПОРИСТИМ ЗАВАНТАЖЕННЯМ

Основними методами очищення води для господарсько-питного водопостачання є освітлення, знебарвлення та знезараження [3]. Освітлення води зазвичай досягається шляхом її відстоювання і фільтрування через шар зернистого або порошкоподібного фільтруючого матеріалу у швидких фільтрах. Для досягнення необхідного ефекту воду необхідно піддати коагулюванню. При цьому відбувається значне знебарвлення води. Додаткове знебарвлення води досягається коагулюванням, що передбачає застосування різних окислювачів і сорбентів. При цьому також відбувається значне знезараження води. Зростаюча вартість фільтруючих матеріалів вимагає проведення досліджень для їх більш якісного використання. Проведені в [2] дослідження показали, що криволінійна форма фільтрів з “монотонним звуженням” в напрямку від входу до виходу дозволяє більш раціонально використати сорбційну ємкість фільтруючих матеріалів і продовжити термін фільтроциклу на 3-6% в залежності від швидкості подачі води. У [4] запропоновано просторову математичну модель, яка є більш ефективною для проведення теоретичних досліджень, націлених на оптимізацію параметрів процесу фільтрування за рахунок врахування дифузійних та масообмінних процесів між компонентами багатокомпонентної домішки у фільтраційній течії і осаді, адсорбованому на зернах завантаження, зворотнього впливу концентрацій багатокомпонентної домішки на коефіцієнт активної пористості шляхом введення додаткового рівняння для визначення зміни активної пористості завантаження вздовж висоти фільтру.

Для моделювання процесу доочищення води від багатокомпонентної домішки після застосування коагуляції у швидкому фільтрі конусоподібної форми з однорідним пористим завантаженням, що володіє окислювально-відновними властивостями, – просторовій однозв'язній області G_z ($z = (x, y, z)$), обмеженій гладкими, ортогональними між собою в кутових точках та по ребрах, двома екіпотенціальними поверхнями S_* , S^* і поверхнею течії S^{**} (рис. 1), сформовано математичну модель

для області $G = G_z \times (0, \infty)$:

$$\{\vec{v} = \kappa \cdot \text{grad } \varphi, \text{div } \vec{v} = 0, \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{aligned} (\sigma \cdot C_j)'_t &= \text{div}(D_j \cdot \text{grad } C_j) - \vec{v} \cdot \text{grad } C_j - \sum_{k=1}^{m_1} a_{j,k} \cdot C_j + \\ &+ \sum_{k=1}^{m_1} a_{k,j} \cdot C_k - \sum_{k=1}^{m_1} a_{j,k}^{**} \cdot C_j \quad (j = \overline{1, m_1}), \\ (\sigma \cdot C_j)'_t &= \text{div}(D_j \cdot \text{grad } C_j) - \vec{v} \cdot \text{grad } C_j - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} a_{j,k} \cdot C_j + \\ &+ \sum_{k=m_1+1}^{m_2} a_{k,j} \cdot C_k + \sum_{k=1}^{m_1} a_{k,j}^{**} \cdot C_k - \alpha_j \cdot C_j + \beta_j \cdot U_j \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}), \\ (\sigma \cdot U_j)'_t &= \sum_{k=m_1+1}^{m_2} a_{j,k}^* \cdot U_j + \sum_{k=m_1+1}^{m_2} a_{k,j}^* \cdot U_k + \alpha_j \cdot C_j - \\ &- \beta_j \cdot U_j \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}), \sigma'_t = - \sum_{k=m_1+1}^{m_2} \gamma_k \cdot U_k, \end{aligned} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \varphi|_{S_*} = \varphi_*, \varphi|_{S^*} = \varphi^*, \varphi'_n|_{S^{**}} = 0, \quad (3)$$

$$\left\{ C_j|_{S_*} = c_j^*, C'_j \bar{n}|_{S^*} = 0, C'_j \bar{n}|_{S^{**}} = 0 \quad (j = \overline{1, m_2}), \quad (4)$$

$$\left\{ U_j|_{S_*} = u_j^*, U'_j \bar{n}|_{S^*} = 0, U'_j \bar{n}|_{S^{**}} = 0 \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}), \quad (5)$$

$$\left\{ C_j|_{t=0} = c_j^0 \quad (j = \overline{1, m_2}), U_j|_{t=0} = u_j^0 \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}), \sigma|_{t=0} = \sigma_0^0, \quad (6)$$

де $\varphi = \varphi(x, y, z)$ і $\vec{v} = \vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ – відповідно потенціал і вектор швидкості фільтрації, $0 = \varphi_* < \varphi < \varphi^* < \infty$, $|\vec{v}| > 0$, κ – коефіцієнт фільтрації, $\kappa > 0$, \bar{n} – зовнішня нормаль до відповідної поверхні; $C_j = C_j(x, y, z, t)$ і $U_j = U_j(x, y, z, t)$ – відповідно концентрації j -тої компоненти багатокомпонентної домішки у фільтраційній течії і осаді, адсорбованому на зернах завантаження; $\sigma = \sigma(x, y, z, t)$ – активна пористість, D_j – власний коефіцієнт дифузії j -тої компоненти багатокомпонентної домішки у фільтраційній течії, $D_j = \varepsilon \cdot d_j$, $d_j > 0$ ($j = \overline{1, m_2}$), $a_{j,k}$, $a_{j,k}^{**}$ і $a_{j,k}^*$ – коефіцієнти, що характеризують швидкість протікання масообмінних процесів між j -тою і k -тою компонентами багатокомпонентної домішки відповідно у фільтраційній течії і осаді, адсорбованому на зернах завантаження, $a_{j,k} = \varepsilon \cdot \bar{a}_{j,k}$, $a_{j,k}^* = \varepsilon \cdot \bar{a}_{j,k}^*$ ($j = \overline{1, m_2}$, $k = \overline{1, m_2}$), α_j і β_j – коефіцієнти, що характеризують обсяги адсорбованої і десорбованої за одиницю часу j -тої компоненти багатокомпонентної домішки, $\beta_j = \varepsilon \cdot \bar{\beta}_j$ ($j = \overline{m_1+1, m_2}$), γ_j – коефіцієнт, що характеризує швидкість зміни активної пористості завантаження за рахунок сорбції j -тої компоненти багатокомпонентної домішки,

$\gamma_j = \varepsilon \cdot \bar{\gamma}_j \quad (j = \overline{m_1 + 1, m_2}), \quad \bar{a}_{j,k} = \bar{a}_{j,k}(x, y, z, t), \quad \bar{a}_{j,k}^{**} = \bar{a}_{j,k}^{**}(x, y, z, t), \quad \bar{a}_{j,k}^* = \bar{a}_{j,k}^*(x, y, z, t) \quad (j = \overline{1, m_2}, \quad k = \overline{1, m_2}),$
 $\alpha_j = \alpha_j(x, y, z, t), \quad \bar{\beta}_j = \bar{\beta}_j(x, y, z, t) \quad \text{і} \quad \bar{\gamma}_j = \bar{\gamma}_j(x, y, z, t) \quad (j = \overline{m_1 + 1, m_2})$ – неперервні обмежені функції, ε – малий параметр ($\varepsilon > 0$),
 $c_j^* = c_j^*(M, t), \quad c_j^0 = c_j^0(x, y, z) \quad (j = \overline{1, m_2}), \quad u_j^* = u_j^*(M, t), \quad u_j^0 = u_j^0(x, y, z) \quad (j = \overline{m_1 + 1, m_2})$
 і $\sigma_0^0 = \sigma_0^0(x, y, z)$ – достатньо гладкі функції, узгоджені між собою на ребрах області G [1], $M \in S_*$.

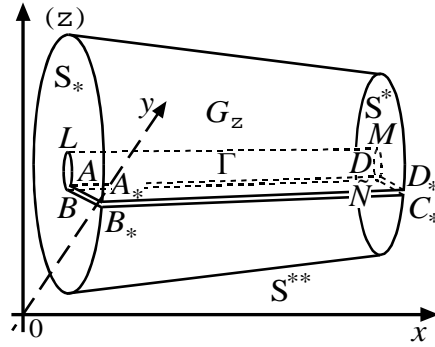


Рис. 1. Просторова область фільтрації G_z з умовним розрізом Γ

Шляхом фіксації на поверхні S_* деякої точки A та послідовного виконання умовних розрізів $\Gamma_1 = ALMDBLMC$ і $\Gamma_2 = ADD_*A_*BCC_*B_*$ вздовж відповідних поверхонь течії (для зручності позначимо $\Gamma = \Gamma_1 \cup \Gamma_2$) модельна задача зводиться до розв'язання в однозв'язній області $G_z \setminus \Gamma$ – криволінійному паралелепіпеді $ABCD_*A_*B_*C_*D_*$ (рис. 1) з додаванням умови непроникності $\varphi'_n|_{\Gamma} = 0$ вздовж розрізу Γ задачі, що описується системами рівнянь (1), (2) з наступними крайовими умовами:

$$\left\{ \varphi|_{ABB_*A_*} = \varphi_*, \varphi|_{CDD_*C_*} = \varphi^*, \varphi'_n|_{ABCD \cup A_*B_*C_*D_* \cup ADD_*A_* \cup BCC_*B_*} = 0, \right. \quad (7)$$

$$\begin{cases} C_j|_{ABB_*A_*} = c_j^*, C'_j \bar{n}|_{CDD_*C_*} = 0, \\ C'_j \bar{n}|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_*B_*C_*D_*} = 0 \quad (j = \overline{1, m_2}), \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} U_j|_{ABB_*A_*} = u_j^*, U'_j \bar{n}|_{CDD_*C_*} = 0, \\ U'_j \bar{n}|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_*B_*C_*D_*} = 0 \quad (j = \overline{m_1 + 1, m_2}), \end{cases} \quad (9)$$

початковими умовами (6) і подальшого “склеювання” берегів умовного розрізу Γ із використанням умов:

$$\begin{cases} \varphi|_{ALMD} = \varphi|_{BLMC}, \varphi'_n|_{ALMD} = \varphi'_n|_{BLMC}, \\ \varphi|_{ADD_*A_*} = \varphi|_{BCC_*B_*}, \varphi'_n|_{ADD_*A_*} = \varphi'_n|_{BCC_*B_*} \end{cases} \quad (10)$$

та узгодженості величин концентрацій компонент багатоконпонентної домішки у фільтраційній течії і осаді, адсорбованому на зернах завантаження, на умовних поверхнях розрізу із використанням умов:

$$\begin{cases} C_j|_{ALMD} = C_j|_{BLMC}, C'_j \bar{n}|_{ALMD} = C'_j \bar{n}|_{BLMC}, \\ C_j|_{ADD_*A_*} = C_j|_{BCC_*B_*}, C'_j \bar{n}|_{ADD_*A_*} = C'_j \bar{n}|_{BCC_*B_*} \quad (j = \overline{1, m_2}), \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} U_j|_{ALMD} = U_j|_{BLMC}, U'_j|_{\bar{n}}|_{ALMD} = U'_j|_{\bar{n}}|_{BLMC}, \\ U_j|_{ADD_*A_*} = U_j|_{BCC_*B_*}, U'_j|_{\bar{n}}|_{ADD_*A_*} = U'_j|_{\bar{n}}|_{BCC_*B_*} \quad (j = \overline{m_1+1, m_2}). \end{cases} \quad (12)$$

Розв'язок задачі (1), (2), (7)–(12) отримується аналогічно [1, 2, 4].

Отримана модель дозволяє шляхом проведення комп'ютерних експериментів отримати оптимальні варіанти використання сорбційної ємкості фільтрувальних матеріалів та збільшення тривалості роботи фільтрів конусоподібної форми при додержанні сталої швидкості фільтрування за рахунок вибору їх форми.

1. Бомба А. Я. Математичне моделювання просторових сингулярно-збурених процесів типу фільтрація-конвекція-дифузія: монографія / А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк. – Рівне : ТзОВ фірма «Ассоль», 2014. – 273 с.

2. Климюк Ю. Є. Моделювання процесу доочистки води від залишкових катіонів алюмінію фільтруванням через аніоноактивні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища / Ю. Є. Климюк, В. М. Сівак // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 7 (16). – Рівне : РДГУ, 2010. – С. 93–109.

3. Hendricks D. W. Fundamentals of water treatment unit processes: physical, chemical and biological / D. W. Hendricks. – Boca Raton : CRC Press, 2011. – 883 p.

4. Klimjuk Ju. Je. Prediction of optimal modes of operation of rapid filters with homogeneous porous loads / Ju. Je. Klimjuk // Innovative solutions in modern science. – Vol. 7 (7). – Dubai, 2016. – P. 85–96.

УДК 532.7

Кожушко О.Д., студентка 6 курсу ННІ АКОТ, Мартинюк П.М., д.т.н., доцент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

ЗАСТОСУВАННЯ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО СЕРЕДОВИЩА FREEFEM++ В КОМП'ЮТЕРНОМУ МОДЕЛЮВАННІ НЕЛІНІЙНОГО ВОЛОГОПЕРЕНОСЕННЯ

Математичне та комп'ютерне моделювання вологоперенесення в ґрунті становить складну задачу через велику кількість одночасно діючих і пов'язаних між собою факторів, що впливають на цей процес. Для прикладу, пористість ґрунту залежить від температури твердої фази та концентрації в ній кристалів солі, густина порової рідини – від концентрації в ній розчинених речовин та температури. Зміна теплового стану порової рідини та концентрації хімічних речовин впливає на коефіцієнт фільтрації пористого середовища[1].

Для дослідження процесу вологоперенесення з врахуванням тепло-масоперенесення використаємо нелінійну математичну модель, побудовану у праці [1]. Дослідимо дану модель в обмеженій двовимірній області Ω з межею Γ (для випадку однокомпонентного хімічного розчину кам'яної солі). Маємо нелінійну математичну модель, яка містить з наступні рівняння:

1. Рівняння вологоперенесення

$$\left(\frac{\partial \rho_p}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial \rho_p}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \right) (s(\sigma - \theta_{\min}) + \theta_{\min}) + \rho_p (\sigma - \theta_{\min}) \frac{\partial s}{\partial t} +$$

$$+ \rho_p s \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial N} \frac{\partial N}{\partial t} + \frac{\partial \sigma}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial t} \right) = \nabla \cdot (\rho_p D((\sigma - \theta_{\min}) \nabla s + s \nabla \sigma)) +$$

$$+ \nabla \cdot (\rho_p (K_p \nabla y - K_c \nabla c - K_T \nabla T)).$$

2. Рівняння масоперенесення

$$\theta \left(1 - \frac{c}{\rho_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial c} \right) \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \cdot (D_c \nabla c) - q_p \left(1 - \frac{c}{\rho_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial c} \right) \nabla c +$$

$$+ \frac{c}{\rho_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial T} \left(\theta \frac{\partial T}{\partial t} + q_p \cdot \nabla T \right) - \frac{\partial N}{\partial t}.$$

3. Рівняння теплоперенесення

$$c_T \frac{\partial T}{\partial t} + T \left(c_c \frac{\partial N}{\partial t} - \rho_{m_0} c_{m_0} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + c_{m_0} (1 - \sigma) \frac{\partial \rho_{m_0}}{\partial t} \frac{\partial T}{\partial t} \right) =$$

$$= \nabla \cdot (\lambda \nabla T) - \rho_p c_p q_p \cdot \nabla T.$$

4. Рівняння кінетики масообмінного процесу (нерівноважна адсорбція та десорбція при ізотермі Генрі) [2]

$$\frac{\partial N}{\partial t} = -\gamma_1 (cn_0 - \alpha N), x \in \Omega, t > 0.$$

Нехай маємо масив к ґрунту глибиною 1 м, верхня межа якого є межею контакту з атмосферою, а нижня межа збігається з депресійною кривою. За нижньою межею відбуваються процеси фільтрації рідини з високою концентрацією солі. Відповідно до цього використаємо наступні граничні умови:

1) Для нижньої межі Γ_1 :

$$s(X, t)|_{\Gamma_1} = 1, c(X, t)|_{\Gamma_1} = 50 \text{ г/літр}, T(X, t)|_{\Gamma_1} = 10^\circ.$$

2) Для верхньої межі Γ_3 :

$$D_p \frac{\partial s}{\partial n} (\sigma - \theta_{\min}) \Big|_{\Gamma_3} = -\beta (s(\sigma - \theta_{\min}) \Big|_{\Gamma_3} + \theta_{\min} - \theta_{atm}),$$

$$\frac{\partial c}{\partial n} \Big|_{\Gamma_3} = 0, \quad T(X, t) \Big|_{\Gamma_3} = 30^\circ.$$

3) Для бічних меж Γ_2, Γ_4 – умови симетричності:

$$\frac{\partial s}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_4} = \frac{\partial c}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_4} = \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{\Gamma_2 \cup \Gamma_4} = 0.$$

При розв'язанні задачі будемо враховувати вплив концентрації кристаліків солей у твердій фазі ґрунту на коефіцієнт пористості згідно формули $\sigma = \sigma_0 - \frac{N}{\rho_p}$, та зміну густини порової рідини залежно від температури та концентрації в ній розчиненої солі

відповідно до емпіричної моделі, наведеної в [3] $\rho_p(c, T) = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 a_{ij} c^{j-1} T^{i-1}$.

Також будемо враховувати зміну коефіцієнтів дифузії та вологоперенесення залежно від вологості ґрунту згідно моделі Brooks and Corey [1] та коефіцієнта фільтрації залежно від зміни коефіцієнта пористості

$$K_0 = k_0 \frac{1-e_0}{1-e} \left(\frac{e}{e_0} \right)^3, \quad e = \frac{\sigma}{1-\sigma}.$$

Для проведення чисельних експериментів використано обчислювальне середовище FreeFem++. Це середовище призначене для розв'язування крайових задач для диференціальних в частинних похідних методом скінченних елементів. FreeFem++ містить засоби для автоматичного створення скінченноелементних сіток та їх модифікації, обчислення інтегралів та розв'язування відповідних систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

Розв'язавши поставлену задачу із та без урахування вказаних факторів, маємо результати, зображені на рис. 1.

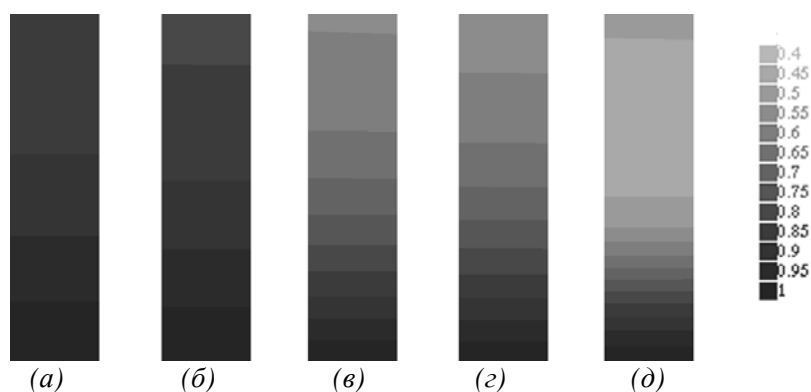


Рис.1. Розв'язок рівняння вологоперенесення: (а) – без врахування жодних змінних факторів, (б) – з врахуванням тепломасоперенесення у поровій рідині, (в) – з врахуванням тепломасоперенесення, масообміну з твердою фазою та зміни пористості ґрунту, (г) – додатково із врахуванням змінної густини порової рідини, (д) – з врахуванням усіх вказаних факторів.

Отож, можемо сказати, що зазначені вище фактори є достатньо вагомими для моделювання вологоперенесення у пористих середовищах. Чисельні експерименти показують, що найбільш вагомими факторами є зміна коефіцієнтів вологоперенесення та дифузії, а також зміни пористості середовища.

1. *Кутя Т. В.* Рівняння вологоперенесення в ґрунтах з урахуванням теплових та хімічних чинників / Т. В. Кутя, В. А. Герус, П. М. Мартинюк // Математичні методи та фізико-механічні поля. – 2017. – 55, №1.

2. *Веригин Н. Н.* Гидродинамические и физико-химические свойства горных пород. / Н. Н. Веригин, С. В. Васильев, В. С. Саркисян, Б. С. Шержуков – Москва: Недра, 1977. – 271 с.

3. *Simion A. I.* Mathematical modeling of density and viscosity of NaCl aqueous solutions / A. I. Simion, C.-G. Grigoras, A.-M. Rosu, L. Gavrilă // J. of Agroalimentary Processes and Technologies. – 2015. – Vol. 21(1). – P. 41-52.

ПОШИРЕННЯ ПЛАЗМОН-ПОЛЯРИТОННИХ ХВИЛЬ В СТРУКТУРАХ ДІЕЛЕКТРИК-МЕТАЛ-ДІЕЛЕКТРИК

Поверхневі плазмові хвилі (ППХ) є специфічним видом електромагнітних хвиль, локалізованих у міжфазній області контакту “діелектрик-метал”. Вивчення характеристик таких хвиль (спектру частот, довжини поширення, тощо) призвело до появи цілої технологічної області в матеріалознавстві та конструювання приладів побудованих на цих матеріалах [3]. Здебільшого пристрої у яких використовуються ППХ є структурами типу “діелектрик-метал-діелектрик”. Математичні моделі, які застосовуються для опису таких структур базуються на системі рівнянь Максвелла [2] з локальними зв'язками між векторами електричної індукції та напруженості електричного поля, у такий спосіб нехтуючи просторовою дисперсією діелектричної функції $\varepsilon(\vec{r}, t)$ та впливом товщини металевого прошарку на поведінку ППХ.

У цьому повідомленні розглянуто задачу про вплив товщини металевого прошарку на спектр $\omega(\vec{Q})$ (\vec{Q} - хвильовий вектор, паралельний площині поділу “діелектрик-метал”). Математична модель, яка описує згаданий ефект, базується на системі рівнянь Максвелла [2]

$$\begin{aligned} \text{rot}\vec{H}(\vec{r}, t) &= \frac{\partial\vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t} + \vec{j}(\vec{r}, t), \text{rot}\vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial\vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t}, \\ \text{div}\vec{D}(\vec{r}, t) &= -4\pi\vec{\rho}(\vec{r}, t), \text{div}\vec{B}(\vec{r}, t), \end{aligned} \quad (1)$$

із нелокальними зв'язками між векторами \vec{D} та \vec{E}

$$\begin{aligned} \vec{D}(\vec{r}, t) &= \int \int_{0V} \varepsilon(\vec{r}, \vec{r}', t-t') \vec{E}(\vec{r}', t) d\vec{r}' dt, \\ \vec{j}(\vec{r}, t) &= \int \int_{0V} \sigma(\vec{r}, \vec{r}', t-t') \vec{E}(\vec{r}', t) d\vec{r}' dt, \end{aligned} \quad (2)$$

тут $\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}', t-t')$ - тензор діелектричної функції $\sigma(\vec{r}, \vec{r}', t-t')$ - тензор динамічної провідності.

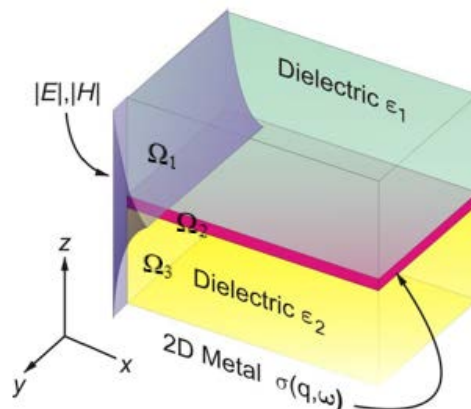


Рис.1. Схематична репрезентація структури “діелектрик-метал-діелектрик”.

Для зображеної на рис. 1 геометрії структури “діелектрик-метал-діелектрик”, використовуючи запропоновані у [1] підходи до моделювання тензорів $\varepsilon(\vec{r}, \vec{r}', t-t')$ та $\sigma(\vec{r}, \vec{r}', t-t')$, отримано та досліджено рівняння для спектру $\omega(\bar{Q})$ ППХ та проведено числове дослідження залежності $\omega(\bar{Q})$ від товщини металевого прошарку. Результатів дослідження (рис. 2) вказують на те, що товщина металевого прошарку має значний вплив на поведінку спектру $\omega(\bar{Q})$ ППХ і при $L^* \gg 1$ значення спектру прямують до відомих (для $L^* \rightarrow \infty$) у літературі результатів

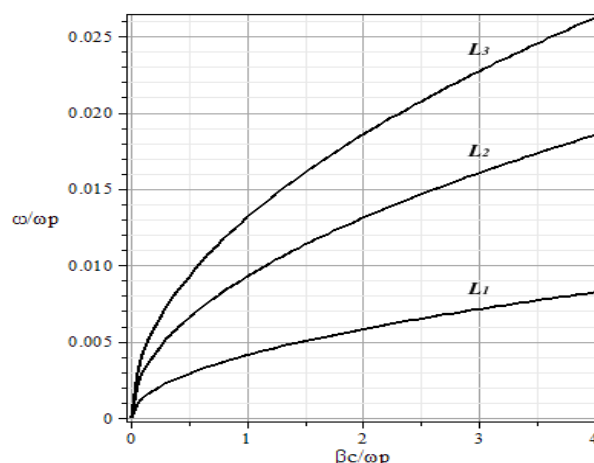


Рис.2. Результати моделювання: $L_1 - L^* \approx 189, n_F = 50$, $L_2 - L^* \approx 945, n_F = 250$, $L_3 - L^* \approx 1890, n_F = 500$.

1. Курбацкий В.П. Диэлектрический тензор низкоразмерных систем / В.П. Курбацкий // ЖЭТФ. – т.152. - № 1(7). - 2017. - С.177-188.
2. Jackson J.D. Classical Electrodynamics / J.D. Jackson // New York : John Wiley & Sons. – 1962. – P.656. -ISBN 978-0471309321
3. Mayer S.A. Plasmonics: Fundamentals and Application / S.A. Mayer // New York : Springer Science & Business Media. – 2007 – P. 223. - ISBN 0-387-33150-6.

УДК 538.9

Костробій П.П., д.ф.-м.н., професор, Рижа І.А., аспірант

(Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ОКСИДАЦІЇ ЧАДНОГО ГАЗУ НА ПОВЕРХНІ ПЛАТИНОВОГО КАТАЛІЗАТОРА

Розглянуто модель реакції каталітичного окислення чадного газу (CO) на поверхні платинового каталізатора Pt(110) для механізму Лангмюра-Гіншелвуда (ЛН) [1], яка враховує процеси перебудови поверхні каталізатора та впливу температури підложки. На відміну від існуючих моделей, поверхня каталізатора вважається плоскою з заданою

декартовою системою координат XOY. Часова еволюція поверхневих покриттів CO (u) та O (v) на поверхні каталізатора, а також частки поверхні неперебудованої структури (1×1) (w) визначається наступними кінетичними рівняннями [2]:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = p_u \kappa_u s_u \left(1 - (u/u_{sat})^3\right) - k_{des} u - k_r uv + D_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = p_v \kappa_v s_v (1 - u/u_{sat} - v/v_{sat})^2 - k_r uv, \quad (2)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = k_{ph} \left(1 + \exp\left(\frac{u_0 - u/u_{sat}}{\delta u}\right)\right)^{-1} - k_{ph} w. \quad (3)$$

Постійні швидкостей реакції, десорбції та фазового переходу залежать від температури і підпорядковуються рівнянням Арреніуса [3]:

$$k_r = k_r^0 \exp(-E_r / RT), \quad k_{des} = k_{des}^0 \exp(-E_{des} / RT), \\ k_{ph} = k_{ph}^0 \exp(-E_{ph} / RT).$$

Для повноти моделі враховано генеровані при хімічних реакціях теплові процеси. У феноменологічному формулюванні [4] рівняння теплового балансу:

$$c_p \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \kappa_{cond} \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) - \\ - 2n_{sites} \left(\Delta H_{u,ads} p_u \kappa_u s_u (1 - (u/u_{sat})^3) + \right. \\ \left. + \Delta H_{v,ads} p_v \kappa_v s_v (1 - u/u_{sat} - v/v_{sat})^2 + \Delta H_{des} k_{des} u + \Delta H_r k_r uv \right), \quad (4)$$

де n_{sites} – число активних вузлів на 1 cm^2 поверхні Pt(110) [4].

При окисленні CO на Pt(110) відбувається формування нових кристалічних площин (огранювання), яке проявляє складну кінетику. Проте його загальний вплив на динаміку процесу можна описати, використовуючи феноменологічний вираз для ступеня огранювання (z) [5]:

$$\frac{\partial z}{\partial t} = k_f uvw(1 - z) - k_t z(1 - u). \quad (5)$$

Швидкість термічного відпалу k_t залежить від температури і підпорядковується рівнянню Арреніуса:

$$k_t = k_t^0 \exp(-E_t / RT).$$

Коефіцієнт налипання кисню значно збільшується на ограненій поверхні, тому [5]:

$$s_v = s_v^{(1)} w + s_v^{(2)} (1 - w) + s_v^{(3)} z.$$

Рівняння (1)-(5) складають двовимірну математичну модель процесу окисації чадного газу на поверхні платиного каталізатора. На рис. 1 подано результати числового аналізу цієї моделі. Динаміка поверхневих покриттів має яскраву осциляційну поведінку і демонструє коливання змішаного режиму, які не вдавалось передбачити одновимірною моделлю [6] без врахування рівняння для зміни ступеня огранювання.

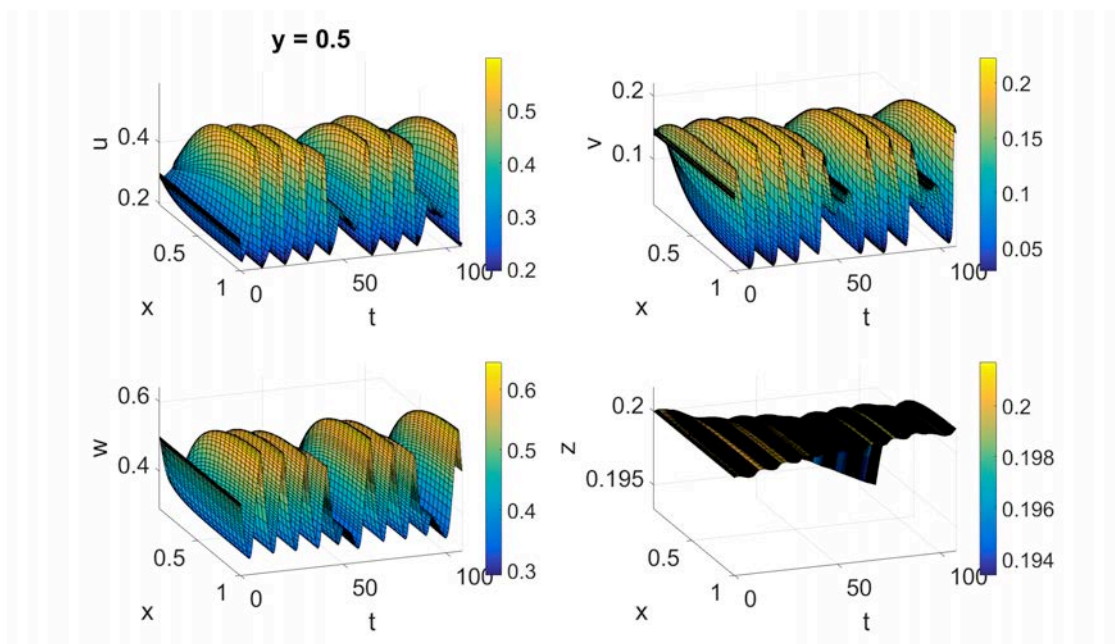


Рис.1. Залежність поверхневих покриттів СО $u(x,y,t)$, $v(x,y,t)$, частки поверхні неперевбудованої структури (1×1) $w(x,y,t)$ та ступеня огранювання $z(x,y,t)$ при $p_u = 2,65 \cdot 10^{-5}$ Торр, $p_v = 6,4 \cdot 10^{-5}$ Торр та фіксованому значенні координати $y = 0,5$.

Врахування огранювання поверхні каталізатора також приводить до зміни області стійкості реакції окислення СО (рис. 2). Як і в одновимірній моделі [6] та двовимірній моделі [2] в області стійкості реакція окислення СО на поверхні Pt-каталізатора має коливний характер.

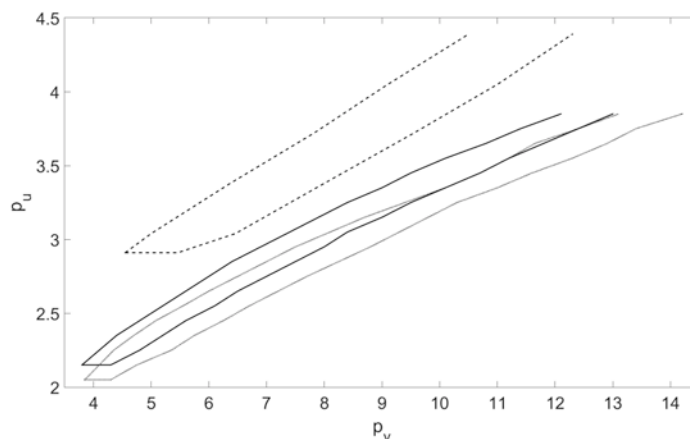


Рис.2. Діаграма стійкості реакції окислення СО в площині тисків (p_u, p_v) для двовимірної моделі (1)-(5) (суцільна лінія), двовимірної моделі без урахуванням огранювання [2] (пунктирна лінія) та одновимірної моделі [6] (штрихова лінія).

1. *Baxter R.J.* Insight into why the Langmuir-Hinshelwood mechanism is generally preferred / *Baxter R.J., Hu P.* // *J. Chem. Phys.* – Vol 116. – N 11. – 2002. – PP. 4379-4381.

2. *Kostrobij P.P.* Modeling of carbon monoxide oxidation process on the two-dimensional catalyst surface / *Kostrobij P.P., Ryzha I. A.* // *Math. Model. Comput.* – Vol 3. – N 3. – 2016. – PP. 146-162.

3. *Connors K.A.* Chemical Kinetics: The Study of Reaction Rates in Solution / *Connors K.A.* – New York: VCH Publishers, 1990. – 480 P.

4. *Cisternas Y.* CO oxidation on thin Pt crystals: Temperature slaving and the derivation of lumped models / *Cisternas Y., Holmes P., Kevrekidis I.G., Li X.* // *J. Chem. Phys.* – Vol 118. – N 7. –

2003. – PP. 3312-3328.

5. *Krischer K.* Oscillatory CO oxidation on Pt(110): Modeling of temporal self-organization / *Krischer K., Eiswirth M., Ertl G.* // *J. Chem. Phys.* – Vol 96. – N 12. – 1993. – PP. 9161-9172.

6. *Бзовська І.С.* Поверхневі структури в каталітичній реакції монооксиду вуглецю / *Бзовська І.С., Мриглод І.М.* // *Укр. фіз. журн.* – Т. 61. – №2. – 2016. – С. 140-148.

УДК 519.9

Кузьмін А.В., к.ф.-м.н., доцент

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, факультет комп'ютерних наук та кібернетики)

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОВЕРХНЕВИХ ХВИЛЬ ПРИ ОБТІКАННІ РІДИНОЮ ЗАНУРЕНОГО ТІЛА

Розглядається ідеальна нестислива рідина, що займає область: $\Omega = \{x, y, z - \infty < x < \infty, -\infty < y < 0, -\infty < z < \infty\}$, має незбурену вільну поверхню $y = 0$ та рухається зі швидкістю $W_0 = const$ в напрямку вісі x .

В потік незбуреної рідини вноситься замкнена циліндрична поверхня: $L_1 = \left\{ \begin{array}{l} x = x(t), y = y(t), 0 \leq t \leq T, \\ x(0) = x(T), y(0) = y(T), -\infty < z < \infty \end{array} \right\}$. Ω_1 - внутрішня по відношенню до замкненого контуру L_1 область, L_2 контур вільної поверхні рідини. В припущенні потенціального характеру руху збуреної рідини необхідно визначити поле вектора швидкості $\mathbf{W}(x, y)$ та форму вільної поверхні $\eta(x)$.

Математична постановка задачі

Стационарне поле вектора швидкості $\mathbf{W}(x, y)$ шукаємо у вигляді: $\mathbf{W}(x, y) = W_0 \mathbf{i}_x + \nabla \Phi(x, y)$, $\Phi(x, y)$ - потенціал вектора швидкості збуреного потоку.

Для $\Phi(x, y)$ має місце гранична задача:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, (x, y) \in \Omega / \Omega_1; \quad (1)$$

$$\left. \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right|_{L_1} = -W_0 n_x; \quad (2)$$

$$\left(W_0 + \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) \frac{d\eta}{dx} - \frac{\partial \Phi}{\partial y} \Big|_{L_2} = 0, \quad (3)$$

$$P \Big|_{L_2} = P_0, \quad (4)$$

$$\Phi(x, y) \xrightarrow{x, y \rightarrow \infty} 0, \quad (5)$$

$$\eta(-\infty) = 0. \quad (6)$$

Враховуючи інтеграл Коші – Лагранжа, умову (4) можна записати у вигляді:

$$-\frac{1}{g} \left(W_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 \right] \right) \Big|_{L_2} = \eta(x) \quad (4')$$

В припущенні малості збурень, нелінійну задачу (1) – (6) можна замінити її лінійним наближенням, лінеаризуючи умови (3) та (4') отримаємо

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = W_0 \frac{d\eta}{dx} \Big|_{y=0}, \quad (3')$$

$$\eta(x) = -\frac{W_0}{g} \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{y=0}. \quad (4'')$$

Обираючи масштаби виміру координат $x = l\bar{x}$, $y = l\bar{y}$, горизонтальної та вертикальної складових вектора швидкості $u = W_0\bar{u}$, $v = W_0\bar{v}$ та висоти хвиль $\eta = d\bar{\eta}$, де l - характерний розмір тіла, d - глибина занурення тіла, W_0 - модуль вектора швидкості потоку задача матиме наступний безрозмірний вигляд:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = 0, \quad (x, y) \in \Omega / \Omega_1, \quad (1')$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} \Big|_{L_1} = -n_x, \quad (2')$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial y} = \frac{d}{l} \frac{\partial \eta}{\partial x} \Big|_{y=0}, \quad (3'')$$

$$\eta(x) = -Fr^2 \frac{\partial \Phi}{\partial x} \Big|_{y=0}, \quad \text{де, } Fr = \frac{W_0}{\sqrt{gl}} - \text{число Фруда.} \quad (4''')$$

Зведення граничної задачі до системи інтегро-диференціальних рівнянь

Розв'язок рівняння (1'), будемо шукати у вигляді потенціалу подвійного шару

$$\Phi(M_0) = \sum_{i=1}^2 \int_{L_i} \frac{\partial}{2\pi \partial n_M} \frac{1}{|r_{M,M_0}|} g_i(M) dl_M, \quad M_0 \in \Omega / \Omega_1 \quad (7)$$

де $r_{M,M_0} = i(x_0 - x) + j(y_0 - y)$, з невідомою функцією щільності $g_i(M)$

Тоді для виконання граничних умов на вільній поверхні, та поверхні зануреного тіла має виконуватись система інтегро-диференціальних рівнянь відносно невідомих функцій $\gamma_k(M_k) = g_{k,\tau}'(M_k)$, $k=1,2$, та $\eta(x)$ де $g_{k,\tau}'(M_0)$ - похідна від щільності g_k по дотичному напрямку, яка є наслідком властивостей потенціалу подвійного шару (7).

$$-\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \gamma_1(\varphi) \frac{(y_1(\varphi_0) - y_1(\varphi))n_1^x(\varphi_0) + (x_1(\varphi_0) - x_1(\varphi))n_1^y(\varphi_0)}{(y_1(\varphi_0) - y_1(\varphi))^2 + (x_1(\varphi_0) - x_1(\varphi))^2} dl_\varphi - \quad (8)$$

$$-\frac{1}{2\pi} \int_\infty^{-\infty} \gamma_2(x_2) \frac{y_1(\varphi_0)n_1^x(\varphi_0) + (x_1(\varphi_0) - x_2)n_1^y(\varphi_0)}{(y_1(\varphi_0))^2 + (x_1(\varphi_0) - x_2)^2} dx_2 = n_1^x(\varphi_0), \varphi_0 \in [0, 2\pi)$$

$$-\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \gamma_1(\varphi) \frac{(x_0 - x_1(\varphi))dl_\varphi}{(x_0 - x_1(\varphi))^2 + y_1^2(\varphi)} - \frac{1}{2\pi} \int_\infty^{-\infty} \gamma_2(x_2) \frac{dx_2}{x_0 - x_2} = \frac{d\eta}{dx_0}, \quad x_0 \in (-\infty, \infty) \quad (9)$$

$$-\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \gamma_1(\varphi) \frac{y_1(\varphi)dl_\varphi}{y_1^2(\varphi) + (x_0 - x_1(\varphi))^2} - \frac{1}{2} \gamma_2(x_0) = -\frac{1}{Fr^2} \eta(x_0), \quad x_0 \in (-\infty, \infty) \quad (10)$$

Для знаходження розв'язку системи інтегро-диференціальних рівнянь запропонований чисельний метод коллокаційного типу [1].

Чисельний експеримент проводився для тіла еліптичної форми, яке задавалося параметричним рівнянням $x = \cos(-\varphi + \varphi_0)$, $y = -k + e \sin(-\varphi)$, $0 \leq \varphi < 2\pi$. Параметр e задає форму еліпсу, φ_0 - кут між віссю еліпса та вектором швидкості незбуреного потоку рідини, $k = d/l$ - задає співвідношення між глибиною занурення та лінійними розмірами тіла. Розрахунки проводилися для діапазонів параметрів: $1.5 \leq k \leq 5$, $1.5 \leq Fr \leq 5$.

Чисельний експеримент демонструє адекватне відтворення процесу утворення хвиль на поверхні рідини.

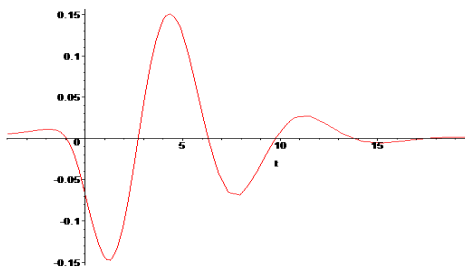


Рис. 1. Профіль поверхневої хвилі

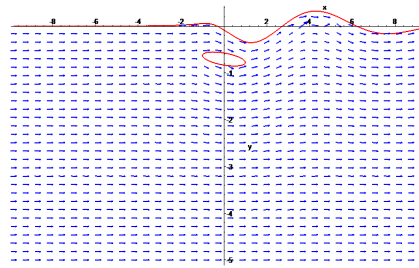


Рис. 2. Розподіл вектора швидкості

1. Кузьмін А.В. Моделювання розповсюдження поверхневих хвиль при обтіканні зануреного тіла / А.В. Кузьмін // Вісник Київського університету, Серія: Фізико-математичні науки. – №2. –2011. – С.119 - 124

УДК: 628.91: 004.942 (045)

Кулик Н.І., ст.викладач

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОФІЛЬНОЇ КРИВОЇ ВІДБИВАЧА ЗІ СВІТЛОДІОДНИМ ДЖЕРЕЛОМ ДЛЯ ЗАДАНОЇ КРИВОЇ СИЛИ СВІТЛА

Розрахунок профільної кривої відбивача за заданою кривою сили світла джерела можна здійснити за допомогою методу балансу падаючого $\Phi_{пад.}$ і відбитого $\Phi_{відб.}$ світлових потоків [1]. Результати даного методу наведені в публікаціях[2,3].

Якщо кути падаючих променів φ і величини світлових потоків в даному напрямку нам відомі, необхідний хід променів задається аналітичним виразом (наприклад, одним із стандартних типів КСС). При відомій залежності відбитих світлових променів $\Phi_{відб.}(\alpha)$ знаходимо залежність $\alpha(\Phi_{відб.})$. Задаємся відомими величинами $\Phi_{пад.}(\varphi)$ і підставляємо дані значення в залежність $\alpha(\Phi_{відб.}) = \alpha(\Phi_{пад.}(\varphi))$. Таким чином при відомих кутах φ і рівних падаючих і відбитих світлових потоках знайдені відповідні кути α .

Проблематика подальшого вирішення задачі полягає в тому, що залежність $\alpha(\varphi)$ є

набором дискретних точок у вигляді масиву $\{\alpha_i(\varphi)\}_{i=1}^m$, де m – кількість значень відповідних кутів. Щоб привести даний масив до аналітичного виразу $\alpha=f(\varphi)$, необхідно використати інтерполяцію чи апроксимацію відомими числовими методами. Для даного випадку було використано метод найменших квадратів [4].

На основі даної методики була створена математична модель в програмному середовищі Mathematica. Було обрано поліном 4 порядку. Кількість точок $r=10$.

Дану методику було застосовано для моделювання профільної кривої світлодіодного пристрою, в якості джерела світла було обрано світлодіод фірми CREE(США) СХА1507. Для світлодіоду було отримано дані від виробника в форматі файлу *.ies, що дозволяє отримати просторовий розподіл сили світла джерела.

Після знаходження аналітичного виразу $\alpha(\varphi)$ його необхідно підставити в розв'язок диференціального рівняння. Дане рівняння було вирішене в програмному середовищі Mathematica при початковому значенні $r=r_0$ і має наступний вираз

$$r(\varphi) = r_0 \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sec\left(\frac{\varphi - \alpha}{2}\right)^2$$

Підставивши замість α його функцію $\alpha(\varphi)$, отримаємо рівняння профільної кривої $r(\varphi)$ у вигляді полінома 4 степеня.

При формуванні r_0 розроблена наступна методика

$$r_0 = \sqrt{\frac{D_0^2}{2} + F^2},$$

де D_0 – діаметр меншого отвору відбивача, F – глибина розміщення джерела світла відносно меншого отвору відбивача.

Для порівняння отриманих за допомогою двох вищенаведених методів результатів було побудовано профільні криві відбивача (рис.1).

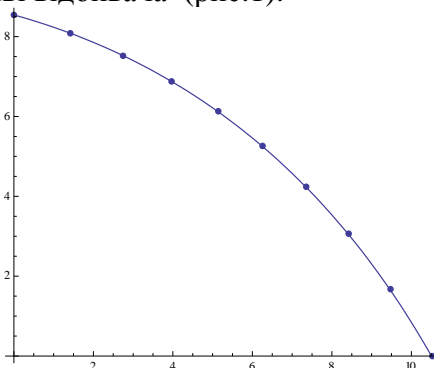


Рис. 1. Порівняння результатів методу Рунге-Куты та апроксимації

Як видно з рисунку 1, результати двох методів співпадають. Проте, при використанні аналітичної форми профільної кривої, спрощується розрахунок ходу променів через оптичну систему.

В результаті математичного моделювання було отримано було отримано неперервну функцію профільної кривої відбивача у формі степеневого полінома.

1. Трембач В.В. Световые приборы. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 1990. – 463 с.

2. Кулик Н.І. Математичне моделювання світлодіодного приладу в середовищі Mathematica/ Н.І. Кулик // ПОЛІТ. СУЧАСНІ ПРОБЛЕМИ НАУКИ: тези доповідей XII міжнародної науково-практичної конференції студентів та молодих учених. К.: НАУ, – 2012. – С. 233.

3. Кулик Н.І. Перехід від сферичної до декартової системи координат для поверхні

обертання/ Н.І.Кулик // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси: матер. VIII міжнар. науково-техн.конф. – К. : НАУ – 2015р. – С.169-170.

4. Васильєв В.В. Математичне і комп'ютерне моделювання процесів і систем: Апроксимація сигналів із застосуванням системи Mathematica: Навчальний посібник / В.В.Васильєв, Л.О.Сімак. – К.: НАН України, 2007. – 127с.

УДК 519.633.2

**Ляшенко В.П., д.т.н., професор, Кобильська О.Б., к.ф.-м.н, доцент,
Демянченко О.П., старший викладач**

(Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського, м. Кременчук, Україна, Азовський морський інститут Національного університету «Одеська морська академія», м. Маріуполь, Україна)

МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕПЛООБМІНУ З УМОВАМИ ІМПЕДАНСНОГО ТИПУ У БАГАТОШАРОВИХ ОБЛАСТЯХ

У математичних моделях теплообміну та дифузії у багатошарових канонічних та неканонічних областях часто приходиться розв'язувати задачі з граничними умовами третього роду [1]. Якщо тіло, що обмежене областю Ω має ізотропні теплофізичні властивості, а його поверхня $\bar{\Omega} \in \Omega$ поглинає або випромінює тепло за законом Ньютона, або Стефана–Больцмана, гранична умова, що описує таку теплову взаємодію між тілом і оточуючим його середовищем має вигляд:

$$\lambda \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\bar{\Omega}} = \pm \left[\alpha (u_c - u) + \varepsilon \sigma (u_c^4 - u^4) \right]. \quad (1)$$

У багатошарових областях з різними теплофізичними характеристиками шарів умова (1) може змінюватися і приймати більш складний вигляд. Тут можна розглядати два види контакту між шарами – щільний і не щільний тепловий контакт. При нещільному тепловому контакті шарів форма умови третього роду (1) не змінюється і приймає вигляд

$$\lambda_i \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Omega_i} = \pm \left[\alpha_i (u_{c_i} - u) + \varepsilon_i \sigma (u_{c_i}^4 - u^4) \right], \quad (2)$$

де $\lambda_i, \alpha_i, \varepsilon_i, \sigma$ – відповідні коефіцієнти теплопровідності, тепловіддачі, ступеня чорноти шарів та стала Стефана – Больцмана. При щільному тепловому контакті шарів форма умови третього роду (1) змінюється. З'являється умова четвертого роду – умова спряження, яка складається з рівності теплових потоків та рівності температур на межі областей щільного теплового контакту. Умовою для визначення теплових потоків при щільному контакті є умова теплового балансу одного із сусідніх шарів.

$$\lambda_i \operatorname{div}(\operatorname{grad} u) - c_i \rho_i \frac{\partial u}{\partial t} \pm w(P, u, t) = 0, \quad (3)$$

де $c_i, \rho_i, w(P, u, t)$ – теплоємність, щільність матеріалу шару та щільність джерел тепла, що діють у шарі

$$\lambda_i \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Omega_i} = \lambda_{i+1} \frac{\partial u}{\partial n} \Big|_{\Omega_{i+1}}. \quad (4)$$

Розглянемо обмежену двошарову циліндричну область з різними теплофізичними

властивостями шарів. З фізичної точки зору її можна розглядати як один сталый валок прокатного стану із зносостійким покриттям, який застосовується під час прокатки металевої стрічки. Тому температурне поле такого циліндричного валка доцільно розглядати як температурне поле двошарового циліндра. Для визначення температурного розподілу $T(r, z, \varphi, t)$ у такому складеному циліндрі приходимо до наступної крайової задачі на спряження в області $\Omega \times t = \{(r, z, \varphi, t) | 0 < r < R, 0 < z < l, 0 < \varphi < 2\pi, t > 0\}$

$$\lambda_{1,2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \lambda_{1,2} \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \lambda_{1,2} \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2} - c_{1,2} \rho_{1,2} \frac{\partial T}{\partial t} = \begin{cases} -w, & \forall R - \delta \leq r < R, \\ 0, & \forall 0 < r < R - \delta \end{cases} \quad (5)$$

$$T(r, 0, t) = T(r, z, 0) = T_0, \quad T(r, z, l) = T_l, \quad (6)$$

$$\lambda_1 T_r(R - \delta - 0, z, \varphi, t) = \lambda_2 T_r(R - \delta + 0, z, \varphi, t), \quad (7)$$

$$T(1 - \delta - 0, z, \varphi, t) = T(1 - \delta + 0, z, \varphi, t), \quad (8)$$

$$\lambda_1 T_r(R, z, \varphi, t) = -\alpha(T - T_c) - \varepsilon \sigma(T^4 - T_c^4), \quad T_r(0, z, \varphi, t) = 0, \quad (9)$$

$$T(r, \varphi + 2\pi, t) = T(r, \varphi, t), \quad (10)$$

де $\lambda_{1,2}, c_{1,2}, \rho_{1,2}, \rho_0, \beta, \alpha, \varepsilon, \sigma$ – відповідні теплофізичні характеристики та параметри матеріалів шару покриття та основного тіла валка.

Розглянуто методи побудови умов імпедансного типу для рівняння теплопровідності у двошаровій циліндричній області на межі розділу середовищ з різними теплофізичними характеристиками.

1. Ляшенко В.П., Кобильська О.Б., Дям'янченко О.П. Математичні моделі теплообміну з умовами імпедансного типу у багатошарових областях // Вісник Кременчуцького національного університету імені Михайла Остроградського. – Кременчук: КрНУ, 2017. – Вип. 6/2017 (106), – С. 21–27.

УДК 519.6

Ляшко Н.І., к.т.н., науковий співробітник, Бондар Т.Г., аспірант, Бондар О.С., аспірант

(Інститут кібернетики імені В.М. Глушкова НАН, м. Київ, Україна)

СТІЙКІСТЬ ОРБИТАЛЬНОГО РУХУ НАМАГНІЧЕНОЇ ДЗИГИ В ЗОВНІШНЬОМУ МАГНІТНОМУ ПОЛІ

Математична модель симетричної дзиги досі залишається об'єктом досліджень [1]. Застосування теоретико-групових методів гамільтонової механіки до цієї класичної моделі [1,2] в зовнішньому магнітному полі дозволяє дослідити магнітні орбітальні системи.

Канонічна структура Пуассона на $T^*SE(3)$ є поширеним методом опису симетричної

дзиги. Ця структура інваріантна щодо правого дії групи $SO(3)$, але гамільтоніан симетричної дзиги інваріантний тільки до правої дії підгрупи S^1 , що відповідає обертанню навколо осі симетрії симетричної дзиги.

Таким чином, цю Пуассонову структуру отримано як редукцію $T^*SE(3)/S^1$ [3]:

$$\begin{cases} \{x_i, p_j\} = \delta_{ij}; \\ \{v_i, v_k\} = 0; \\ \{\pi_i, v_j\} = \varepsilon_{ijl} v_l; \\ \{\pi_i, \pi_j\} = \varepsilon_{ijl} \pi_l \end{cases} \quad (1)$$

для гамільтоніану

$$h((\mathbf{x}, \mathbf{p}), (\mathbf{v}, \boldsymbol{\pi})) = \frac{1}{2M} \mathbf{p}^2 + \frac{1}{2I_1} \boldsymbol{\pi}^2 + V(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \quad (2)$$

Запропоновано рівняння руху $\dot{\mathbf{f}} = \{\mathbf{f}, h\}$, що моделюють широкий клас математичних моделей взаємодії дзиги з аксіально-симетричним зовнішнім полем:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \frac{1}{M} \mathbf{p}; \\ \dot{\mathbf{p}} = -\nabla^x V(\mathbf{x}, \mathbf{v}); \\ \dot{\mathbf{v}} = \frac{1}{I_{\perp}} \boldsymbol{\pi} \times \mathbf{v}; \\ \dot{\boldsymbol{\pi}} = \nabla^v V(\mathbf{x}, \mathbf{v}) \times \mathbf{v}. \end{cases} \quad (3)$$

Зауважемо, що чисельне моделювання навіть порівняно простих динамічних систем з магнітною взаємодією призводить до необхідності залучення значних обчислювальних ресурсів.

Використання ґрид і хмарних технологій дозволяє вирішити цю проблему та відкриває перспективи дослідження більш складних динамічних систем [4].

Поєднання метода Монте-Карло, ґрид і хмарних технологій для паралельних обчислень дозволило провести широке дослідження стійкості квазіперіодичних рухів намагніченого асиметричного твердого тіла в зовнішньому магнітному полі.

Використання кватерніонних змінних для опису гамільтонової динаміки асиметричного твердого тіла суттєво поліпшує чисельне моделювання та підвищує ефективність дослідження [5-10].

1. Lewis D. The heavy top: a geometric treatment / D. Lewis, T. Ratiu, J. C. Simo, J. E. Marsden // Nonlinearity. – Issue 1. – N 5. – 1992. – PP. 1-48.

2. Marsden J., Ratiu T. Introduction to mechanics and symmetry. – New York: Springer, 1999. – 553 p.

3. Зуб С.И. Математическая модель взаимодействия симметричного волчка с аксиально-симметричным внешним полем / С.И. Зуб, С.С. Зуб, В.С. Ляшко, Н.И. Ляшко, С.И. Ляшко // Кибернетика и системный анализ – т. 53, – №3. – 2017. – С.3-17.

4. Lyashko S.I. Generalized Solutions and Optimal Controls in Systems Describing the Dynamics of a Viscous Stratified Fluid / Lyashko S. I., Nomirovskii D. A. // Differential Equations. – Vol 39. – N 1. – 2003. – PP. 90-98.

5. Зуб С.С. Динамічні системи для пошуку найближчих пар на двох гладких кривих в евклідовому просторі / С.С. Зуб, Н.І. Ляшко, В.В. Семенов // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – №1 (124). – 2017. – С. 43-51.

6. Ляшко С.И. Исследование устойчивости орбитального движения намагниченого асимметричного тела во внешнем магнитном поле / С.И. Ляшко, С.И. Зуб, С.С. Зуб, В.С. Ляшко, А.Ю. Чернявский // Журнал обчисл. та прикл. матем. – 2016. – т. 121, № 1. – С. 65-77.

7. Ляшко С.И. Грид и облачные технологии для моделирования движения намагниченного асимметричного тела во внешнем магнитном поле / С. И. Ляшко, С. И. Зуб, С. С. Зуб, Н. И. Ляшко, А.Ю. Чернявский // Доповіді НАН України. Інформатика та кібернетика. – № 9. – 2016. – С. 29-36.

8. Зуб С.С. Зв'язок канонічної пуассонової та Лі-Пуассонової структур для гамільтонового формалізму в кватерніонних змінних / С. С. Зуб, С. І. Зуб // Вісник Київського нац. унів. – № 4. – 2015. – С. 131-138.

9. Зуб С.С. Каноническая пуассонова структура на $T^*SE(3)$ и гамильтонова механика твердого тела. Динамика магнитного диполя во внешнем поле /С.С. Зуб // Доп. НАН України. Інформатика та кібернетика. –№ 4. – 2014. – С. 37-42.

10. Зуб С.С. Возможность устойчивых траекторий в магнитно-дипольных конфигурациях / С. С. Зуб // Журнал обчисл. та прикл. матем. – т. 115, № 1. – 2014. – С. 113-118.

УДК 519.6

**Ляшко С.І., д.ф.-м.н., професор, Зуб С.І., провідний науковий співробітник,
Зуб С.С. д.ф.-м.н., старший науковий співробітник**

(Київського національного університету імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

ГЕОМЕТРИЧНИЙ ІНТЕГРАТОР ДЛЯ ГАМІЛЬТОНОВИХ РІВНЯНЬ РУХУ АСИМЕТРИЧНОГО ТВЕРДОГО ТІЛА

В роботах [1,2] представлено основні теоретичні результати по застосуванню кватерніонів в гамільтоновій динаміці твердого тіла.

Для гамільтоніана досить загального вигляду

$$H((x, p), (q, M)) = \frac{1}{2m} p^2 + \frac{1}{8} M \Pi^{-1} M + V(x, q),$$

де m – маса тіла, Π – діагональна матриця тензора інерції в системі, яка пов'язана з тілом, було отримано рівняння руху твердого тіла (в «змішаному» представленні [3]):

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{1}{m} p; \\ \dot{p} = -\partial_x V; \\ \dot{q} = \frac{1}{2} q \Omega \rightarrow q^{-1} \dot{q} = \frac{1}{2} \Omega; \\ \dot{M} = -\mathfrak{Z}(\Omega M + q^{-1} \nabla^{(q)} V), \end{cases} \quad (1)$$

де $\mathfrak{Z}(\)$ – уявна частина кватерніона; x_i – координати центру мас твердого тіла, $q = (q_0, \mathbf{q})$ – одиничний кватерніон, що описує поворот від фіксованої (інерціальної) системи відліку до системи відліку, яка пов'язана з тілом, p_i – компоненти імпульсу тіла, M_i – компоненти моменту імпульсу в системі відліку, яка пов'язана з тілом.

Маємо поступальні ступені вільності, які дано в інерціальній системі відліку, а обертальні – в системі відліку, яка пов'язана з тілом, тобто в «змішаному» представленні.

Особливо важливим є застосування геометричних інтеграторів при дослідженні стійкості систем, які зберігають енергією (зокрема при моделюванні на великих часових інтервалах), але не менш важливо, що в нашому випадку зберігається ще й функція Казимира $q_0^2 + \mathbf{q}^2 = 1$. Порушення цієї умови означає вихід за межі розгляду твердого тіла.

Зазвичай використовують матричний спосіб опису твердого тіла, але ми використовуємо кватерніони, що з одного боку дозволяє істотно спростити контроль за

ортогональністю рухомого базису асиметричного твердого тіла, а з іншого вимагає знаходження аналітичного рішення 3-го рівняння системи (1). Рішення системи ЗДУ на одному кроці інтегрування розділяється на послідовне інтегрування рівнянь руху з гамільтоніанами, які співпадають з потенційною та з кінетичною енергіями відповідно. Причому кінетична частина системи рівнянь інтегрується повністю аналітично, а для інтегрування частини, яка пов'язана з потенційною енергією, застосовується чисельний метод інтегрування 2-го порядку [4]. Аналітичне рішення рівняння

$$\dot{q} = q \frac{\Omega}{2},$$

де $\Omega = \text{const}$ – чистий кватерніон, має вигляд

$$q(t) = q(t_0) \exp\left(\frac{\Omega(t-t_0)}{2}\right). \quad (2)$$

Примітка: Функція \exp повністю визначається наступними властивостями:

$$\begin{cases} \exp\left(\frac{\Omega}{2}t_1\right) \exp\left(\frac{\Omega}{2}t_2\right) = \exp\left(\frac{\Omega}{2}(t_1 + t_2)\right); \\ \exp(0) = 1. \end{cases} \quad (3)$$

Виходячи з властивостей (3), неважко перевірити справедливність наступного співвідношення:

$$\exp\left(\frac{\Omega(t-t_0)}{2}\right) = \cos\left(\frac{|\Omega|(t-t_0)}{2}\right) + \sin\left(\frac{|\Omega|(t-t_0)}{2}\right) \frac{\Omega}{|\Omega|}.$$

Рішення ж рівняння

$$\dot{x} = \frac{1}{m} p$$

має вигляд

$$x(t) = x(t_0) + \frac{p(t_0)}{m}(t - t_0). \quad (4)$$

Таким чином (2) та (4) дають вирази для нашого геометричного інтегратора в кватерніонному представленні.

1. Zub S.S. Quaternions in Hamiltonian dynamics of a rigid body – Part I [Електронний ресурс] / S.S. Zub, S.I. Zub // Cornell University Library. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: <http://arxiv.org/abs/1508.02916>.

2. Zub S.S. Quaternions in Hamiltonian dynamics of a rigid body – Part II. Relation of canonical Poisson and Lie-Poisson structures [Електронний ресурс] / S.S. Zub, S.I. Zub // Cornell University Library. – 2015. – Режим доступу до ресурсу: <http://arxiv.org/abs/1508.04005>.

3. Зуб С.С. Каноническая пуассонова структура на $T^*SE(3)$ и гамильтонова механика твердого тела. Динамика магнитного диполя во внешнем поле / С.С. Зуб // Доповіді Національної академії наук України. --- 2014. – №4. – С. 37-42.

4. Ляшко С.И. Исследование устойчивости орбитального движения намагниченного асимметричного тела во внешнем магнитном поле / С.И. Ляшко, С.И. Зуб, С.С. Зуб, В.С. Ляшко, А.Ю. Чернявский // Журнал обчисл. та прикл. матем. – 2016. – т. 121, № 1. – С. 65-77.

УДК 627.324.2/3:532.72

Мічута О.Р., к.т.н., Матус С.К., к.т.н., доцент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ АДСОРБЦІЇ (ДЕСОРБЦІЇ) НА ПРОЦЕСИ КОНСОЛІДАЦІЇ ҐРУНТІВ В ДВОВИМІРНІМУ ВИПАДКУ

Розглянемо процес консолідації масиву ґрунту в області Ω під впливом миттєво прикладеного незмінного у часі зовнішнього навантаження з урахуванням впливу адсорбції (десорбції) та неізотермічних умов (див. рис. 1).

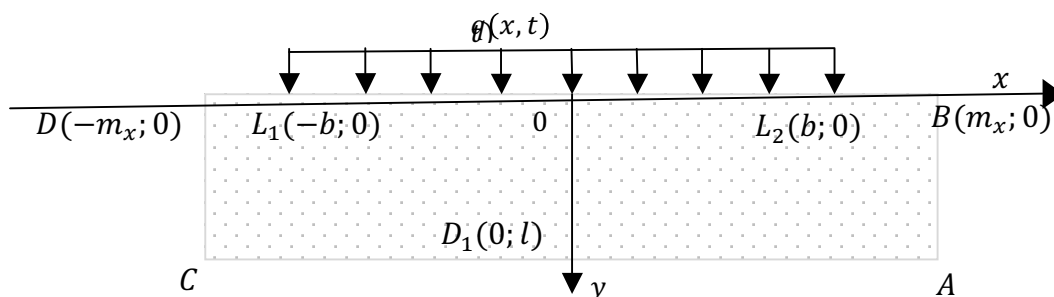


Рис.1. Консолідація масиву ґрунту в області з фіксованими межами під впливом прикладеного зовнішнього навантаження

Математична модель вищенаведеної задачі в загальноприйнятих позначеннях може бути описана наступною крайовою задачею [1, 2]:

$$\mu_e \frac{\partial h}{\partial t} = \text{div}(K(\mathbf{c}, T) \nabla h), \quad (1)$$

$$\text{div}(\mathbf{D} \nabla c) + \text{div}(\mathbf{D}_T \nabla T) - (\mathbf{u}, \nabla c) = \sigma \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial N(\mathbf{c}, T)}{\partial t}, \quad (2)$$

$$\text{div}(\lambda \nabla T) - \rho C_\rho (\mathbf{u}, \nabla T) = C_T \frac{\partial T}{\partial t}, \quad (3)$$

$$\frac{\partial N}{\partial t} = \gamma_1 (c \sigma - \alpha N). \quad (4)$$

Дана задача доповнюється початковими та граничними умовами.

Чисельний розв'язок вищенаведеної нелінійної крайової задачі знайдено методом скінченних різниць. При проведенні і аналізі чисельних результатів було враховано ряд експериментальних та теоретичних залежностей. Зокрема, в таблиці наведено врахована залежність концентрації граничного насичення солі C_m від температури.

Таблиця. Залежність $C_m(T)$

$T, ^\circ C$	0...19	20...24	25...29	30...39	40...50
$C_m(T), \frac{g}{l}$	357	359	360	361	364

Прийнята наступна залежність коефіцієнта фільтрації від концентрації сольового розчину [3]:



$$k(c, T) = a_5 \cdot \left(\frac{c}{C_m(T)} \right)^5 + a_4 \cdot \left(\frac{c}{C_m(T)} \right)^4 + a_3 \cdot \left(\frac{c}{C_m(T)} \right)^3 + a_2 \cdot \left(\frac{c}{C_m(T)} \right)^2 + a_1 \cdot \left(\frac{c}{C_m(T)} \right) + a_0,$$

де $a_5 = 0,042557151$, $a_4 = -0,12857957$, $a_3 = 0,140291508$, $a_2 = -0,0643274$, $a_1 = 9,345668647 \cdot 10^{-3}$, $a_0 = 0,0010339$.

Кінетичний коефіцієнт α визначався за формулою (див. роботи Веригіна М.М.):

$$\alpha(T) = \frac{C_m(T)n_0}{N_{\max}}$$

Окрім цього враховано залежність коефіцієнта дифузії речовин від швидкості фільтрації у формі:

$$D(\mathbf{X}, c, T) = D_0 + \alpha_0 |u|,$$

де α_0 - параметр, що відображає залежність коефіцієнта конвективної дифузії від швидкості фільтрації, D_0 - початкове значення коефіцієнта конвективної дифузії.

Виявлено, що врахування процесів адсорбції (десорбції) сповільнює розсіювання надлишкових напорів, а, отже, може змінити прогнози розрахунки просідання ґрунту

1. *Власюк А. П.* Математичне моделювання консолідації ґрунтів при фільтрації сольових розчинів в неізотермічних умовах / А.П.Власюк, П.М.Мартинюк. – Рівне: Вид-во НУВГП, 2008. – 416 с.

2. *Мічута О. Р.* Математическое моделирование влияния химической суффозии на фильтрационную консолидацию засоленных грунтов в неізотермических условиях / О. Р. Мічута, А. П. Власюк, П. Н. Мартинюк // Математическое моделирование. – 2013. – Т. 25, № 2. – С. 3-18.

3. *Мічута О. Р.* Математичне моделювання фільтраційної консолідації засоленних ґрунтів при залежності концентрації граничного насичення від температури / О. Р. Мічута, А. П. Власюк, П. М. Мартинюк // Вісник НУВГП. Сер. технічні науки. – 2010. – Вип. 4 (52). – С. 194-201.

УДК 539.3

Музичук К.П., к.т.н.

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КОНТАКТНОЇ ВЗАЄМОДІЇ ЗАМКНЕНОГО ПРУЖНОГО КІЛЬЦЯ З КОЛОВИМ КОНТУРОМ В ІЗОТРОПНІЙ ПЛАСТИНЦІ

Пресові з'єднання знаходять широке застосування в різних галузях машинобудування. На їх міцність і довговічність значною мірою впливає концентрація напружень на лінії сполучення контактуючих елементів. У залежності від величини натягу та характеру дії зовнішніх силових факторів повний контакт у таких з'єднаннях

може порушуватися в одній чи більше точках, що викликає швидку поломку деталі, яка експлуатується. Дослідження напружено-деформованого стану пресових з'єднань з гарантованим натягом науковцями вже проводилися. Актуальним лишається питання визначення характеру контактної взаємодії тіл у пресових з'єднаннях з зазором.

Розглянемо нескінченну ізотропну пластинку товщиною $2h$ з отвором, контур якого γ має форму круга радіусом $\rho_0 = 1$. Систему прямокутних (x, y) і полярних (ρ, λ) координат оберемо так, щоб початок відліку співпадав з центром отвору, а полярна вісь з віссю абсцис.

В отвір пластинки з натягом Δ запресовано пружне замкнене кільце сталого поперечного перерізу $b_0 \times 2h_0$ (b_0 – ширина кільця; $2h_0$ – його висота). Вважаємо, що величина Δ має порядок пружних зміщень.

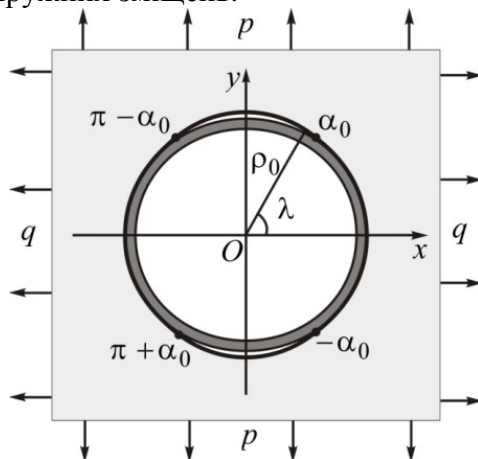


Рис. 1. Розрахункова схема пластинки

Нехай пластинка перебуває в умовах однорідного напруженого стану, створеного на нескінченності рівномірно розподіленими зусиллями p і q (рис. 1), які діють в напрямках координатних осей. При заданому силовому навантаженні та враховуючи, що $0 \leq \Delta < \Delta_{\min}$ (Δ_{\min} – мінімальний натяг, за якого порушується повний контакт між пластинкою та кільцем), на лінії взаємодії пластинки та кільця будуть виникати дві центральносиметричні ділянки контакту $\gamma_1 = [-\alpha_0; \alpha_0] \cup [\pi - \alpha_0; \pi + \alpha_0]$ та відставання $\gamma_2 = [\alpha_0; \pi - \alpha_0] \cup [\pi + \alpha_0; -\alpha_0]$, де $-\alpha_0, \alpha_0, \pi - \alpha_0, \pi + \alpha_0$ – полярні кути кінців зон контакту. Будемо вважати, що контакт між пластинкою та кільцем гладкий.

Розв'язання задачі полягає у встановленні величини і положення ділянок контакту, визначенні контактних зусиль на контурі отвору пластинки, компонент напруженого стану в кільці та дослідженні впливу на ці величини значення Δ .

Граничні умови задачі обираємо у вигляді рівності кривин пластинки і кільця на ділянках контакту. За відсутності сил тертя їх можна подати у вигляді:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\lambda(\lambda) - \frac{d}{d\lambda} V(\lambda) - \varepsilon_\lambda^\kappa(\lambda) + \frac{d}{d\lambda} V^\kappa(\lambda) &= \Delta, \quad \lambda \in \gamma_1; \\ T_\rho(\lambda) &= 0, \quad \lambda \in \gamma_2; \\ S_{\rho\lambda}(\lambda) &= 0, \quad \lambda \in \gamma. \end{aligned} \quad (1)$$

Тут ε_λ, V – відносна осьова пружна деформація контуру γ і кут пружного повороту нормалі до нього в пластинці; $\varepsilon_\lambda^\kappa$ – відносне видовження зовнішнього волокна кільця, яке контактує з пластинкою; V^κ – кут повороту нормального перерізу кільця; $T_\rho, S_{\rho\lambda}$ – нормальні і дотичні контактні зусилля.

Формули для визначення компонент тензора деформації пластинки і кільця [1], [2] для розглядуваної задачі мають вигляд:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\lambda &= \frac{1}{2Eh} \left[(1-\nu)T_\rho(\lambda) - \frac{2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_\rho(t) dt + (p+q) - 2(p-q)\cos 2\lambda \right]; \\ V &= \frac{1}{2Eh} \left[-\frac{2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_\rho(t) \operatorname{ctg}(\lambda-t) dt + 2(p+q)\sin 2\lambda \right]; \\ \varepsilon_\lambda^\kappa &= \frac{N}{E_0F} + (1-r_0) \frac{RL_b}{E_0J}; \quad \frac{dV^\kappa}{d\lambda} = \frac{RL_b}{E_0J} + \frac{N}{E_0F}, \quad \lambda \in \gamma, \end{aligned} \quad (2)$$

де E , ν – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки; N , Q , L_b – поздовжня і поперечна сили та згинальний момент, які виникають у довільному поперечному перерізі кільця; E_0F – жорсткість кільця на розтяг (стиск); E_0J – жорсткість кільця на згин; E_0 – модуль матеріалу кільця на розтяг (стиск); R – радіус кривини осі кільця; r_0 – радіус кривини нейтрального для чистого згину волокна кільця.

У співвідношеннях (2) враховано подвійну симетрію задачі відносно координатних осей.

Підстановка (2) в граничні умови (1) призводить до одного інтегрально-диференціального рівняння

$$\begin{aligned} (1-\nu)T_\rho(\lambda) - \frac{2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_\rho(t) dt + \frac{2}{\pi} \frac{d}{d\lambda} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} T_\rho(t) \operatorname{ctg}(\lambda-t) dt + 2Ehr_0 \frac{RL_b}{E_0J} = \\ = 2Eh\Delta - (p+q) + 6(p-q)\cos 2\lambda, \quad \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0]. \end{aligned} \quad (3)$$

Рівняння (3) доповнюємо умовами рівноваги кільця [1], які зв'язують контактні зусилля з величинами N , Q , L_b :

$$\begin{aligned} N(\lambda) - \frac{dQ(\lambda)}{d\lambda} = T_\rho(\lambda); \quad Q(\lambda) + \frac{dN(\lambda)}{d\lambda} = 0; \\ \frac{dL_b(\lambda)}{d\lambda} - (1-\eta)Q(\lambda) = 0, \quad \lambda \in \gamma, \end{aligned} \quad (4)$$

де $\eta = b_0/2$ – відстань від центру ваги перерізу кільця до відповідної точки контуру γ .

Співвідношення (3)-(4) визначають математичну модель поставленої задачі у вигляді системи чотирьох інтегрально-диференціальних рівнянь для визначення величин T_ρ , N , Q , L_b .

Її точний розв'язок знайти неможливо. Для наближеного розв'язання цієї системи використовуються числові методи механічних квадратур і колокації [2].

1. Сяський А. Застосування методу сил для статичного розрахунку замкнених криволінійних стрижнів / А. Сяський, Н. Шевцова // Вісник ТНТУ, — Тернопіль : ТНТУ, 2015 — Т. 79. — № 3. — С. 24-30.

2. Сяський А. Часткове симетричне підсилення криволінійного отвору в нескінченній пластинці / А. Сяський, Ю. Батишкіна // Вісник ТДТУ, — Тернопіль : ТДТУ, 2004. — Т. 9. — № 2. — С. 5-12.

УДК 519.633.2

Олевський В.І., д.т.н., професор¹, Олевська Ю.Б., к.ф.-м.н., доцент²

¹Український державний хіміко-технологічний університет, м. Дніпро, Україна,

²Національний гірничий м. Дніпро, Україна)

ВИКОРИСТАННЯ НЕЧІТКИХ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗПІЗНАВАННЯ ВИСОКОМОЛЕКУЛЯРНИХ РЕЧОВИН

Останнім часом в біологічних науках і медицині все більшої популярності набувають доказові (evidence-based) методи обробки експериментальних даних [1, 2]. Основою досліджень в області популяційної генетики є обробка і аналіз експериментальних даних, що дозволяє перевірити висунуті гіпотези і виявити нові ефекти в генотипі популяції. Існуючі методи розпізнавання високомолекулярних речовин, наприклад, шляхом гель-електрофорезу білків в денатуруючих умовах, засновані на наближених методиках порівняння контрастності електрофореграм з еталонним розчином відомих речовин [3, 4]. Для підвищення точності і обґрунтованості висновків про виявлення нових білків також доцільно перейти до нечітких методів.

Розглянемо існуючу методику визначення молекулярної маси білків при електрофорезі в поліакриламідному гелі (ПААГ) після обробки концентрованим розчином аніонного детергента додецилсульфата натрію (SDS) в присутності β -меркаптоетанолу. Білок, структура якого складається з декількох субодиниць, розпадається на окремі поліпептидні ланцюги. Білки з кожної субодиниці утворюють один поліпептид. Взаємодія поліпептидів з SDS надає їм негативний заряд, що забезпечує їх рух до анода при електрофорезі в ПААГ. Вважається, що в цьому випадку може бути використана лінійна модель залежності між десятковим логарифмом молекулярної маси білків Mr і їх електрофоретичною рухливістю u виду

$$u = A - B \lg Mr,$$

де A і B – коефіцієнти, які залежать від умов експерименту.

Рухливість поділюваних поліпептидів спадає зі збільшенням їх молекулярної маси. Коефіцієнти моделі визначають шляхом обробки даних експерименту методом найменших квадратів. За результатами експерименту з урахуванням відомих молекулярних мас маркерів будується наближена залежність $\lg Mr$ від рухливості білка Rf . При правильно обраній пористості гелю така залежність близька до лінійної [3, 4]. Похибка методу в наведеній постановці не визначена, але оціночно становить $\pm 10\%$. Цього цілком достатньо для якісного аналізу суміші неоднорідних білків. Але при генетичних дослідженнях іноді необхідно підтвердити або спростувати наявність мутованого білка, близького за молекулярною масою до відомого. В цьому випадку потрібно підвищити точність розрахунків і визначити ймовірність або ступінь приналежності гіпотези про рівність їх молекулярних мас.

Джерелом невизначеності при побудові моделі служить неточність визначення положення смуг на електрофореграмі (рис. 1), що не дозволяє коректно застосувати статистичні методи оцінювання.

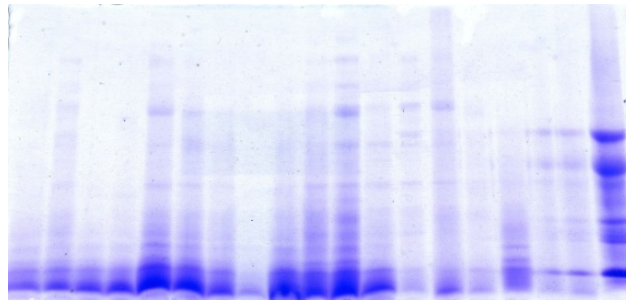


Рис.1. Електрофореграма білків дощових черв'яків

У даній роботі розглядається задача побудови нечіткої регресійної моделі за вибіркою даних з чіткими входами і нечітким виходом методом [5]. Кожній точці факторного простору ставиться у відповідність нечітке число з параметричною функцією приналежності. Залежність параметрів цієї функції приналежності від факторів, що впливають, описується чіткими моделями.

Розглядається відображення вектора $X = \{x_i\}_{i=1}^n$ чітких числових значень впливових факторів у нечітке значення функції відгуку \tilde{y} :

$$X \rightarrow \tilde{y} = \int_{y \in [\min y, \max y]} \mu(\tilde{y}, y) / y,$$

де $\mu(\tilde{y}, y)$ – функція приналежності числа \tilde{y} на носії $[\min y, \max y]$.

Припустимо, що на всьому факторном просторі шукане нечітке число y можна описати параметричною функцією приналежності одного типу. Позначимо цю функцію приналежності $mf(y, Z)$, де Z – вектор параметрів функції приналежності. Залежність $Z = f(X, P)$ опишемо системою регресійних моделей з коефіцієнтами P , кожна з яких пов'язує фактори з одним параметром функції приналежності числа y , отримаємо залежність виду $mf(y, Z) = mf(y, f(X, P))$. Нечітка навчальна вибірка задається як m пар даних (X_r, \tilde{y}_r) , $r \in \overline{1, m}$, де $X_r = \{x_{ri}\}_{i=1}^n$ – вхідний вектор в r -му рядку вибірки, $\tilde{y}_r = \int_{y \in [\min y, \max y]} \mu(\tilde{y}_r, y) / y$ – вихід у вигляді нечіткого числа.

Для поставленої задачі навчальна вибірка задається значеннями атомних мас маркерів і нечіткою відстанню їх відносної електрофоретичної активності.

Завдання нечіткого регресійного аналізу по нечіткій вибірці полягає в пошуку таких коефіцієнтів P , які забезпечують

$$\sqrt{\frac{1}{m} \sum_{r=1}^m \Delta(\tilde{y}_r, F(P, X_r))^2} \rightarrow \min,$$

де $F(P, X_r)$ – нечітке число з функцією приналежності $mf(y, f(X_r, P))$, отримане для вхідного вектора X_r по системі регресійних моделей з коефіцієнтами P , Δ – відстань між нечіткими числами, що відповідають бажаній і дійсній поведінці моделі в X_r .

Якщо число задано гаусовою функцією приналежності виду $\mu(y) = \exp(-(y-b)^2/2c^2)$, де b і c – координата максимуму і коефіцієнт концентрації ($Z = (b, c)$), то при використанні лінійних регресійних моделей

залежність цих параметрів від факторів X записується у вигляді $b = b_0 + \sum_{i=0}^n b_i x_i$,
 $c = c_0 + \sum_{i=0}^n c_i x_i$, де $P = (b_0, b_1, \dots, b_n, c_0, c_1, \dots, c_n)$ – коефіцієнти регресії.

При введених припущеннях ця задача може бути вирішена методами нелінійної оптимізації [6, 7].

1. *Пегат А.* Нечеткое моделирование и управление / А. Пегат; пер. с англ. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2009. — 798 с.
2. *Калниболотский Ю. М.* Креативные методы нечеткого моделирования / Ю. М. Калниболотский, Е. В. Короткий / Электроника и связь. Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». – ч. 2. – 2009. – С. 297–302.
3. *Остерман Л. А.* Методы исследования белков и нуклеиновых кислот: Электрофорез и ультрацентрифугирование : практическое пособие / Л. А. Остерман. – М. : Наука, 1981. – 288 с.
4. *Кольман Я.* Наглядная биохимия / Я. Кольман, К.-Г. Рем; пер. с нем. – М. : Мир, 2000. – 469 с.
5. *Штовба С. Д.* Нечеткая идентификация на основе регрессионных моделей параметрической функции принадлежности / С. Д. Штовба // Проблемы управления и информатики. – № 6. – 2006. – С. 1–8.
6. *Таха Х. А.* Введение в исследование операций / Х. А. Таха. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2007. – 912 с.
7. *Olevskiy V. I.* Fuzzy method of recognition of high molecular substances in evidence-based biology / V. I. Olevskiy, V. T. Smetanin, and Yu. B. Olevska / AIP Conference Proceedings – 2017. – V. 1895. – pp. 070003-1–070003-9. DOI: 10.1063/1.5007392

УДК 551+558+519

Остапчук С.М., к.т.н., доцент

*(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне,
Україна)*

МАТЕМАТИКО-КАРТОГРАФІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЇ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ

Оскільки зміщення земної поверхні є функцією багатьох змінних, визначитися з якими у повному обсязі досить проблематично, то ця обставина, у свою чергу, ускладнює і саме вивчення процесу деформування. Тому при вивченні деформованого стану земної поверхні цілком зрозумілою є потреба у створенні простих і достовірних методик, які повинні базуватися на охопленні великих площ з наступною статистичною оцінкою експериментального матеріалу. Практична і теоретична потреба у подібних розробках є цілком очевидною (якісне проектування, будівництво та експлуатація різноманітних інженерних об'єктів, раціональне природокористування, вивчення внутрішньої структури процесу зміщень, уявлення про фізичну суть деформації та ін.). На основі вищевикладеного можна стверджувати, що для вивчення деформування земної поверхні найбільш оптимальними можна вважати математичні стохастичні моделі. При побудові таких моделей доцільним видається виконання якісного та кількісного аналізу деформації. Основні моменти можливого такого моделювання зазначено нижче:

1. Дослідження зміщень земної поверхні мають включати топографо-геодезичні методи, що дозволяють безпосередньо геометрично визначити ці величини

(горизонтальні і вертикальні) безвідносно до природи сил, які їх викликають. Вихідною кількісною інформацією для досліджень можуть бути повторні геодезичні спостереження дискретних точок земної поверхні (геодезичні пункти, нівелірні знаки, окремі точки тощо) та різночасові топографічні знімання території (наземні, дистанційні). За умови достатньої репрезентативності отримуваних зміщень земної поверхні це дає змогу мати практично необмежений обсяг початкової інформації, що важливо для подальших статистичних досліджень (використовувати навіть матеріали минулих років різних відомств, організацій, компаній, залучати дані систем супутникової навігації та ін.).

2. На основі наявних значень зміщень точок земної поверхні виділити ділянки з їх однорідним розподілом. Для виконання вказаної процедури пропонується здійснити районування поля зміщень земної поверхні згідно алгоритму ковзної дисперсії. У такому випадку для кожної дискретної точки M , яка є центром заданого радіуса R , проводиться оцінка дисперсії $m^2(M)$ згідно формули:

$$m^2(M) = \frac{\sum_{i=1}^n a^2(M_i)}{n}, \quad (1)$$

$a(M_i) = a_i$ – значення поля для точок, що входять у заданий круг; n – кількість таких точок.

В обробку приймаються тільки ті точки, які попадають в заданий круг, тобто для кожної точки необхідне виконання умови $R_{M_i} \leq R$. При цьому R_{M_i} можна знаходити за відомими прямокутними координатами точок як

$$R_{M_i} = \sqrt{(X_M - X_{M_i})^2 + (Y_M - Y_{M_i})^2}. \quad (2)$$

Подібні розрахунки шляхом ковзання дисперсії (поступового переходу від кожної фіксованої точки до іншої) дозволяють для всіх точок поля провести оцінку дисперсії або визначити недоцільність її проведення. За принципом практичної постійності дисперсії із застосуванням критерію Фішера можна виконати дослідження розглядуваного поля зміщень на стаціонарність, тобто виділити ділянки з локально-однорідним характером деформації. При цьому області матимуть довільну геометричну форму, що наочно видно при відповідному картографуванні, а всі точки, зосереджені в кожній з них, можуть у подальшому підлягати сумісній математичній обробці з метою обчислення характеристик деформації.

3. Деформацію слід подати функціональними залежностями, вид яких встановлюється емпіричним шляхом для кожної однорідної області. Такі залежності повинні задовольняти вимогам однозначності, неперервності, відмінності від нуля якобіана. Це дає змогу виявити загальні тенденції деформування земної поверхні, пов'язати їх з особливостями будови території, прогнозувати просторово-часові перетворення.

4. На основі отриманих функціональних залежностей і положень класичної теорії пружності обчислити інваріантні характеристики деформації, основними з яких є зсув (описує зміну форми) і дилатація (описує зміну об'єму). Це дозволяє установити фізичний (механічний) зміст явища, дати йому наочний кількісний розв'язок і визначити найбільш небезпечні у деформаційному відношенні зони (розтягнення-стиснення).

Розглянута процедура може бути складовою частиною комплексних досліджень проблеми деформованого стану земної поверхні, її картографування, побудови найбільш адекватних математичних моделей.

УДК 519.2:519.6

Пашко А.О., д.ф.-м.н., снс

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

ТОЧНІСТЬ МОДЕЛЮВАННЯ ДРОБОВОГО БРОУНІВСЬКОГО РУХУ В РІВНОМІРНИЙ МЕТРИЦІ

Моделювання випадкових процесів та полів використовується в багатьох прикладних задачах. В більшості випадків метод статистичного моделювання використовується як альтернатива класичним чисельним методам. Так, статистичне моделювання використовується при розв'язанні задач переносу випромінювання, обчисленні кратних інтегралів та інтегралів з параметрами, при розв'язуванні крайових задач та задач математичної фізики, в машинобудуванні та випробуваннях технічних систем, при розв'язанні задач атмосферної турбулентності, моделювання трафіка комп'ютерних мереж, метеорології та інших прикладних задачах. В більшості задач для оцінки точності моделювання використовувались оцінки моментів, швидкість слабкої збіжності. В роботі [1] узагальнені результати для оцінювання точності і надійності моделювання в рівномірній метриці та наведена значна бібліографія робіт в даному напрямку.

В роботі [2-3] досліджувались методи статистичного моделювання дробового броунівського руху (або узагальненого вінерівського процесу) з заданими точністю і надійністю в різних функціональних просторах, а саме, $L_p(T)$ та просторах Орліча. Моделі дробового броунівського руху будувались на основі зображення у вигляді випадкового ряду [4]. Порівняльний аналіз методів моделювання дробового броунівського руху наведено в [5].

Інтерес до методів моделювання дробового броунівського руху викликаний тим, що він використовується в різних прикладних задачах. Серед них, використання дробового броунівського руху у фінансовій та страховій математиці [6], при дослідженні сучасних телекомунікаційних мереж [7], тощо.

В роботі продовжуються дослідження оцінки точності моделювання дробового броунівського руху в рівномірній метриці. В [8] для моделювання використовувалось представлення дробового броунівського руху у вигляді ряду [4]. В даній роботі використовується стаціонарність приростів дробового броунівського руху.

Нехай (T, B, μ) - деякий вимірний простір з $\mu(T) = 1$.

Означення 1. Дробовим броунівським рухом (узагальненим вінерівським процесом) з індексом Хюрста $\alpha \in (0,1)$ називається гауссовий випадковий процес $W_\alpha(t), t \in [0, T]$ з кореляційною функцією $R_\alpha(t, s) = \frac{1}{2} (|t|^{2\alpha} + |s|^{2\alpha} - |t-s|^{2\alpha})$, такий що $W_\alpha(0) = 0$ та $EW_\alpha(t) = 0$.

Індекс Хюрста характеризує самоподібність реалізації випадкового процесу. Фрактальна розмірність дробового броунівського руху рівна $B = 2 - \alpha$. При $\alpha = 0.5$ маємо стандартний вінерівський процес.

Стандартний вінерівський процес $W(t)$ є процесом з незалежними приростами. Дробовий броунівський рух $W_\alpha(t)$ є процесом зі стаціонарними приростами. Тобто, випадковий процес $w(t) = W_\alpha(t + \Delta) - W_\alpha(t)$ є стаціонарним гауссовим випадковим

процесом із кореляційною функцією [8]

$Ew(t + \tau)w(t) = \frac{1}{2} \left(|\tau + \Delta|^{2\alpha} + |\tau - \Delta|^{2\alpha} - 2|\tau|^{2\alpha} \right)$ та спектральною щільністю

$$f(\lambda) = \frac{A^2}{\pi} \left(\frac{1 - \cos(\lambda\Delta)}{|\lambda|^{2\alpha+1}} \right), \quad \lambda \in (-\infty, +\infty), \quad \text{де } A^2 = \left(\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1 - \cos(\lambda)}{\lambda^{2\alpha+1}} d\lambda \right)^{-1}.$$

Оскільки, $W_\alpha(0) = 0$, то для будь-якого заданого кроку Δ можна задати представлення $W_\alpha(t + \Delta) = W_\alpha(t) + w(t)$.

І моделювання дробового броунівського руху зводиться до побудови моделі стаціонарного гауссового процесу. Методи моделювання стаціонарних гауссових процесів з неперервним спектром досліджувались в роботі [9].

Випадковий гауссовий процес має зображення $w(t) = \int_0^{\infty} \cos(tu) d\zeta_1(u) + \int_0^{\infty} \sin(tu) d\zeta_2(u)$, де $\zeta_1(u), \zeta_2(u)$ - центровані некорельовані випадкові процеси з некорельованими приростами.

Нехай $\Lambda > 0$, $D(\Lambda, N) : 0 = u_0 < u_1 < \dots < u_N = \Lambda$ розбиття інтервалу $[0, \Lambda]$. Випадковий процес

$$w_n(t, \Lambda) = \sum_{i=0}^{n-1} (\cos(u_i t) (\zeta_1(u_{i+1}) - \zeta_1(u_i)) + \sin(u_i t) (\zeta_2(u_{i+1}) - \zeta_2(u_i))) \quad \epsilon$$

проксимаційною моделлю процесу $w(t)$.

Теорема 1. ([8]) Нехай $X(t)$ - строго субгауссовий сепарабельний випадковий процес. Якщо $\int_0^p \left(\ln(N(\sigma^{(-1)}(u))) \right)^{\frac{1}{2}} du < \infty$, то для будь-якого $\lambda > 0$ та $0 < p < 1$ має місце нерівність

$$P \left\{ \sup_{t \in [0, T]} (|X(t)|) > x \right\} \leq 2 \exp \left\{ - \frac{(x - D)^2}{2A^2} \right\},$$

$$\text{де } D = \frac{\sqrt{2}}{p(1-p)} \int_0^{xp} \left(\ln(N(\sigma^{(-1)}(u))) \right)^{\frac{1}{2}} du, \quad A = \frac{\gamma_0^2}{1-p} + \frac{\chi^2}{p(1-p)^2}.$$

При моделюванні дробового броунівського руху можна використовувати різні спектральні зображення процесу. Використання того чи іншого зображення має свої недоліки і свої переваги. В залежності від вимог можна використовувати той метод, який найкраще підходить для кожної конкретної задачі. В залежності від задачі використовують і різні функціональні простори для оцінки точності та надійності.

1. *Козаченко Ю.В.* Точність і надійність моделювання випадкових процесів та полів в рівномірній метриці: монографія / Ю.В. Козаченко, А.О. Пашко. - Київ, ТОВ СІК ГРУП Україна, 2016. - 216с.

2. *Пашко А.О.*, Оцінка точності моделювання узагальненого вінерівського процесу / А.О. Пашко // Науковий вісник Ужгородського університету. Серія:математика і інформатика. Вип. 25, № 1. - 2014. - С. 106-113.

3. *Пашко А.О.* Статистичне моделювання узагальненого вінерівського процесу / А.О. Пашко // Науковий вісник Київського університету. Серія:фізико-математичні науки. - Вип. 2. 2014. - С. 180 – 183.

4. *Dzharidze K.O.* A series expansion of fractional Brownian motion / K.O. Dzharidze, J.H. Zanten. - CWI. Probability, Networks and Algorithms, R0216.
5. *Pashko A.O.* Analysis of accuracy of simulation of the fractional Brownian motion. / A.O. Pashko // Науковий вісник Київського університету. Серія: фізико-математичні науки. - № 2. - 2017. - С. 128 – 133.
6. *Mishura Yu.S.* Stochastic Calculus for Fractional Brownian Motion and Related Processes. - Springer, 2008. - 410 p.
7. *Pashko A.* Simulation of Telecommunication Traffic Using Statistical Models of Fractional Brownian Motion / A. Pashko // 4th International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology. Conference Proceedings. October 10-13, 2017. – Kharkiv. - pp. 414-418.
8. *Пашко А.О.* Точність моделювання субгауссових вінерівських процесів в рівномірній метриці / А.О. Пашко // Журнал обчислювальної та прикладної математики. - № 3(120). – 2015. - С.160–169.
9. *Kozachenko Yu.V.* Accuracy of Simulation of the Gaussian random processes with continuous spectrum./ Yu.V. Kozachenko, A.A. Pashko// Computer Modelling and New Technologies. - Vol.18. - №3. -2014. - P. 7–12.

УДК 517.925

**Піддубна Л. А. к.ф.-м.н., доцент, Тузик І. І., здобувач,
Черевко І.М. д.ф.-м.н., професор**

(*Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, м. Чернівці, Україна*)

СХЕМИ АПРОКСИМАЦІЇ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО- РІЗНИЦЕВИХ РІВНЯНЬ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ

У даній роботі розглядається схема апроксимації нелінійних диференціально-різницевих рівнянь із багатьма запізненнями та наведено ряд її прикладних застосувань.

Схема апроксимації лінійних диференціально-різницевих рівнянь послідовністю систем звичайних диференціальних рівнянь уперше запропонована М. М. Красовським [1] при дослідженні задачі про синтез оптимального регулятора в системах із запізненням. Точність апроксимації нелінійних диференціально-різницевих рівнянь із запізненням досліджена Ю. М. Репіним [2] у випадку коли початкова функція є диференційованою або задовольняє умову Ліпшиця. Подальше вивчення схем апроксимації диференціально-різницевих рівнянь у просторах неперервних функцій на скінченному інтервалі здійснено в працях [3-5].

Нехай n, p – деякі натуральні числа, t_0, T задані дійсні числа, $t_0 < T$. Розглянемо систему диференціально-різницевих рівнянь

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(t, x(t), x(t - \tau_1), \dots, x(t - \tau_p)), \quad t \in [t_0, T], \quad p \geq 1, \quad (1)$$

де $x \in R^n$, $\tau_k, k = 1, p$, – запізнення, $0 < \tau_1 < \dots < \tau_p = \tau$; $f(t, u_0, \dots, u_p)$ – неперервна вектор-функція, визначена для $t \in [t_0, T]$ та задовольняє умову Ліпшиця по аргументах $u_k \in R^n, k = 1, p$.

Нехай $\varphi(t)$ – задана на $[t_0 - \tau, t_0]$ неперервна функція. Розв'язком початкової задачі

для системи (1) будемо називати функцію $x(t)$, яка співпадає з $\varphi(t)$ на $[t_0 - \tau, t_0]$ і задовольняє систему (1) на $[t_0, T]$.

Визначимо функції $z_j(t) \in R^n$, $j = \overline{1, m}$, $m \in N$ як розв'язки системи звичайних диференціальних рівнянь [2-3]

$$\begin{aligned} \frac{dz_0(t)}{dt} &= f(t, z_0(t), z_{l_1}(t - \tau_1), \dots, z_{l_p}(t - \tau_p)), \\ \frac{dz_j(t)}{dt} &= \frac{m}{\tau} (z_{j-1}(t) - z_j(t)), \quad t \in [t_0, T], \quad j = \overline{1, m}, \end{aligned} \quad (2)$$

з початковими умовами

$$z_j(t_0) = \varphi(t_0 - \frac{\tau_j}{m}), \quad j = \overline{0, m}, \quad (3)$$

де індекси l_j однозначно визначаються нерівностями

$$\frac{\tau_j}{m} \leq \tau_j \leq \frac{\tau_{j+1}}{m}.$$

Теорема[4]. Розв'язок задачі Коші для системи звичайних диференціальних рівнянь (2)-(3) апроксимує розв'язок початкової задачі для системи диференціально-різницевих рівнянь (1) і справджуються співвідношення

$$\left\| x(t - \frac{\tau_j}{m}) - z_j(t) \right\| \rightarrow 0, \quad j = \overline{0, m}, \quad t \in [t_0, T] \quad \text{при } m \rightarrow \infty.$$

Вивчення зв'язків між диференціально-різницевиими рівняннями і апроксимуючими їх системами звичайних диференціальних рівнянь дозволили запропонувати алгоритми розв'язання ряду прикладних задач. У роботі [3] запропоновано схеми апроксимації неасимпто-тичних коренів квазіполіномів лінійних диференціально-різницевих рівнянь, а методика дослідження стійкості розв'язків таких рівнянь наведена в роботі [5]. Конструктивні алгоритми побудови областей стійкості лінійних систем із багатьма запізненнями одержані в [6].

1. Красовський Н.Н. Об аппроксимации одной задачи аналитического конструирования регуляторов в системе с запаздыванием / Н.Н. Красовський // ПММ. – 1964. – 28, №4.– С. 716-725.
2. Репин Ю.М. О приближенной замене систем с запаздыванием обыкновенными дифференциальными уравнениями / Ю.М. Репин // ПММ. – 1965. – 29, №2. – С. 226-245.
3. Cherevko I.M. Approximations of differential-difference equations and calculations of nonasymptotic roots of quasipolynomials/I.M. Cherevko, L.A. Piddubna // Revue d'analyse numerique et de theorie de l'approximations.– 1999.– 28, №1. – P. 15–21.
4. Іліка С.А. Схеми апроксимації диференціально-функціональних рівнянь та їх застосування/С.А. Іліка, О.В. Матвій, Л.А. Піддубна, І.М. Черевко // Буковинський математичний журнал. – Т.2, № 2-3. – Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2014. – С. 92-96.
5. Матвій О.В. Про апроксимацію систем із запізненням та їх стійкість/О.В. Матвій, І.М. Черевко// Нелінійні коливання, 2004. – 7, № 2. – С. 208–216.
6. Клевчук І.І. Побудова областей стійкості лінійних диференціально-різницевих рівнянь/І.І. Клевчук, С.А. Пернай, І.М. Черевко // Доповіді НАН України, 2012. – 7. – С. 28–34.

УДК 519.7

Покутний О.О., д.ф.-м.н., с.н.с.

(Інститут математики НАН України, м. Київ, Україна)

ФУНКЦІЇ ЛЯПУНОВА ТА МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНІ РОЗВ'ЯЗКИ ЕВОЛЮЦІЙНИХ РІВНЯНЬ У ПРОСТОРІ ГІЛЬБЕРТА

Доповідь присвячено дослідженню операторно-диференціальних рівнянь типу Ляпунова у просторі Гільберта.

Розглянемо диференціальне рівняння

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t), \quad (1)$$

у просторі Гільберта H ; $A(t)$ – множина замкнених операторів зі значеннями у просторі $L(H)$, $D(A(t)) = D \subset H$ за умови, що воно допускає експоненціальну дихотомію на півосях R_+ та R_- , тобто існують проектори P та Q , сталі $k_{1,2} \geq 1$, $\alpha_{1,2} > 0$ [4]:

$$\begin{cases} \|U(t)PU^{-1}(s)\| \leq k_1 e^{-\alpha_1(t-s)}, t \geq s; t, s \in R_+, \\ \|U(t)(I-P)U^{-1}(s)\| \leq k_1 e^{-\alpha_1(s-t)}, t \geq s; t, s \in R_+, \\ \|U(t)QU^{-1}(s)\| \leq k_2 e^{-\alpha_2(t-s)}, t \geq s; t, s \in R_-, \\ \|U(t)(I-Q)U^{-1}(s)\| \leq k_2 e^{-\alpha_2(s-t)}, t \geq s; t, s \in R_-, \end{cases}$$

де $U(t)$ – еволюційний оператор рівняння (1)

$$\frac{dU(t)}{dt} = A(t)U(t), U(0) = I.$$

Введемо наступні функції Ляпунова (що визначені на півосях):

$V_1(x(t)) = (S_1(t)x(t), x(t)), t \geq 0; V_2(x(t)) = (S_2(t)x(t), x(t)), t \leq 0$, де операторнозначні додатньовизначені функції $S_{1,2}(t)$ обираються таким чином, щоб похідні від функцій Ляпунова вздовж рівняння (1) були від'ємно-визначеними, тобто існують деякі додатньовизначені оператори H_1, H_2 такі, що

$$\frac{dV_1(x(t))}{dt} \leq -(H_1x(t), x(t)), t \in R_+; \frac{dV_2(x(t))}{dt} \leq -(H_2x(t), x(t)), t \in R_-. \quad (2)$$

Для виконання нерівностей (2) достатньо, щоб операторно значні функції $S_{1,2}(t)$ були обмеженими на півосях розв'язками таких операторно-диференціальних рівнянь типу Ляпунова [3]:

$$\begin{cases} S_1'(t) + S_1(t)A(t) + A^*(t)S_1(t) = H_1, t \geq 0; \\ S_2'(t) + S_2(t)A(t) + A^*(t)S_2(t) = H_2, t \leq 0. \end{cases} \quad (3)$$

Розв'язки операторно-диференціальних рівнянь (3), обмежені на півосях, можна зобразити у вигляді

$$S_1(t, \Xi) = U(t)P\Xi + \int_0^t U(t)PU^{-1}(s)H_1 ds - \int_t^{+\infty} U(t)(I-P)U^{-1}(s)H_1 ds, t \geq 0,$$

$$S_2(t, \Xi) = U(t)(I-Q)\Xi + \int_{-\infty}^t U(t)QU^{-1}(s)H_2 ds - \int_0^t U(t)(I-Q)U^{-1}(s)H_2 ds, t \leq 0,$$

для довільного оператора $\Xi \in L(H)$, $L(H)$ – простір лінійних та обмежених операторів,

що діють з простору H у простір H . Для того, щоб функція $V(x(t)) = \begin{cases} V_1(x(t)), t \geq 0, \\ V_2(x(t)), t \leq 0, \end{cases}$

була функцією Ляпунова для рівняння (1) на всій осі, необхідно, щоб

$V(x(t+0))=V(x(t-0))$ (або, що те саме $S_1(0)=S_2(0)$). Ця умова еквівалентна розв'язності операторного рівняння

$$D\Xi = M, \quad D: L(H) \rightarrow L(H), \quad D = P - I + Q, \quad (4)$$

де
$$M = \int_{-\infty}^0 QU^{-1}(s)H_2 ds + \int_0^{+\infty} (I-P)U^{-1}(s)H_1 ds.$$

Розглянемо такі випадки:

1) Множина значень оператора D є замкнутою $R(D) = \overline{R(D)}$, тобто оператор D є нормально-розв'язним та ядро $N(D)$ й образ $R(D)$ є доповнювальними підпросторами у просторі $L(H)$. Тоді рівняння (4) буде розв'язним тоді й тільки тоді, коли виконується умова

$$P_{Y_D} M = P_{Y_D} \left(\int_{-\infty}^0 QU^{-1}(s)H_2 ds + \int_0^{+\infty} (I-P)U^{-1}(s)H_1 ds \right) = 0, \quad (5)$$

де P_{Y_D} - проектор на підпростір Y :

$$L(H) = N(D) \oplus X, \quad L(H) = R(D) \oplus Y.$$

За виконання умови (5) множина розв'язків операторного рівняння (4) має вигляд $\Xi = D^- M + P_{N(D)} C$, для довільного оператора $C \in L(H)$, $P_{N(D)}$ - проектор на ядро оператора D . Тут D^- - узагальнено-обернений до оператора D оператор [1]. Тоді у якості функції Ляпунова $V(x(t))$ можна обрати наприклад таку функцію

$$V(x(t)) = \begin{cases} (S_1(t)x(t), x(t)), t \geq 0, \\ (S_2(t)x(t), x(t)), t \leq 0, \end{cases}$$

де

$$S_1(t) = U(t)PD^- \left(\int_{-\infty}^0 QU^{-1}(s)H_2 ds + \int_0^{+\infty} (I-P)U^{-1}(s)H_1 ds + \int_0^t U(t)PU^{-1}(s)H_1 ds - \int_t^{+\infty} U(t)(I-P)U^{-1}(s)H_1 ds \right), t \geq 0$$

$$S_2(t) = U(t)(I-Q)D^- \left(\int_{-\infty}^0 QU^{-1}(s)H_2 ds + \int_0^{+\infty} (I-P)U^{-1}(s)H_1 ds + \int_{-\infty}^t U(t)QU^{-1}(s)H_2 ds - \int_t^0 U(t)(I-Q)U^{-1}(s)H_2 ds \right), t \leq 0$$

Множина значень оператора D не є замкнутою ($R(D) \neq \overline{R(D)}$). У такому випадку для оператора існує сильний (X, Y) - узагальнено-обернений оператор $D_{X,Y}^- = \overline{D^-}$ [2], де $\overline{D^-}$ - розширення оператора D на поповнений простір $\overline{L(H)} = N(D) \oplus \overline{X}$. У цьому випадку

буде існувати узагальнена функція Ляпунова у вигляді

$$V(x(t)) = \begin{cases} (S_1(t)x(t), x(t)), t \geq 0, \\ (S_2(t)x(t), x(t)), t \leq 0, \end{cases}$$

де
$$S_1(t) = U(t)PD_{X,Y}^- \left(\int_{-\infty}^0 QU^{-1}(s)H_2 ds + \int_0^{+\infty} (I-P)U^{-1}(s)H_1 ds + \int_0^t U(t)PU^{-1}(s)H_1 ds - \int_t^{+\infty} U(t)(I-P)U^{-1}(s)H_1 ds \right), t \geq 0,$$

$$S_2(t) = U(t)(I-Q)D_{x,y}^- \left(\int_{-\infty}^0 QU^{-1}(s)H_2 ds + \int_0^{+\infty} (I-P)U^{-1}(s)H_1 ds \right) + \int_{-\infty}^t U(t)QU^{-1}(s)H_2 ds - \int_t^0 U(t)(I-Q)U^{-1}(s)H_2 ds, t \leq 0.$$

Окрім того буде наведено достатні умови існування майже періодичних розв'язків рівнянь (3) із залежними від часу майже періодичними членами $H_1(t)$, $H_2(t)$.

1. *Boichuk A. A., Samoilenko A. M. Generalized Inverse Operators and Fredholm Boundary-Value Problems / A. A. Boichuk, A.M. Samoilenko // --- Berlin: De Gruyter, 2016. --- 296 p.*

2. *Бойчук А.А., Покутний А.А. Теория возмущений операторных уравнений в пространстве Фреше и Гильберта / А.А.Бойчук, А.А.Покутний // УМЖ. - №9(67). – 2015. – с. 1181-1188.*

3. *Панасенко Є.В., Покутний О.О. Крайові задачі для рівняння Ляпунова у просторі Банаха / Є.В.Панасенко, О.О.Покутний // Нелінійні коливання. - №2(19). – 2016. – с.240 – 246.*

4. *Покутний А.А. Ограниченные решения линейных и слабо нелинейных дифференциальных уравнений в банаховом пространстве с неограниченным оператором в линейной части / А.А.Покутний // Дифференциальные уравнения. - №6(48). – 2012. – с.803-813.*

УДК 532.546

Поляков В.Л., д.т.н., професор

(Інститут гідромеханіки НАН України, м.Київ, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ВІДКАЧКИ ФЛЮЇДА ІЗ СТИСЛИВОГО НАПІРНОГО ТРІЩИНУВАТОГО ПЛАСТА

Серед природних і штучних пористих середовищ зустрічаються неоднорідні структури з подвійною пористістю. До таких структур відносяться агреговані ґрунти, які мають через тривале внесення хімічних речовин грудкувату будову; завантаження фільтрів із гранульованого активованого вугілля; осадові породи, що містять розвинену мережу макропор біологічного походження і нарешті породи, що зазнали тектонічних або інших значних механічних збурень. Яскравим представником останніх є тріщинувато-порові пласти, які часто знаходяться на значній глибині і насичені корисними флюїдами (нафта, природний газ). Їх особливістю є наявність двох систем пор з різним функціональним призначенням. Система макропор (тріщин) забезпечує фільтрацію і масоперенос на значні відстані, але їх загальна ємність мізерно мала. Елементи з матриці (блоки) пронизані величезною кількістю мікропор, в яких практично зосереджений весь флюїд, але вони майже непроникні. Тому при моделюванні фільтраційного процесу в таких середовищах ключового значення набуває характеристика обміну флюїдом між системою макропор і блоками. Найчастіше на базі вказаних систем умовно вводяться два континууми, а для швидкості міжконтинуального обміну I_{fm} приймається лінійний вираз

$$I_{fm} = \lambda(S_f - S_m),$$

де λ - коефіцієнт швидкості обміну; $S_{f,m}$ - зниження напору відповідно в континуумах тріщин і матриці

Видобуток флюїду здійснюється свердловинами з постійним дебітом або при

постійному забійному тиску, який часто набагато менший ніж внутрішньопластовий. Обидва режими стали предметом наших досліджень аналітичними методами. Таким чином утворюється значний перепад тисків, що сприяє виявленню пружних властивостей продуктивного пласта. Так, тріщини можуть стискатися до схлопування, так що пропускна здатність пласта впаде до нуля. Відповідно в базовій математичній моделі задіяно три функції стану, які в загальному випадку мають вигляд

$$n_f(S_f) = n_{fo} f_{fn}(S_f), \quad n_m(S_f) = n_{mo} f_{mn}(S_m), \quad k_f(S_f) = k_{fo} f_k(S_f),$$

де n_f, n_m – пористості обох континуумів, k_f – проникність першого континууму. Рух рідини в обох континуумах з врахуванням звуження транспортних пор описується системою нелінійних рівнянь фільтрації

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r}(rV) + r \frac{\partial n_f}{\partial t} + r I_{fm} &= 0, \\ -I_{fm} + \frac{\partial n_m}{\partial t} &= 0, \end{aligned}$$

Приток флюїда до недосконалої свердловини контролюється граничними умовами другого або третього роду. Одержано наближені розв'язки по суті двох математичних задач, які відрізняються якраз умовами на свердловині. Їх висока точність витікає із порівняння з частинним точним розв'язком. Таким чином вказані розв'язки дозволяють достовірно прогнозувати зміни у просторі і часі внутрішньопластового і забійного тисків в обох континуумах, дебіту свердловини. Особлива увага приділена зв'язку проникності пласта з тиском. Задіяні три типи залежності проникності від тиску, а саме, степенева, експоненціальна, гіперболічна, зокрема,

$$k_f = k_{f\infty} \left(\frac{p_f - p_{cr}}{p_\infty - p_{cr}} \right)^\delta,$$

де $k_{f\infty}$ – проникність континуума тріщин у незбуреному пласті; p_f, p_∞ – поточний і вихідний пластовий тиск, δ – емпіричний коефіцієнт, p_{cr} – критичний тиск.

Збурення від свердловини розповсюджується в насиченому пласті із заздалегідь невідомою швидкістю. Оскільки він завжди в плані обмежений, то потрібен певний час, щоб зона збурення охопила всю область фільтрації. Тому виділено і окремо розглянуто дві стадії. На першій вплив границь пласта відсутній, а на другій – суттєвий.

Розв'язок задачі про відкачку з постійним дебітом q на першій стадії представляється в безрозмірному параметричному вигляді

$$\begin{aligned} \bar{t}(\bar{R}) &= \frac{\bar{n}_0 b_{fn} + b_{mn}}{\bar{q}} \int_1^{\bar{R}} \Psi_k(\xi) d\xi, \\ \bar{S}_f(\bar{r}, \bar{R}) &= \bar{S}_{cr} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{\bar{q}(1+\delta)}{\bar{S}_{cr}^\delta} \frac{\bar{r} - \bar{R} - \bar{R} \ln \frac{\bar{r}}{\bar{R}}}{\bar{R} - 1} \right]^{\frac{1}{1+\delta}} \right\}, \end{aligned}$$

де $\bar{n}_0, b_{fn}, b_{mn}, \bar{R}$ – модельні параметри

$$\Psi_k(\bar{R}) = \int_1^{\bar{R}} \bar{r} \psi_k(\bar{r}, \bar{R}) \frac{\partial \bar{S}_f}{\partial \bar{t}} d\bar{r},$$

$$\psi_k(\bar{r}, \bar{R}) = \bar{q} \frac{\bar{R} - \bar{r} + \ln \frac{\bar{r}}{\bar{R}}}{(\bar{R} - 1)^2} \left[1 - \frac{\bar{q}(1 + \delta)}{\bar{S}_{cr}} \frac{\bar{r} - \bar{R} - \bar{R} \ln \frac{\bar{r}}{\bar{R}}}{\bar{R} - 1} \right]^{-\frac{\delta}{1 + \delta}}.$$

Динаміку відносного забійного пониження на другій стадії пропонується розраховувати за наступною формулою

$$\bar{S}_{fw}(\bar{t}_2) = \bar{S}_{cr} \left\{ 1 - \left[\frac{\bar{q}(1 + \delta)}{\bar{S}_{cr}(\bar{R}_* - 1)} (\bar{R}_* \ln \bar{r} - \bar{r}) - B(\bar{t}_2) \bar{S}_{cr}^{-1 - \delta} \right]^{\frac{1}{1 + \delta}} \right\},$$

де невідома змінна $B_2(\bar{t}_2)$ знаходиться з балансу флюїда в області фільтрації наприкінці розрахункового періода ($\bar{t} = \bar{t}_2$). Таким чином,

$$\int_1^{\bar{R}_*} \bar{r} \left\{ \bar{n}_0 [f_{fn}(\bar{S}_{f2}(\bar{r}, B)) - f_{fn}(0)] + f_{mn}(\bar{S}_{m2}(\bar{r}, B)) - f_{mn}(0) \right\} d\bar{r} + \bar{q} \bar{t}_2 = 0.$$

де \bar{R}_* – радіус області фільтрації.

На багаточисленних прикладах з типовими вихідними даними і з використанням Mathcad виконано змістовний кількісний аналіз зміни шуканих фільтраційних характеристик. Зокрема, встановлено забійний тиск, при якому продуктивність свердловини буде найбільшою.

Таким чином, спираючись на суттєво нелінійні моделі напірного руху нестисливого флюїда в однорідному стисливому середовищі розроблено інженерний метод довготермінового прогнозу розвитку фільтраційного процесу в обмеженому пласті на фоні свердловини.

УДК 519.6:532.5

Присяжнюк І.М., к.т.н., доцент, Присяжнюк О.В., к.т.н., викладач

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна, Відокремлений структурний підрозділ «Рівненський коледж Національного університету біоресурсів і природокористування України, м. Рівне, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ МАСОПЕРЕНОСЕННЯ В НЕОДНОРІДНИХ МІКРОПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ

Моделювання процесів масоперенесення в мікропористих середовищах є перспективним напрямком досліджень стосовно використання фільтрів з мікропористим завантаженням для очищення забруднених технологічних потоків. Не зважаючи на те, що на сьогоднішній день велика кількість публікацій присвячена моделюванню адсорбції забруднень мікропористими матеріалами [1-3], проте актуальним залишається питання врахування всіх складових процесу масоперенесення в таких середовищах з метою прогнозування ефективності роботи очисних пристроїв, що поєднують адсорбційні, хімічні та теплові процеси. Оскільки дифузійні та масообмінні складові відповідних процесів в порівнянні з конвективними є лімітуючими, фізичні процеси в таких середовищах описуються сингулярно збуреними

крайовими задачами, коефіцієнти яких швидко змінюються на межах розділу різних компонентів матеріалу. Крім того, необхідно враховувати граничні умови на всіх поверхнях контакту, які в свою чергу також можуть змінюватися в процесі зовнішнього впливу. На основі проведеного аналізу проблем математичного моделювання процесів конвективно-дифузійного масоперенесення розчинних речовин в біпористих середовищах, огляду існуючих моделей та методів математичного моделювання відповідних процесів, показано, що важливого значення набуває питання розробки і застосування нових методів і підходів до моделювання процесів масоперенесення в неоднорідних мікропористих середовищах.

Моделна задача сингулярно збуреного нелінійного процесу конвективно-дифузійного масоперенесення в біпористих середовищах з урахуванням масообміну та зворотнього впливу характеристик процесу на характеристики середовища (коефіцієнти дифузії, масообміну) описується системою диференціальних рівнянь:

$$\sigma_1 \frac{\partial C_j}{\partial t} = \sum_{s=1}^m \operatorname{div} \left(D_{js}(C_1, \dots, C_m) \cdot \operatorname{grad} C_s \right) - \bar{v} \cdot \operatorname{grad} C_j - D_{*j}^*(C_1, \dots, C_m) \left(U_j \right)'_r \Big|_{r=R}, \quad (1)$$

$$\sigma_2 \frac{\partial U_j}{\partial t} = \sum_{s=1}^m r^2 \frac{\partial}{\partial r} \left(D_{js}^*(U_1, \dots, U_m) \frac{1}{r^2} \frac{\partial U_s}{\partial r} \right), \quad (2)$$

де C_j і U_j – відповідно масові концентрації j -ї компоненти речовини у фільтраційному розчині і в мікрочастинках (на сферах з центром в точці (x, y, z) радіуса r , $0 \leq r \leq R$) в момент часу t , $D_{js}(C_1, \dots, C_m)$ та $D_{js}^*(U_1, \dots, U_m)$ – коефіцієнти конвективної дифузії j -ї компоненти речовини за умови присутності s -ї компоненти у фільтраційному потоці та в мікропористих частинках відповідно ($j = \overline{1, m}$, $k = \overline{1, m}$), σ_1 σ_2 – пористість відповідно середовища та мікрочастинок, $D_{*j}^*(C_1, \dots, C_m)$ – неперервні обмежені функції, які характеризують швидкість протікання сорбційних процесів j -ї компоненти речовини (швидкість переходу концентрації з міжчастинкового простору у внутрішньочастинковий), \bar{v} – швидкість конвективного перенесення, ε – малий параметр, який характеризує переважання конвективної складової ($|\bar{v}| = \sqrt{v_x^2(x, y, z) + v_y^2(x, y, z) + v_z^2(x, y, z)} > v_* \gg \varepsilon > 0$). Система (1)–(2) доповнюється початковим та граничними умовами. Зокрема, на поверхні мікропористої частинки задається умова адсорбційної рівноваги: $U_j(x, y, z, r, t) \Big|_{r=R} = k_j C_j(x, y, z, t)$.

Аналогічно до [4, 5] побудовано асимптотичне розв'язку відповідної просторової нелінійної сингулярно збуреної крайової задачі.

1. *Sergienko I.V., Peryk M.R., Leclerk S., Fraissard J.* High productivity methods of identification of competitive diffusion parameters in heterogeneous media of nanoporous particles. *Cybernetics and Systems Analysis*. Springer New York, 51(4), 529-546, (2015).

2. *Sergienko I.V., Petryk M.R., Khimich O.M., Canet D., Mykhalyk D.M., Leclerc S. Fraissard J.* The Mathematical Modelling of Mass-transfer in Media of Nano-porous Structure. Kyiv: National Academy of Sciences of Ukraine. Institute V.M. Glushkov of Cybernetic. (2014). 210 p.

3. *Rolando M.A. Roque-Malherbe.* (2012). Adsorption and Diffusion in Nanoporous Materials. CRC Press.

4. *Bomba A.* Mathematical Modeling of Wastewater Treatment From Multicomponent Pollution

by Using Microporous Particles/ A. Bomba, Yu. Klymiuk, I. Prysiazhniuk, O. Prysiazhniuk, A. Safonyk // AIP Conf. Proc. 20161773, 040003 (2016). P. 1–11.

5. *Бомба А. Я.* Методи теорії збурень прогнозування процесів тепломасоперенесення в пористих та мікропористих середовищах: монографія / А. Я. Бомба, І. М. Присяжнюк, О. В. Присяжнюк. – Рівне: О.Зень, 2017. – 291с.

УДК 519.63:532.5

Сафоник А.П., д.т.н., професор, Сафоник О.В.

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ КЕРОВАНИХ ПРОЦЕСІВ ОЧИЩЕННЯ РІДИН ВІД БАГАТОКОМПОНЕНТНИХ ЗАБРУДНЕНЬ

Процеси очищення рідин шляхом фільтрування від багатокомпонентних сумішей широко поширені в багатьох галузях промисловості, причому очищення через пористі середовища є одним з найбільш складних технологічних процесів. Складність опису таких процесів полягає у тому, що домішки відрізняються як за геометрією, так і за своїми фізико-хімічними властивостями, причому можуть взаємодіяти між собою і перетворюватися з одного виду в інший. Процес захоплення домішкових частинок фільтром і відриву частинок осаду також залежить від багатьох факторів, таких як: швидкість течії, реагентів, які прискорюють або сповільнюють агрегацію домішкових частинок та інше.

Математичний опис цих складних масообмінних процесів має емпіричний характер і не містить моделі для розрахунків фізичних властивостей і умов фазової рівноваги багатокомпонентних твердо-рідинних систем, моделі багатокомпонентної масопередачі в рідкій фазі, а також моделі опису гідродинаміки руху фаз. Існуючі математичні моделі процесів розподілу багатокомпонентних сумішей не дають можливості досліджувати вплив багатокомпонентного масопереносу та враховувати його при проектуванні та реконструкції очисних споруд.

Виходячи з вище сказаного побудовано ряд математичних моделей, процесу очищення рідин від багатокомпонентних забруднень з урахуванням автоматизованого керування та ідентифікації параметрів при домінуванні одних компонент процесу над іншими.

1. *Бомба А. Я.* Нелінійні задачі типу фільтрація-конвекція-дифузія-масообмін за умов неповних даних : Монографія / Бомба А. Я., Гаврилюк В. І., Сафоник А. П., Фурсачик О. А. – Рівне : НУВГП, 2011. – 276 с.

2. *Бомба А. Я.* Моделювання нелінійно-збурених процесів очищення рідин від багатокомпонентних забруднень : [монографія] / А. Я. Бомба, А. П. Сафоник. – Рівне : НУВГП, 2017. – 296 с.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВПЛИВУ ТРІЩИН ГІДРОРОЗРИВУ НА ПРОЦЕС ВИТІСНЕННЯ ФЛЮЇДІВ ІЗ НИЗЬКОПРОНИКНИХ ОСАДОВИХ ПОРІД

У процесі розробки нафтогазових родовищ наявна низка чинників, які впливають на ефективність видобутку, це як геологічні характеристики пласта, так і технічні його параметри [1]. На сьогоднішній день накопичений великий досвід застосування інтенсивних систем розробки родовищ, серед яких, перш за все, варто виділити площове заводнення [2-3], при якому експлуатаційні та нагнітальні свердловини розташовуються певним чином в межах відповідних ділянок. Як відомо, при проектуванні низькопроникних (типу сланцевих) осадових порід, а також внаслідок погіршення колекторських властивостей у привибійних зонах в процесі розробки пласта, доцільно використовувати технологію гідравлічного розриву (ГРП) [4-6], в результаті якого утворені тріщини розширюють область впливу експлуатаційних свердловин і формують зв'язок із зонами підвищеної проникності.

У роботі розглянуто процес однофазної ізотермічної фільтрації у горизонтальному пласті-колекторі, породженому двояко-симетричними прямолінійними рядами нагнітальних та експлуатаційних свердловин, пронизаних тріщинами ГРП скінченної проникності (рис. 1 а), без перетоків між відповідними рядами. З огляду на симетрію розміщення свердловин, у пласті \tilde{G}_z маємо можливість виділити елемент $G_z \in \tilde{G}_z$, що містить n_* нагнітальних свердловин та одну експлуатаційну з відповідними тріщинами та симетричними їх частинами (рис. 1 б).

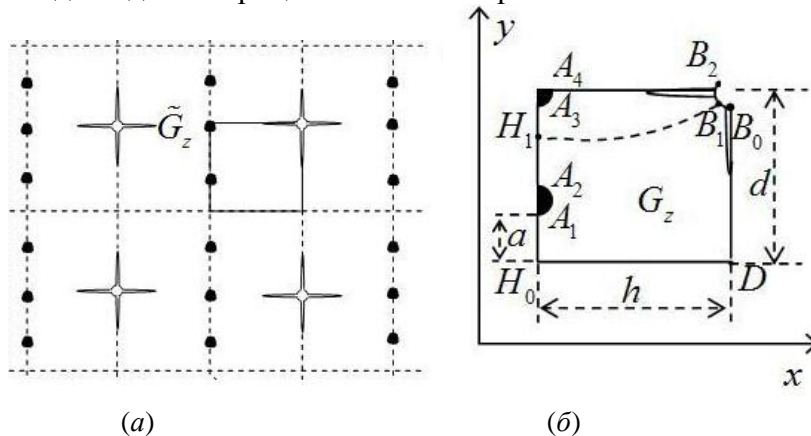


Рис.1. Схематичне зображення розробки пласта з виділенням елементу симетрії ((●) – нагнітальна, (○) – експлуатаційна свердловини) – (а); елемент симетрії пласта в умовах площового заводнення – (б)

З огляду на проведені комп'ютерні експерименти, отримано висновок, що після досягнення моменту часу прориву витісняючого реагента до експлуатаційної свердловини, об'єм відбору нафти в сумарній фільтраційній витраті у кожному з випадків зменшується по-різному. Це пояснюється суттєвою різницею коефіцієнтів в'язкості фаз, відносної фазової проникності, параметрів та розміщень тріщин ГРП.

Також підтверджується факт, що напрямленість тріщин ГРП в «поперечному напрямку» (стосовно лінії розміщення нагнітальних свердловин) пришвидшує час прориву витісняючого реагента до експлуатаційної свердловини (хоча забезпечує певне зростання значень відбору нафти на початкових часових етапах), а їх розміщення «вздовж» – сприяє зменшенню зон застою нафти. При цьому підкреслимо, що зони застою нафти в даних випадках є близькими до так званих застійних зон (ділянок пластів, в кожній точці яких величина градієнта є меншою деякого критичного значення).

Проведене математичне моделювання розробки низькопроникних нафтових родовищ дозволяє спрогнозувати темпи обводнення експлуатаційних свердловин та визначити особливості експлуатації за умови запроектованого розміщення свердловин та тріщин ГРП на них. У цих умовах розв'язана проблема оптимізації відбору нафти, в залежності від заданих параметрів тріщин ГРП на експлуатаційній свердловині, визначення місцезнаходження застійних зон.

1. *Каневская Р. Д.* Математическое моделирование разработки месторождений нефти и газа с применением гидравлического разрыва пласта / Р. Д. Каневская. - М.: ООО "Недра-Бизнесцентр", 1999. - 212 с.

2. *Dahi Taleghani A.* Analysis of hydraulic fracture propagation in fractured reservoirs: an improved model for the interaction between induced and natural fractures, PhD Dissertation. / A. Dahi Taleghani // University of Texas at Austin. - 2009. - 216 pp.

3. *Wang H.* Numerical simulation of hydraulic fracturing in orthotropic formation based on the extended finite element method / X. Wang, F. Shia, H. Liub, H. Wu // Journal of Petroleum Science and Engineering. - 2016. - Vol. 33. - pp. 56 - 69.

4. *Бомба А. Я.* Моделювання фільтраційних процесів у нафтогазових пластах числовими методами квазіконформних відображень: [монографія] / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярошак. - Рівне: ТзОВ "Ассоль", 2016. - 238с.

5. *Bomba A. Ya.* Mathematic modelling of thermodynamic effects in well bore zone of gas formation under hydraulic fracturing conditions / A. Ya. Bomba, M. A. Myslyuk, S. V. Yaroschak // Journal of Hydrocarbon Power Engineering. - 2015. - Vol. 2, No. 1. - pp. 1-5.

6. *Бомба А. Я.* Методи комплексного аналізу моделювання процесу витіснення нафти теплоносієм з урахуванням ефекту гідророзриву / А. Я. Бомба, А. М. Сінчук, С. В. Ярошак // Міжнародний науково-технічний журнал "Системні дослідження та інформаційні технології". - Київ: НТУУ "КПІ", 2015р. - №1 - С.130-140.

УДК 519.8

О.С.Тригуб, Р.О.Тригуб

(Національний університет «Києво-Могилянська академія»)

ВИКОРИСТАННЯ ТА ПРОГРАМНА РЕАЛІЗАЦІЯ МЕТОДУ АНАЛІЗУ ІЄРАРХІЙ ПРИ РОЗВ'ЯЗАННІ БАГАТОКРИТЕРІАЛЬНИХ ЗАДАЧ

Розроблена програмна система [1,2] надає можливість здійснювати дослідження задач багатокритеріальної оптимізації, проводити їх аналіз з метою прийняття обґрунтованих оптимальних управлінських рішень. Такий клас задач передбачає існування множини критеріїв та множини альтернатив: для кожної альтернативи задаються певні значення по кожному критерію. Розв'язком задачі вважається альтернатива, яка має за сукупністю критеріїв найкращі показники [3-8].

Програмна система ґрунтується на методі аналізу ієрархій, запропонованому Т.Сааті [5-8] (англ. АНР, Analytic Hierarchy Process). Саме цей метод (а також його розвинення у вигляді АНР-методу, Analytic Network Process) є одним з найбільш вживаних про розв'язанні даного класу задач. Так, у наступній таблиці зібрана інформація про відомі програмні продукти (програмні системи) для розв'язання задач багатокритеріальної оптимізації, а також про методи, на яких ці програмні продукти (програмні системи) базуються.

Програмний продукт (програмна система)	Метод
1000 Minds	PAPRIKA (Potentially All Pairwise Rankings of all possible alternatives)
Altova Meta Team	WSM (Weighted Sum Model)
Criterium DecisionPlus	АНР, SMART (Simple Multi-Attribute Rating Technique)
D-Sight	PROMETHEE (Preference Ranking Organization Method for Enrichment Evaluation)
Decide IT	MAUT (Multi-Attribute Utility Theory)
Decision Lens	АНР, АНР
Expert Choice	АНР
Logical Decisions	АНР, MAUT

Таблиця програмних продуктів (програмних систем) та методів розв'язання багатокритеріальних задач, які вони підтримують.

Реалізація програмної системи передбачає виконання чотирьох послідовних кроків (відповідно до метода аналізу ієрархій):

1. визначення кількості критеріїв та альтернатив;
2. проведення процедури попарних порівнянь елементів одного рівня ієрархії;
3. розрахунок локальних пріоритетів (вагових коефіцієнтів);
4. синтез локальних пріоритетів і обчислення для кожної альтернативи її глобального пріоритету.

Після першого кроку програмна система здійснить декомпозицію задачі та представить її у вигляді ієрархічного дерева. Система передбачає можливість додавання або вилучення елемента на будь-якому рівні ієрархії; при цьому автоматично буде перебудовано як саме ієрархічне дерево, так і всі зв'язки між елементами ієрархії, включаючи і матриці для проведення процедури попарних порівнянь зміненої кількості елементів ієрархії.

На другому кроці попарні порівняння елементів одного рівня ієрархії здійснюються в межах шкали, запропонованої Т.Сааті. Введення цих вхідних даних реалізовано безпосередньо на ієрархічному дереві: на будь-якому рівні ієрархії, крім останнього (рівня альтернатив) потрібно клацнути на елементі ієрархії лівою кнопкою миші і у діалоговому вікні «Попарні порівняння елементів задачі» заповнити квадратну матрицю.

На третьому кроці, окрім розрахунку локальних пріоритетів за алгоритмом Т.Сааті, програмна система обчислить і виведе величину узгодженості введених даних у відсотках. Цей параметр не повинен перевищувати 10%, інакше це свідчить про суперечливість введених даних і особа, що приймає рішення повинна скоригувати свої судження при проведенні процедури попарних порівнянь елементів ієрархії.

На четвертому кроці кнопка «Розрахувати» запускає процедуру розв'язання сформульованої задачі багатокритеріальної оптимізації, в результаті якої для

альтернатив обчислюється вектор глобальних пріоритетів, компоненти якого розраховуються за формулами лінійної згортки. Альтернатива, якій відповідає максимальна компонента глобального вектора пріоритетів вважається найкращим вибором.

Для зручного аналізу розв'язок задачі подається у вигляді гістограми.

Враховуючи, що при розв'язанні таких задач більшість часу витрачається саме на введення даних до матриць (тобто на попарні порівняння елементів одного рівня ієрархічного дерева) в системі реалізована можливість зберігати вже розв'язані задачі у вигляді окремих проектів, що позбавляє необхідності повторного введення даних при дослідженні вже розв'язаних задач.

Розроблена програмна система вирішує не тільки цю класичну задачу вибору найкращої альтернативи за сукупністю критеріїв, а і може розробити рекомендації для будь-якої з «програвших» альтернатив, дотримання яких дозволить цій альтернативі стати найкращим вибором. При цьому система згенерує лише «розумні» рекомендації, тобто будуть породжені лише такі інструкції для обраної альтернативи, які б потребували якомога менше змін в порівнянні з її поточним станом і при цьому цих змін було б достатньо, щоб дана альтернатива стала найкращим вибором.

Слід зауважити, що на відміну від існуючих програмних продуктів (програмних систем) запропонована програмна система буде для обраної альтернативи рекомендації без зміни вагових коефіцієнтів критеріїв. Це є характерною особливістю даною програмної системи. Існуючі програмні системи (наприклад, Expert Choice з наведеної вище таблиці) дозволяють стати обраній альтернативі найкращим вибором лише за умов зміни (явної чи неявної) вагових коефіцієнтів критеріїв.

Побудована програмна система має універсальний характер, може застосовуватися в різноманітних сферах людської діяльності для вирішення складних задач багатокритеріальної оптимізації і надає в руки особі, яка приймає рішення ефективний інструмент моделювання ситуації для здійснення обґрунтованого оптимального вибору.

1. Trygub O.S., Trygub R.O., Gorborukov V. Researching semistructured problems of multicriteria optimization using the software system // Наукові записки НаУКМА. – Т.151: Комп'ютерні науки. – 2013. – С.79-88.
2. Тригуб О.С. Система аналізу та прийняття управлінських рішень SoftExpert. XIII Міжнародна науково-практична конференція «Теоретичні та прикладні аспекти побудови програмних систем» (TAAPSD'2017). Київ, 4-8 грудня 2017 р. – С.178-179.
3. Ногин В.Д. Принятие решений при многих критериях: Учебно-методическое пособие / В.Д.Ногин – СПб.: ЮТАС, 2007. – 104 с.
4. Подиновский В.В. Многокритериальные задачи с упорядоченными по важности критериями // Автоматика и телемеханика. – №11. – 1976. – С.118-127.
5. Саати Т. Принятие решений: Метод анализа иерархий / Т.Саати – М.: Радио и связь, 1993. – 314 с.
6. Саати Т. Л. Принятие решений при зависимостях и обратных связях: Аналитические сети / Т.Л.Саати – М.: Издательство ЛКИ, 2008. – 360 с.
7. Saaty T.L. The analytic hierarchy process. – N.-Y.: McGraw Hill, 1980. – 288p.
8. Саати Т. Л. Об измерении неосозаемого. Подход к относительным измерениям на основе главного собственного вектора матрицы парных сравнений // Журнал "Cloud Of Science". – Т. 2. – № 1. – 2015.

Филипчук В.Л., д.т.н., професор, Іванчук Н.В., ст. викладач, Мартинюк П.М., д.т.н., професор

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОЧИЩЕННЯ ВОДИ В БІОПЛАТО

Біоплато, як споруди для очищення господарсько-побутових, виробничих стічних вод, забрудненого поверхневого стоку в останні роки набувають популярності у різних країнах, зокрема Великій Британії, Китаї, Нідерландах, Японії, Норвегії, Австралії тощо [4, 5]. Перевагою біоплато перед комплексом інших водоочисних споруд є те, що вони практично не потребують витрат електроенергії та хімічних реагентів, значного експлуатаційного обслуговування і забезпечують необхідну якість очищення води від широкого спектру забруднюючих речовин органічного та мінерального характеру [1 - 3].

Однак у відомих конструкціях біоплато відбувається поступова кольматація порового простору фільтрувальної засипки та нижнього дренажу біоплівкою і мінералізованим осадом, накопичення мулу в донній частині споруди. Внаслідок цього зменшується надходження кисню до кореневої системи рослин, що може призводити до зниження ефективності роботи споруд, пептизації осаду і вторинного забруднення води. По мірі кольматації порового простору фільтраційної засипки починає проявлятися процес суфозії, тобто винесення затриманих частинок з очищеною водою, що знижує ефективність роботи біоплато. Для відновлення роботи біоплато необхідна періодична їх зупинка на складні і тривалі ремонтно-відновлювальні роботи, пов'язані з промивкою і регенерацією фільтрувальної засипки та дренажу.

Тому актуальним є дослідження суфозійно-кольматаційних процесів, що протікають у товщі фільтрувальної засипки біоплато під час фільтрування забрудненої води, з точки зору ефективності їх роботи. Математичне та комп'ютерне моделювання таких процесів пов'язане із нелінійними взаємовпливами параметрів як пористого середовища, так і параметрів самих процесів. Зокрема, суфозія і кольматація впливають на пористість засипки, що, в свою чергу, відображається на величині коефіцієнта фільтрації. Це впливає на швидкість руху порової рідини, фільтраційно-суфозійні процеси, а звідси – на продуктивність біоплато. Тому забезпечення адекватності дослідження цих взаємозв'язаних процесів вимагає урахування при побудові математичних моделей фільтрації в біоплато таких нелінійних взаємовпливів.

Методика досліджень полягає в побудові математичної моделі процесу фільтрації в біоплато-фільтрі з урахуванням впливу суфозійно-кольматаційних процесів. Вплив кольматуючих частинок на фільтраційні процеси проявляється в нелінійній залежності коефіцієнта пористості від їх концентрації. В якості модельної задачі для комп'ютерного моделювання розглянуто біоплато довжиною 50 метрів та висотою 2 метри із щербенистою засипкою крупністю фракцій 20 мм. Забруднена вода подається через верхню дренажну систему із перфорованих труб і забирається в нижній частині засипки за допомогою перфорованого дренажу, розміщеного на дні біоплато. Біоплато вважалось достатньо широким для можливості застосування профільної схеми фільтрації і зведення просторової задачі до двовимірної. Програмна реалізація у FreeFem++ дозволяє змінювати розміри біоплато для модельних задач, враховувати

особливості засипки та її пористість через значення коефіцієнта фільтрації. В якості максимальної концентрації забруднень, що надходять в біоплато, прийнято величину 200 кг/м^3 . Математична модель фільтрації з урахуванням кольматаційно-суфозійних процесів описується наступною крайовою задачею:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot (\rho_p(c)k_h(c, s, \sigma)\nabla h) &= \sigma \frac{\partial \rho_p}{\partial c} \cdot \frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\rho_p}{\rho_s} \frac{\partial s}{\partial t}, X \in \Omega, \\ \sigma \left(1 - \frac{c}{\rho_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial c}\right) \frac{\partial c}{\partial t} &= \nabla \cdot (D_c \nabla c) - \left(u \left(1 - \frac{c}{\rho_p} \frac{\partial \rho_p}{\partial c}\right) - w\right) \nabla c - \frac{\partial s}{\partial t}, X \in \Omega, \\ \frac{\partial s}{\partial t} &= \alpha \cdot c - \beta \cdot s, X \in \Omega, \quad u = -k_h(c, s, \sigma)\nabla h, X \in \Omega, \\ c(X, 0) &= C_0(X), \quad s(X, 0) = s_0(X), \quad X \in \bar{\Omega} = \Omega \cup \Gamma, \\ h|_{\gamma_1} &= h_1(X, t), \quad X \in \gamma_1, \quad (u, n)|_{\gamma_2} = 0, \\ c|_{\gamma_1} &= C_1(X, t), \quad X \in \gamma_1, \quad (q_c, n)|_{\gamma_2} = 0. \end{aligned}$$

Для відшукування наближеного розв'язку поставленої крайової задачі використано метод скінченних елементів (МСЕ).

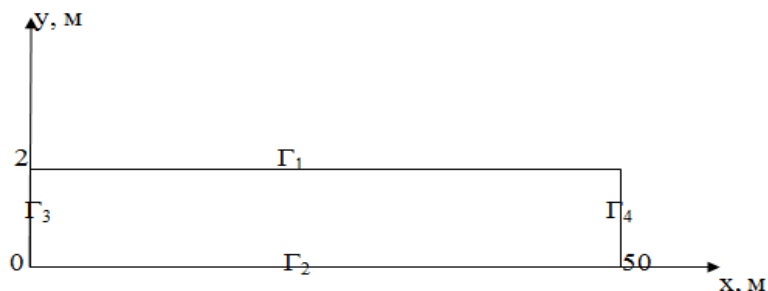


Рис.1. Умовна схема області розв'язку задачі

На рис. 2 зображена різниця напорів з урахуванням впливу концентрації суспензії та концентрації кольматуючих частинок та без урахування відповідно.

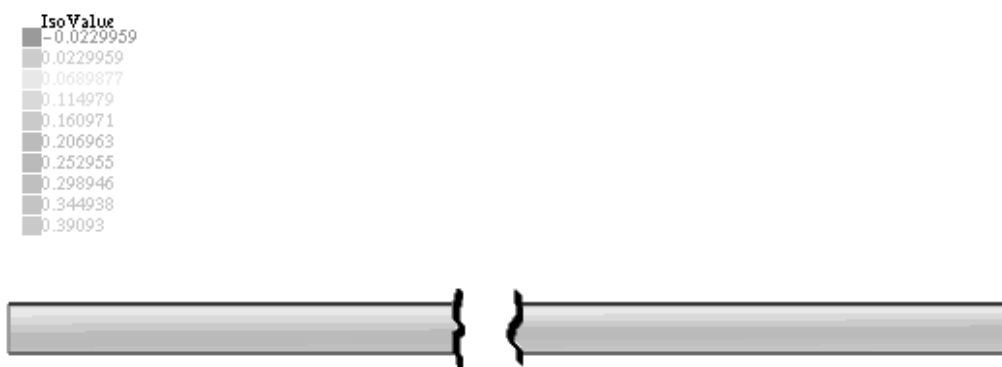


Рис. 2. Різниця напорів у засипці біоплато через 180 діб

Чисельні експерименти з модельної задачі показують, що максимальна різниця напорів з урахуванням та без урахування впливу концентрації суспензії та кольматуючих частинок становить 0,39 м через півроку після початку експлуатації біоплато. Приймаючи до уваги, що максимальне значення напорів в засипці біоплато складає 2 м., то як видно з рис. 2 їх максимальна відносна різниця сягає 19.5%. Дослідження швидкості фільтрації по осі Oy (компоненти u_2) показало, що за 180 діб

максимальна відносна різниця значень швидкостей фільтрації складає близько 25%. Тобто, вже за півроку прогнозна продуктивність біоплато знизиться щонайменше на четвертину. Тому для збереження продуктивності біоплато потрібні інженерні рішення, які знижують вплив кольматаційно-суфозійних процесів на ефективність роботи біоплато-фільтра.

1. *Завацький С.В.* Біоінженерні споруди для очищення стічних вод малої продуктивності / С.В. Завацький, Л.С. Котельчук, А. Л. Котельчук // Будівництво, інженерні системи та комунікації. – 2012. – №1 (3). – С. 57–63.
2. *Филипчук В.Л.* Очищення води у фільтраційно-регенераційних біоплато / В.Л. Филипчук, О.І. Бондар, М.С. Курилюк, А. Айайа, П.П. Кривошей, О.М. Курилюк, О.В. Почтар // Вісник НУВГП. – 2016. – Вип. 2(74). – С. 193–204.
3. *Филипчук В.Л.* Очищення каламутних вод у фільтраційно-регенераційних біоплато / В.Л. Филипчук, М.С. Курилюк, Л.В. Филипчук, О.М. Курилюк, В.М. Крилюк, О.В. Почтар // Вісник інженерної академії України. – 2016. – Вип.3. – С. 150–155.
4. *Gleichman-Verheyc E.G.* Alvalwaterzuivering met helofytenfilters, een haalbaarheidsstudie / E.G. Gleichman-Verheyc, W.H. Putten, L. Vander // Tijdschr. watervoorz. en. Afvalwater. –1992. – №3. – Pp. 56–60.
5. *Healy A.* Nutrient Processing Capacity of a Constructed Wetland in Western Ireland / A. Healy, M. Cawley // J. Environ. Quality. – 2002. – №31. – Pp. 1739–1747.

УДК 519.8

Франчук В.О., студент магістерської програми «Інформатика»

(Київський національний університет ім. Т.Шевченка, м. Київ, Україна)

ЗАДАЧА ПЕРЕРОЗПОДІЛУ ВСТУПНИКІВ НА МІСЦЯ ДЕРЖАВНОГО ЗАМОВЛЕННЯ

Заданий орієнтований, зважений мультиграф. Кожна вершина відповідає спеціальності на факультеті певного ВНЗ, а дуги – бажанню абітурієнтів змінити місце розподілу. Вага дуги визначається як рейтингова оцінка ЗНО з профільного предмету. Необхідно задовольнити якомога більшу кількість бажаючих (надаючи перевагу вступникам із більшим балом), але таким чином, щоб кількість студентів за кожною спеціальністю залишилась не змінною.

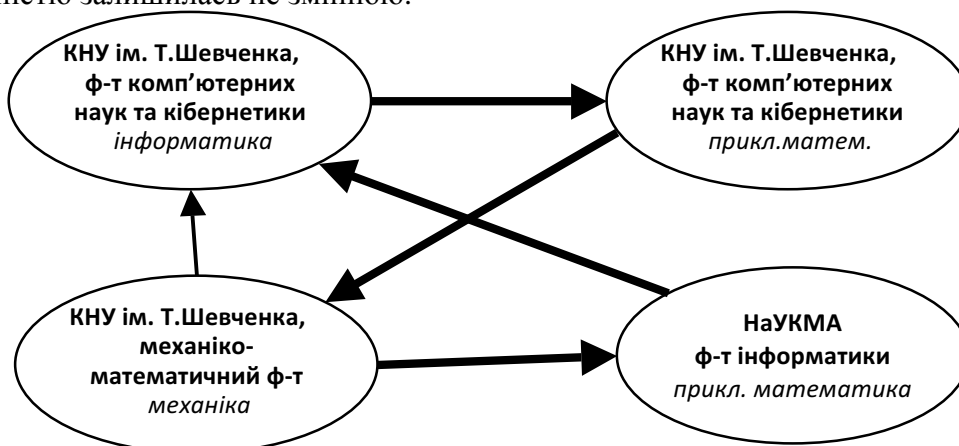


Рис. 1. Приклад орграфу побажань перерозподілу вступників

Розглянемо простий приклад (рис. 1). На факультеті комп'ютерних наук та кібернетики КНУ ім. Т.Шевченка за спеціальністю інформатика є вступник, що бажає перевестись на прикладну математику; з прикладної математики інший вступник хоче перейти на механіку механіко-математичного факультету, а звідти дві особи виявили бажання змінити місце розподілу: один – на інформатику факультету комп'ютерних наук та кібернетики, другий – на прикладну математику факультету інформатики НаУКМА; в свою чергу, з НаУКМА є бажаючий перейти до факультету комп'ютерних наук та кібернетики на спеціальність інформатика.

З рис. 1 видно, що одночасно можна задовольнити бажання чотирьох абітурієнтів, виконавши обмін за жирними дугами.

Таким чином, задачу перерозподілу вступників можна сформулювати так. Знайти в орієнтованому, зваженому мультиграфі множини циклів без спільних ребер максимальної сумарної довжини.

Розглянемо ідею розв'язання поставленої задачі. Оскільки загальна чисельність абітурієнтів, що розглядаються, може сягати кількох десятків тисяч, вхідний граф має велику кількість вершин та ребер, тому для ефективного розв'язання задачі необхідно знайти спосіб зменшення її розмірності.

Надалі будемо розв'язувати задачу на компонентах сильної зв'язності. Отже, маємо сильно-зв'язний граф $G = (V; E)$, в якому необхідно виділити множини циклів без спільних дуг максимальної сумарної довжини.

За відсутності реальних даних щодо побажань абітурієнтів доволі складно визначити обмеження, тому в загальному випадку будемо вважати, що $|V| \leq 100, |E| \leq 5000$, але розглянемо й інші випадки.

Виходячи з того, що кількість студентів, що навчається за кожною спеціальністю має бути незмінною, в циклах, що ми виділяємо, для довільної вершини кількість вхідних та вихідних ребер має співпадати. За теоремою Ейлера, якщо граф сильно-зв'язний та для кожної вершини її напівстепені входу та виходу збігаються, то він ейлерів. Тепер задачу можна переформулювати так. Виділити в графі множини ейлерових підграфів з циклами максимальної сумарної довжини.

Загальний алгоритм розв'язання задачі базується на ідеології методу «розділяй та володарюй» [1,2] і передбачає розбиття початкової задачі великої розмірності на менші підзадачі з подальшим їх окремих розв'язанням за допомогою перебірних або евристичних алгоритмів в залежності від розмірності утворених підзадач.

Перебірний алгоритм. Розроблений базовий алгоритм полягає у переборі всіх можливих підграфів і виборі з них оптимального. Опишемо його більш детально.

1. Отже, на вході маємо сильно-зв'язний оргграф $G = (V; E)$, де V – множина вершин, E – ребер.

2. Ініціалізуємо множини \tilde{E} та E_{opt} як порожні.

3. Якщо можливо, виділяємо чергову підмножину множини E та зберігаємо її в \tilde{E} , інакше переходимо до кроку 7.

4. Для множини \tilde{E} перевіряємо, чи утворює вона ейлерів граф, якщо так, переходимо до кроку 5, інакше – 6.

5. Оцінюємо \tilde{E} , якщо оцінка краща за оптимальну, знайдену до цього, то $E_{opt} = \tilde{E}$.

6. Повертаємось до кроку 3.

7. E_{opt} – шукана відповідь, виводимо її.

Визначимо часову складність даного алгоритму. Як відомо, кількість всіх підмножин множини потужності n дорівнює 2^n , таким чином буде згенеровано $2^{|E|}$ підмножин множини ребер, та для кожної з них за лінійний час ($O(E)$) буде виконана перевірка на

ейлеровість. Таким чином загальна оцінка визначається як $O(|E| 2^{|E|})$, тоді обмеження для практичного застосування можна визначити, як $|E| \leq 25$.

Евристичний алгоритм. Оскільки задача є NP-повною та може мати достатньо велику розмірність виникає необхідність у розробці евристичних алгоритмів, які будуть працювати за прийнятний час (але не гарантують оптимальність відповіді).

В даній постановці задачі будемо вважати, що вагою ребра є бал за профільний конкурсний предмет ЗНО абітурієнта, який бажає змінити місце навчання. Також введемо поняття моста – ребра, при видаленні якого компонента сильної зв'язності руйнується.

1. Отже, на вході маємо сильно-зв'язний оргграф $G = (V; E)$, де V – множина вершин, E – ребер.

2. Для кожного ребра з E визначаємо чи є воно мостом.

3. Створюємо порожню множину E_{opt} .

4. Знаходимо ребро серед ще не використаних із максимальною вагою.

5. Модифікованим пошуком в глибину шукаємо цикл, позначимо його як \tilde{E} , якщо цикл не існує – додаємо поточне ребро до \tilde{E} та переходимо до кроку 7. (*Модифікація полягає у строгому визначенні порядку обходу дочірніх вершин. Спочатку будемо йти ребрами, які не є мостами в порядку спадання ваги, далі – мостами в аналогічному порядку.*)

6. Додаємо \tilde{E} до E_{opt} .

7. Вилучаємо \tilde{E} з E .

8. Якщо E не порожня, переходимо до кроку 4, інакше – 9.

9. E_{opt} містить наближену відповідь, виводимо її.

Визначимо часову складність даного алгоритму. Як відомо, пошук у глибину має лінійну часову складність ($O(E)$). В найгіршому випадку кожен раз на 4 кроці не буде знайдено цикл і ми будемо видаляти з E лише одне ребро. Таким чином буде $|E|$ разів виконано 4 крок, і виконано $O(E^2)$ операцій. Перший крок не важко виконати за час $O(E^2)$. Отже, загальна оцінка дорівнює $O(E^2)$, що визначає практичні межі застосування для $|E| \leq 5000$.

1. *Т.Кормен.* Алгоритмы. Построение и анализ / Т.Кормен, Ч.Лейзерсон, Р.Ривест, К.Штайн : пер. с англ. – 3-е изд. – М.: Вильямс, 2013. – 1328 с.

2. *Порублев И.Н.* Алгоритмы и программы. Решение олимпиадных задач / И.Н. Порублев, А.Б. Ставровский – М.: Вильямс, 2007. – 480 с.

УДК 519.8

Франчук О.В., к.т.н., доцент, Горбурков В.В., ст.викладач

(*Національний університет «Києво-Могилянська академія», м. Київ, Україна*)

ПАРАМЕТРИЧНА ОПТИМІЗАЦІЯ В ЗАДАЧІ РАНЖУВАННЯ АЛЬТЕРНАТИВ

Розглядається задача вибору, яка описується набором альтернатив $x \in X = \{A_1, \dots, A_n\}$, для кожної з яких задаються значення m певних показників (критеріїв). Розв'язком такої задачі вважається альтернатива, яка має найкращі (за сукупністю)

значення критеріїв, які відрізняються різною важливістю (ваговими коефіцієнтами) [1-3].

У загальному випадку критерієм можна вважати деяку функцію $f_j(x)$, $j \in J = \{1 \dots m\}$, визначену на множині альтернатив. Значення цієї функції належать або до наперед визначеної множини, або обраховуються у відповідності з певними математичними правилами, або є суперпозицією деяких інших показників з множини J . У першому випадку можливі варіанти: множина значень задається бальною чи лінгвістичною шкалою [4] або у вигляді числового інтервалу $[f_j^{min}, f_j^{max}]$, який утворюється з усіх можливих значень функції (з мінімального до максимального) з урахуванням точності її обчислення. Прикладом другого випадку є синтез локальних пріоритетів у методі аналізу ієрархій [4].

Отже, можна вважати, що значення j -го критерія завжди є зліченною множиною, позначимо її, як Q_j . Найкращим вважається результат, що відповідає максимальному або мінімальному значенню функції $f_j(x)$, $j \in J$ в залежності від напряму оптимізації критерію. Нехай J_1 і J_2 – множини індексів критеріїв, що відповідно максимізуються і мінімізуються ($J_1 \cup J_2 = J$). Далі будемо вважати, що значення кожної функції $f_j(x)$, $j \in J$ належать спільному числовому інтервалу $[q_{min}; q_{max}] \subset \mathbb{R}$ – множини дійсних чисел. У протилежному випадку не важко побудувати відповідне взаємно-однозначне відображення початкових значень $f_j(x)$, $j \in J$ у такий інтервал.

Як прийнято при розгляді багатокритеріальних задач, вводиться вектор $W = (\omega_1, \dots, \omega_m)$, кожна компонента якого ω_j характеризує важливість j -го критерія, причому $\sum_{j=1}^m \omega_j = 1$, $\omega_j > 0$ [1-3].

Задача ранжування альтернатив $x \in X = \{A_1, \dots, A_n\}$ за сукупністю показників $f(x) = (f_1(x), \dots, f_m(x))$ полягає у встановленні певного порядку

$$A_{i_1} > A_{i_2} > \dots > A_{i_n} \quad (1)$$

на основі обчислення значень деякого узагальненого показника $G(x)$ для кожного елемента множини X :

$$G(x) = G(f(x), W) = G((f_1(x), \dots, f_m(x)), (\omega_1, \dots, \omega_m)), \quad x \in X = \{A_1, \dots, A_n\}, \quad (2)$$

де значення $G(A_i)$ обчислюються за певним правилом (алгоритмом), що визначається математичним методом, який використовується в кожному конкретному випадку, причому

$$G(A_{i_1}) \geq G(A_{i_2}) \geq \dots \geq G(A_{i_n}). \quad (3)$$

Так, в теорії прийняття рішень найбільш відомими та поширеними є метод ідеальної точки, лінійно-адитивна згортка, степеневно-адитивна згортка та деякі інші [1; 4; 5].

В задачі ранжування альтернатив найкращою вважається альтернатива A_{i_1} , яка у порядку (1) займає перше місце, відповідно, найгіршою – альтернатива A_{i_n} . Далі будемо говорити, що альтернатива A_{i_k} , $k = \overline{1, n}$ в порядку (1) знаходиться на k -му місці.

Проте, на практиці після розв'язку задачі (1) – (3) для окремої альтернативи A' може виникнути необхідність в аналізі того місця k' , яке вона посіла у порядку (1). Таким аналізом може бути проведення дослідження – при яких відхиленнях від існуючих значень $f_j(A')$, $j \in J$ альтернатива A' зайняла б інше, наперед визначене та відмінне від k' місце? Конкретним ілюстративним прикладом може бути проблема розробки індивідуального плану підготовки запасного гравця спортивної команди для того, щоб він у найближчий час зміг потрапити в основний склад. Йдеться про те, яким саме показникам, що аналізуються у процесі тренування, слід приділити найбільшу увагу.

Інший приклад – аргументовано, у разі необхідності, вказати на недоліки того чи іншого проекту (будь-якої сфери людської діяльності), що приймав участь у конкурсі на отримання грантової підтримки або виділення фінансування і т.п.

Отже, розглянемо такий випадок. Нехай після розв’язку задачі (1) – (3) виникла необхідність, щоб альтернатива A' посіла у порядку (1) деяке місце, не нижче ніж p ($p < k'$), і особі, що приймає рішення, надаються повноваження визначити підмножину критеріїв $J' \subseteq J$, для яких дозволяється змінювати значення $f_j(A')$, $j \in J'$. Задамо множину векторів-параметрів $\theta = (\theta_1 \times \dots \times \theta_m)$, $\theta \subset \mathbb{R}^m$ наступним чином:

$$\theta_j = \bigcup_{q_j \in Q_j} (q_j - f_j(A')), j \in J', \quad \theta_j = \{0\}, j \in J \setminus J',$$

де кожна множина θ_j , $j \in J'$ представляє собою всі можливі відхилення значень $q_j \in Q_j$ від $f_j(A')$. Математична модель задачі, що розглядається, буде мати такий вигляд:

$$H(A', \theta, p, W) = \left(G(f(A', \theta), W) - G(f(A_{i_p}), W) \right) \rightarrow \min \quad (4)$$

$$G(f(A', \theta), W) \geq G(f(A_{i_p}), W), \quad (5)$$

$$\theta = (\theta_1, \dots, \theta_m) \in \theta = (\theta_1 \times \dots \times \theta_m), \theta \subset \mathbb{R}^m, \quad (6)$$

де $f(A', \theta) = (f_1(A') + \theta_1, f_2(A') + \theta_2, \dots, f_m(A') + \theta_m)$, $\theta \in \theta$.

Створено СППР, в якій реалізовано можливість формувати задачу вибору (1) – (3) та розв’язувати її за допомогою класичних методів багатокритеріальної оптимізації. Крім того, в математичне забезпечення системи інтегровано алгоритм розв’язку задачі (4)-(6). Вхідні дані (набір альтернатив, значення показників і т. п.) можуть бути, або безпосередньо занесені в систему, або отримуватись із Excel або XML. В веб-орієнтованій версії вхідні дані для задачі вибору можуть формуватись автоматично із відповідних онтологічних графів. Результатом роботи системи є рейтинговий список або рекомендації для конкретної альтернативи (набори відхилень значень критеріїв).

1. Волошин, О. Ф. Моделі та методи прийняття рішень : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / О. Ф. Волошин, С. О. Машенко. – 2-ге вид., перероб. та допов. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2010. – 336 с.
2. Емельянов С. В. Многокритериальные методы принятия решений / С. В. Емельянов, О. И. Ларичев. – М.: Знание, 1985.- 32 с.
3. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений / О. И. Ларичев. М.: Логос, 2003.-392 с.
4. Саати Т. Принятие решений / Т. Саати. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993. 278 с.
5. Черноруцкий И. Г. Методы принятия решений / И. Г. Черноруцкий. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. -416 с.

УДК 504.05; 502.58:556.166: 532.5:528

Ходневич Я.В.¹, к.т.н., Корбутяк В.М.², к.т.н., доцент,
Стефанишин Д.В.^{1,2} д.т.н., професор

(¹ Інститут телекомунікацій і глобального інформаційного простору НАН України, м. Київ, Україна, ² Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

ПРО ПРОГНОЗУВАННЯ МІСЦЕВИХ РОЗМИВІВ РУСЕЛ ЗА ПРИРОДНИМИ ДОННИМИ ПЕРЕШКОДАМИ

Задача прогнозування місцевих розмивів русел рік за донними перешкодами, що формуються природним чином, є складною задачею, обтяженою невизначеністю даних і знань. Окрім геопросторових даних щодо особливостей гідроморфології русла та параметрів руслових утворень, різнорідних гідрологічних даних (стік води, наносів), знань особливостей гідравліки річкового потоку (турбулентного руху води у відкритому природному руслі тощо) важливе значення для її розв'язання має врахування закономірностей перебігу руслового процесу на ділянках розміщення та впливу перешкод, даних інженерно-геологічних та геотехнічних вишукувань властивостей ґрунтів, що складають ложе і береги русла ріки. В свою чергу математичні моделі гідродинаміки (рівняння математичної фізики, чисельне моделювання, розв'язання прямих і обернених задач) мають ґрунтуватися на результатах натурних спостережень, фізичного моделювання водних потоків та теорії подібності [1-3].

Подібні задачі прийнято називати інтелектуальними, оскільки їх рішення потребують знань з різних предметних областей. Вони важко формалізуються, характеризуються неповнотою і суперечливістю вихідних даних і знань, що стосуються перебігу досліджуваних процесів і явищ. Особливістю цих задач є велика розмірність простору рішень, нечіткість цілей і критеріїв тощо. Класичні підходи до розв'язання таких задач можуть призводити до створення занадто складних математичних моделей, які важко забезпечити необхідними вхідними даними, точність яких відповідала б можливостям цих моделей [4].

Одним з підходів до розв'язання складних інтелектуальних задач може бути імітаційне комп'ютерне моделювання. Для розв'язання поставленої задачі прогнозування місцевих розмивів русла і берегів ріки імітаційне комп'ютерне моделювання передбачає синтез результатів геопросторового аналізу на основі даних дистанційного зондування Землі, результатів морфологічних, гідрологічних і гідравлічних досліджень та чисельного математичного моделювання кінематики місцевих турбулентних течій за русловими утвореннями [5-7]. При цьому на різних етапах розв'язання задачі пропонується застосовувати адаптовані математичні моделі, основне призначення яких є не інтерпретація процесів і явищ, що досліджуються, а встановлення умов, за яких ці явища і процеси можуть відбуватися.

Верифікація отриманих результатів імітаційного моделювання умов виникнення та інтенсифікації місцевих розмивів річкових русел за русловими перешкодами здійснювалася на прикладах ділянок річок з різними типами руслового процесу (незавершене, обмежене, вільне меандрування, осередковий тип). Отримані результати вказують на можливість оперативного виявлення ділянок русел, де під час паводків з високою ймовірністю відбуватимуться місцеві розмиви дна і берегів рік.

1. Щодро О.Є. Порівняння розрахункових та експериментальних даних про кінематичну структуру, поле тисків, наносотранспортуючу та розмивну спроможності потоку в зоні просторової відривної течії за косо розташованими грядами та донними уступами / О.Є. Щодро // Вісник НУВГП. Вип. 4 (36). – Рівне: 2006. – Ч. 1. – С. 173-179.

2. Стефанишин Д.В. Про один підхід до прогнозування місцевих розмивів русел та берегів на передгірних ділянках рік з використанням можливостей математичного моделювання / Д.В. Стефанишин, Я.В. Ходневич, О.Є. Щодро // Екологічна безпека та природокористування. Зб. наук. праць. – К.: КНУБА, ІТГП НАНУ, 2011. – Вип. 7. – С. 64-72.

3. Ходневич Я.В. Чисельне моделювання умов інтенсифікації місцевого розмиву русла ріки за донною перешкодою, що відхиляється від берега вниз за течією / Я.В. Ходневич, Д.В. Стефанишин // Екологічна безпека та природокористування. Зб. наук. праць. – К.: КНУБА, ІТГП НАНУ, 2014. – Вип. 16. – С. 111-122.

4. Моисеев Н.Н. Математические задачи системного анализа / Н.Н. Моисеев. – М.: Наука, 1981. – 487 с.

5. Лагоднюк А.М. Ідентифікація коефіцієнта шорсткості річкових заплавл за даними дистанційного зондування для підтримки математичного моделювання неусталеного руху води при повенях / А.М. Лагоднюк, В.М. Корбутяк, Д.В. Стефанишин // Екологічна безпека та природокористування. Зб. наук. праць. Вип. 21 (№1-2). Київ: ІТГП НАНУ, КНУБА. 2016. – С. 83-94.

6. Корбутяк В.М. Про використання геопросторових даних при імітаційному моделюванні умов виникнення місцевих розмивів русел рік / В.М. Корбутяк, О.Є. Щодро, Я.В. Ходневич, Д.В. Стефанишин // Мат-ли 15-ї Міжнародної наук.-практ. конф. «Сучасні інформаційні технології управління екологічною безпекою, природокористуванням, заходами в надзвичайних ситуаціях». (3-6 жовтня 2016 р.), м. Київ, Пуща-Водиця. – К.: 2016. – С. 41-45.

7. Ходневич Я.В. Імітаційне моделювання умов виникнення місцевих розмивів русел рік / Я.В. Ходневич, Д.В. Стефанишин, В.М. Корбутяк // Екологічна безпека та природокористування. Зб. наук. праць. Вип. 24 (№ 3-4). Київ: ІТГП НАНУ, КНУБА, 2017. – С. 112-123.

УДК 517.958:532.72

**Чернуха О. Ю., завідувач відділом, д.т.н., професор,
Ментинський С.М., ст. викладач**

(Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів, Україна,

Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ДИФУЗІЇ ДОМІШКОВОЇ РЕЧОВИНИ В ДВОФАЗНИХ АРМОВАНИХ ТІЛАХ ВИПАДКОВОЇ СТРУКТУРИ

В сучасній техніці широко використовуються армовані матеріали, поведінка яких в умовах зовнішніх впливів має низку специфічних особливостей [1]. При цьому виділяють два типи конструкцій: тонкі пластини, які навантажуються і армовані у своїй площині, а також подовжені тіла, армовані вздовж подовжуючого напрямку нерозтяжними волокнами, які навантажуються в площинах, перпендикулярних осі видовження [1]. При виробництві ракетних твердопаливних двигунів використовуються армовані пластмаси, які можна розділити на дві групи – армовані пластмаси на основі вуглеграфітових тканин і на основі скла та кремнеземних волокон [2]. Застосування таких матеріалів вимагає прогнозування їхніх властивостей, пов'язаних з

розподілами температурних та дифузійних полів за різних умов внутрішнього міжфазного контакту, зовнішніх впливів та можливих просторових реалізацій структури. Таке прогнозування є складним з огляду на багатозфазну структуру згаданих матеріалів, для яких, зазвичай, є невідомими дані про конкретне просторове розташування окремих фаз, і найчастіше реалізується за рахунок достатньої інформації про їх дольовий вміст та основні фізичні властивості.

Поряд з методами гомогенізації неоднорідної структури тіла [3], які, наприклад, використовують як малий параметр відношення розмірів неоднорідностей до відстані істотної зміни досліджуваних полів, в останні роки були розвинуті підходи, що опираються на апарат теорії узагальнених функцій та усереднення за ансамблем допустимих просторових реалізацій розташування фаз [4]. Дана робота присвячена застосуванню цього підходу [4] до розв'язання контактної-крайової задачі дифузії домішки у двофазному випадково неоднорідному армованому півпросторі, волокнисті однонапрямлені включення яких розташовані паралельно поверхні тіла (рис. 1а).

Вважаємо, що волокна-включення мають однаковий діаметр, а густина і коефіцієнт дифузії є сталими в межах кожної з фаз, причому вони можуть суттєво відрізнятися. Точна геометрична конфігурація фаз в області тіла є невідомою і заданий рівномірний розподіл включень (рис. 1б).

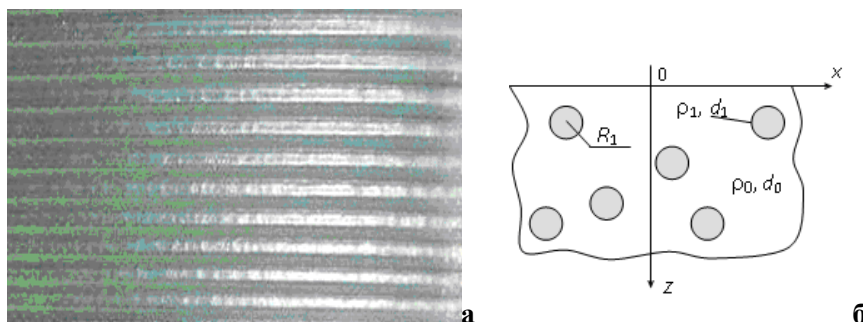


Рис. 1. Фотографія армованого скла [5] і реалізація двофазної волокнистої структури армованого тіла

Для визначення концентрацій $c_j(\vec{r}, t)$ домішкової речовини в області кожної з фаз Ω_j ($j = 0, 1$) використано рівняння дифузії

$$\rho_j \frac{\partial c_j(\vec{r}, t)}{\partial t} = d_j \left[\frac{\partial^2 c_j(\vec{r}, t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c_j(\vec{r}, t)}{\partial z^2} \right], \vec{r} = (x, y) \in \Omega_j, \quad (1)$$

де $t \in [0, \tau], \tau < \infty$ - час, ρ_j - густина матеріалу фази Ω_j , d_j - кінетичний коефіцієнт переносу домішки у цій фазі.

На функцію концентрації накладено наступні крайові умови:

$$\begin{aligned} c_0(\vec{r}, t)|_{t=0} = c_1(\vec{r}, t)|_{t=0} = 0, \quad c_0(\vec{r}, t)|_{z=0} = c_* = const, \\ c_0(\vec{r}, t)|_{z \rightarrow +\infty} = c_1(\vec{r}, t)|_{z \rightarrow +\infty} = 0, \\ c_0(\vec{r}, t)|_{x \rightarrow \pm\infty} \leq K, \quad c_1(\vec{r}, t)|_{x \rightarrow \pm\infty} \leq K, \quad K < \infty \end{aligned} \quad (2)$$

та умови неідеального контакту:

$$k_0 c_0(\vec{r}, t)|_{\vec{r} \in \Gamma-0} = k_1 c_1(\vec{r}, t)|_{\vec{r} \in \Gamma+0}, \quad (3)$$

$$\rho_0 d_0 \vec{\nabla} c_0(\vec{r}, t)|_{\vec{r} \in \Gamma-0} = \rho_1 d_1 \vec{\nabla} c_1(\vec{r}, t)|_{\vec{r} \in \Gamma+0}, \quad (4)$$

де k_j – коефіцієнт концентраційної залежності хімічного потенціалу у фазі Ω_j ($j=0,1$);

$\Gamma = \bigcup_{i=1}^{n_1} \Gamma_{i1}$ – межа контакту областей Ω_0 та Ω_1 (Γ_{ij} – межа i -ї однозв'язної області Ω_{ij} j -ї фази).

Контактно-крайова задача (1)-(3) за допомогою апарату узагальнених функцій зведена до рівняння масоперенесення в усьому тілі:

$$L(\vec{r}, t)c(\vec{r}, t) = 0, \quad (4)$$

де оператор має вигляд

$$L(\vec{r}, t) = \sum_{j=0}^1 \sum_{i=1}^{n_j} \eta_{ij}(\vec{r}) \left\{ \rho_j \frac{\partial}{\partial t} \right\} - \sum_{j=0}^1 \sum_{i=1}^{n_j} \oint_{\Gamma_{ij}} [d(\vec{r})]_{\Gamma_{ij}} [\vec{v}]_{\Gamma_{ij}} \delta(\vec{r} - \vec{r}_{\Gamma_{ij}}) d\Gamma_{ij} - \\ - \sum_{j=0}^1 \sum_{i=1}^{n_j} \eta_{ij}(\vec{r}) \{d_j \Delta\} - \sum_{j=0}^1 \sum_{i=1}^{n_j} \oint_{\Gamma_{ij}} [d(\vec{r})]_{\Gamma_{ij}} [\cdot]_{\Gamma_{ij}} \vec{v} \delta(\vec{r} - \vec{r}_{\Gamma_{ij}}) d\Gamma_{ij},$$

у якому, за рахунок запровадження випадкової функції структури $\eta_{ij}(\vec{r})$ [4] явно враховано стрибки функції концентрації та її похідної на границях контакту фаз.

Подавши розв'язок отриманої крайової задачі у вигляді суми розв'язку відповідної однорідної задачі та згортки функції Гріна G з джерелом, одержано еквівалентне інтегро-диференціальне рівняння у вигляді

$$c(\vec{r}, t) = c^{(0)}(\vec{r}, t) + \int_0^t \iint_{0(V)} G(\vec{r}, \vec{r}', t, t') L_s(\vec{r}', t') c(\vec{r}', t') d\vec{r}' dt', \quad (5)$$

де $c^{(0)}(\vec{r}, t)$ – розв'язок однорідного рівняння $L_0(\vec{r}, t)c^{(0)}(\vec{r}, t) = 0$ з крайовими умовами (2), тут $L_0(\vec{r}, t)$ – детермінований оператор рівняння дифузії з коефіцієнтами матриці; $L_s(\vec{r}, t) = L_0(\vec{r}, t) - L(\vec{r}, t)$.

Розв'язок рівняння (5) побудовано методом послідовних наближень, де прийнято за нульове наближення $c^{(0)}(\vec{r}, t)$ у вигляді ряду Неймана. Усереднення випадкового поля концентрації проведено за ансамблем конфігурацій фаз із рівномірною функцією розподілу.

$$\langle c(\vec{r}, t) \rangle_{conf} = c^{(0)}(z, t) + \int_0^t \int_{-\infty}^{+\infty} v_1 \left\{ \int_0^{2R_1} G \left[\bar{\rho} \frac{\partial c^{(0)}}{\partial t'} - \bar{d} \frac{\partial^2 c^{(0)}}{\partial z'^2} \right] \left(\frac{z'}{R_1} - 1 \right) dz' + \right. \\ \left. + \int_{2R_1}^{+\infty} G \left[\bar{\rho} \frac{\partial c^{(0)}}{\partial t'} - \bar{d} \frac{\partial^2 c^{(0)}}{\partial z'^2} \right] dz' + \frac{2\bar{d}}{R_1} \lim_{X \rightarrow +0} \int_X^{\infty} G \frac{\partial c^{(0)}}{\partial z'} dz' \right\} dx' dt', \quad (6)$$

де $\bar{\rho} = \rho_0 - \rho_1$, $\bar{d} = d_0 - d_1$.

Формула (6) справджуються для довільних граничних і початкових умов, проте для рівномірного розподілу волокон в армованому тілі.

Робота виконана в рамках НДР № ДР 0117U006866 і ДР 0117U001850

1. Немировский Ю. В. Плоские задачи теории пластичности армированных сред / Ю. В. Немировский // Прочность и долговечность конструкций. – Киев: Наукова думка, 1980. – С. 56-63.

2. Фахрутдинов И. Х. Ракетные двигатели твердого топлива / И. Х. Фахрутдинов. – М.: Машиностроение, 1981. – 223 с.

3. Хорошун Л.П. Термоупругость двухкомпонентных смесей / Л.П. Хорошун., Н. С. Солтанов. – К: Наук. думка, 1984. – 112 с.
4. Чапля С.Я. Математичне моделювання дифузійних процесів у випадкових і регулярних структурах / С. Я. Чапля, О. Ю. Чернуха. – К: Наук. думка, 2009. – 302 с.
5. http://moszerkala.ru/new/96/Armirovannoe_steklo

УДК 627.324.2/3:532.72

Чуй Ю.В., аспірант, Мартинюк П.М., д.т.н., доцент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне,
Україна)

ПРО ЗАЛЕЖНІСТЬ СТИБКА НАПОРІВ НА ТОНКОМУ ГЛИНИСТОМУ ВКЛЮЧЕННІ ВІД КОНЦЕНТРАЦІЇ СОЛЕЙ (ОДНОВИМІРНА ЗАДАЧА УЩІЛЬНЕННЯ ҐРУНТУ)

Природні та штучні пористі середовища (ґрунти в тому числі) є неоднорідними на макрорівні [2]. Тобто, наприклад, ґрунтовий масив може складатись із підобластей, в яких містяться ґрунти зі своїми власними фізико-хімічними та механічними властивостями. Крім того такий масив може містити тонкі включення з природних ґрунтів.

Ситуація ускладнюється, якщо поровою рідиною є не чиста вода, а певний хімічний розчин. В природних умовах аномалії у фільтраційних процесах при наявності глинистих включень описано в роботі [1]. Аномалії, зокрема зростання напорів, автор пояснює через два аспекти – поровою рідиною є хімічний розчин і глинисте включення володіє властивостями напівпроникних мембран.

Математична модель фільтраційної консолідації шару ґрунту із тонким включенням в точці $x = \xi$, враховуючи солеперенесення містить наступні рівняння

$$\frac{dh}{dt} = \frac{1 + \bar{e}}{\gamma a} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(k(c) \frac{\partial h}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left(v(c) \frac{\partial c}{\partial x} \right) \right), x \in \Omega, t > 0, \quad (1)$$

$$\sigma \frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial c}{\partial x} \right) - u \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (2)$$

$$u = -k \frac{\partial h}{\partial x} + v(c) \frac{\partial c}{\partial x}, \quad (3)$$

де $\Omega = (0; \xi) \cup (\xi; l)$; $h(x, t)$ - надлишковий напір, \bar{e} – коефіцієнт пористості ґрунту, γ – питома вага порового розчину, a – коефіцієнт стисливості ґрунту, c – концентрація порового розчину, σ – пористість ґрунту, D – коефіцієнт дифузії, $u(x, t)$ – швидкість фільтрації, v – коефіцієнт осмосу.

В роботі [3] виведено наступну умову спряження для напорів на тонкому включенні, фільтраційні характеристики якого залежать від концентрації солей

$$\left(k \frac{\partial h}{\partial x} \right) \Big|_{x=\xi+0} = \left(k \frac{\partial h}{\partial x} \right) \Big|_{x=\xi-0} = \frac{[h]}{\int_0^d \frac{dx}{k(c)}}. \quad (4)$$

Таблиця. Зміна стрибка напорів на включенні при $k = 0,01 м/доба$

Глибина залягання включення та його товщина	Значення напорів при $k_{\gamma} = 0,0001 м/доба$			Значення напорів при $k_{\gamma} = k_{\gamma}(c)$			Відносна зміна стрибка напорів $\frac{[h]^* - [h]}{[h]} 100\%$
	h^-	h^+	$[h]$	h^-	h^+	$[h]$	
$\xi = 13 м$ $d = 0.2 м$	2.17	2.74	0.57	1.98	2.71	0.73	28%
$\xi = 13 м$ $d = 0.2 м$	2.20	3.07	0.87	1.90	3.43	1.53	76%
$\xi = 13 м$ $d = 0.2 м$	2.41	4.07	1.66	2.09	4.04	1.95	18%
$\xi = 13 м$ $d = 0.2 м$	2.48	4.75	2.27	2.03	5.39	3.36	48%

Крайова задача, яка містить в собі співвідношення (1)-(4), розв'язана методом скінченних елементів. Результати розв'язання модельної задачі наведено в таблиці. Відносна зміна стрибка напорів залежить як від глибини залягання напівпроникного включення, так і від його товщини. Результати модельних задач показують, що залежністю параметрів напівпроникних включень від концентрації хімічних речовин нехтувати не можна.

1. Neuzil C. E. Osmotic generation of 'anomalous' fluid pressures in geological environments / C. E. Neuzil // Nature. – 2000. – Vol. 403. – Pp. 182–184.

2. Сергиенко И.В. Математическое моделирование и исследование процессов в неоднородных средах / И.В. Сергиенко, В.В. Скопецкий, В.С. Дейнека, Наук. думка, Киев. - 1991. – 432 с.

3. Чуй Ю. В. Про умову спряження неідеального контакту і задачі фільтрації із напівпроникним включенням при змінному коефіцієнті фільтрації / Чуй Ю. В., Мартинюк П. М. // Обчислювальні методи і системи перетворення інформації: зб.пр. IV-ї наук.-техн. конф. (Львів, 28-30 вересня 2016 р). - Львів: ФМІ НАНУ, 2016. – С. 56-57.

УДК [519.876.5:530.182]:553.98

Ярошак С.В., к.т.н.

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ВИТІСНЕННЯ НАФТИ ТЕПЛОНОСІЄМ З УРАХУВАННЯМ КАПІЛЯРНОГО ЕФЕКТУ

У процесі видобутку нафти середньої та високої в'язкості (наприклад, природних бітумів) з неоднорідних пластів, ефективною, для підтримки пластового тиску та покращення реологічних властивостей флюїдів, є технологія нагнітання в пласт різних робочих агентів – теплоносіїв, при цьому за рахунок переносу течією тепла здійснюється розігрів зон пласта між свердловинами, в зв'язку з чим знижується в'язкість нафти в цих зонах і, тим самим, покращується гідродинамічний зв'язок між ними.

Основні закони, що описують процес витіснення, з урахуванням капілярних сил, для двох фаз представлено у вигляді рівняння нерозривності

$$\frac{\partial(\sigma s_l)}{\partial t} + \text{div}(v_l) = 0, (l = o, w)$$

і рівняння руху

$$v_l = -k(x, y) \frac{\tilde{k}_l(s)}{\mu_l(T)} \text{grad}(p_l), (l = o, w), s_o + s_w = 1,$$

де p_l – тиск в фазах, $\mu_l(T)$ – динамічна в'язкість, T – температура, \vec{v}_l – швидкість фільтрації l -ї фази, s_l – насиченість пласта l -ю фазою; σ , $k = k(x, y)$ – коефіцієнти пористості та абсолютної проникності ґрунту, $\tilde{k}_w = \tilde{k}_w(s)$, $\tilde{k}_o = \tilde{k}_o(s)$ – відносні фазові проникності ($s = s_w$). Індексом « w » і « o » позначено величини, що характеризують воду та нафту. Різниця тисків в фазах приймається рівною капілярному тиску: $p_o - p_w = p_c$, де $p_c = \chi \cos \theta \sqrt{\sigma/k} J(s)$, χ – коефіцієнт поверхневого натягу, θ – крайовий кут змочування, $J(s)$ – безрозмірна функція Леверетта. Звідси, з урахуванням сумарної швидкості $\vec{v} = \vec{v}_w + \vec{v}_o$ фільтраційної течії, маємо:

$$\text{div} \vec{v} = 0,$$

$$\vec{v} = -k(x, y) \lambda(s, T) \left(\left(\frac{\partial p_o}{\partial x} - f(s, T) \frac{\partial p_c}{\partial x} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial p_o}{\partial y} - f(s, T) \frac{\partial p_c}{\partial y} \right) \vec{j} \right) =$$

$$= k(x, y) \lambda(s, T) \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} \right) = \bar{k}(x, y, s, T) \cdot \text{grad}(\varphi),$$

$$\sigma \frac{\partial s}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad} f(s, T) + \text{div}(\beta(x, y, s, T) \text{grad}(p_c)) = 0,$$

де $\varphi = \varphi(x, y, t)$ – квазіпотенціал швидкості фільтрації,

$$\beta(x, y, s, T) = \frac{\tilde{k}_w(s) \tilde{k}_o(s) k(x, y)}{\mu_w(T) \mu_o(T) \lambda(s, T)}, \quad \bar{k}(x, y, s, T) = k(x, y) \lambda(s, T),$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = f(s, T) \frac{\partial p_c}{\partial x} - \frac{\partial p_o}{\partial x}, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = f(s, T) \frac{\partial p_c}{\partial y} - \frac{\partial p_o}{\partial y}, \quad f(s, T) = \frac{\tilde{k}_w(s)}{\mu_w(T) \lambda(s, T)},$$

$$\lambda(s, T) = \frac{\tilde{k}_o(s)}{\mu_o(T)} + \frac{\tilde{k}_w(s)}{\mu_w(T)}.$$

Здійснивши елементарні перетворення отримано представлення тиску p_o через квазіпотенціал φ

$$p_o = -\varphi + \int_0^{s_w} f(\tilde{s}, T) \frac{dp_c(\tilde{s})}{d\tilde{s}} d\tilde{s}$$

Для опису процесу перерозподілу тепла між фазами та скелетом, прийнято однотемпературну модель, згідно з якою є миттєвою передача тепла від флюїду до скелету і в зворотному напрямку [3].

У роботі розвинуто методи комплексного аналізу математичного моделювання нелінійних процесів ізотермічної багатofазної фільтрації [1,2] на випадок витіснення нафти з неоднорідного горизонтального пласта теплоносієм, за умов урахування капілярного ефекту.

1. Бомба А. Я Методи комплексного аналізу / А. Я. Бомба, С. С. Каштан, Д. О. Пригорницький, С. В. Ярошак – Рівне: НУВГП, 2013. – 415 с.
2. Bomba A. Ya, Yaroshak S.V. Complex approach to modeling of two-phase filtration processes under control conditions / A. Ya. Bomba, S.V. Yaroshak. // Journal of Mathematical Sciences. – 2012. – Vol. 184, No. 1. – P.56-69.
3. Чекалюк Э. Б. Термодинамика нефтяного пласта / Э. Б. Чекалюк – М.: Недра, 1965. – 238 с.

UDC 681.142

Zaiats V.M., DSc., Professor

(University of Science and Technology, Bydgoszcz, Poland)

A NEW CLASS OF NUMERICAL METHODS OF THE SECOND ORDER FOR THE DISCRETIZATION OF NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS

Abstract— An iterative approach to construction numerical methods second order based on the method of Linigur-Whillaby [1], that have minimal error of discretization is proposed. The essence of the approach in defining amendments to the explicit and implicit Euler's method [2] at the time when their contributions are equivalent.

Keywords—numerical methods; discretization; quartz generators; auto-oscillation system; discrete formula; error of discretization.

We get a numerical discrete formula for construction of discrete models of the systems with different areas of slow and rapid of motions [3]:

$$x[n+1] = x[n] + h \cdot \frac{2 \cdot f[x[n+1], t_{n+1}] \cdot f[x[n], t_n]}{(f[x[n+1], t_{n+1}] + f[x[n], t_n])} \quad (1)$$

where $x[n]$, $x[n+1]$ – value of state variables in the n and $n+1$ - points of discretization; $f[x[n], t_n]$, $f[x[n+1], t_{n+1}]$ – value of right parts of the differential equation of the explore system, which written in normalized form Cauchy.

The combining (1) and method of trapezoids, discrete formula of which has a kind:

$$x[n+1] = x[n] + \frac{h}{2} \cdot (f[x[n], t_n] + f[x[n+1], t_{n+1}])$$

we obtained the difference scheme for the combination of k -th kind (SKK):

$$x_{n+1} = x_n + \frac{a_k \cdot h \cdot f_n \cdot f_{n+1}}{(f_n + f_{n+1})} + a_{k+1} \cdot h \cdot (f_n + f_{n+1}), \quad (2)$$

where

$$a_k = \frac{2^k - (-1)^k}{3 \cdot 2^{k-1}}; \quad a_{k+1} = \frac{2^{k+1} + (-1)^k}{3 \cdot 2^{k+1}}.$$

Obviously, with increasing k the coefficients a_k and a_{k+1} in decrease, leading to a decrease of error calculation. In order to minimize errors in (2) we will make the passage to the limit, directing k to infinity. Thus, we get the difference scheme (3). In her with accuracy to members of the second-order of smallness the errors are absent:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{2 \cdot h \cdot f_n \cdot f_{n+1}}{3 \cdot (f_n + f_{n+1})} + \frac{1}{3} \cdot h \cdot (f_n + f_{n+1}). \quad (3)$$

We confirmed improving of characteristics time and accuracy in the process of computation in quartz generators 9 order [4] and high-Q of auto-oscillation system 18 order with very long by transient [4].

Using the difference scheme (3) in the construction of discrete models in applications of computer modeling of electronic systems will increase their effectiveness and will ensure reliability of their work.

Therefore, if for the calculation of crystal oscillator circuit of [4] had to apply algorithms to accelerate the convergence of computing process [5], then now using of formula (3) calculates the parameters of stationary state to within 10^{-12} without algorithms to accelerate.

1. V.M. Zaiats. "Amplitude and frequency errors of auto oscillation of Linigur-Whillaby numerical integration formula", Theoretical Electrical Engineering, vol. 37, Lviv, LNU by Franko, 1984, pp. 83-88.

2. G. Holl and J.M. Watt, Modern Numerical Methods for Ordinary Differential Equations, Clarendon press, Oxford, 1979, 312 p.

3. V.M. Zaiats, Lviv, Discrete Models of Oscillatory Systems for the Analysis of their Dynamics, UAP, 2011, 284 p.

4. V.M. Zaiats, "Fast search of established modes of high-frequency oscillators with long transients", Proceedings Universities. Radioelektronika, Kiev, vol. 3, 1993, pp. 26-32.

5. T. Aprille and T. Trick."A computer algorithm to determine the steady-state response of nonlinear oscillators", IEEE Trans. on Circuit Theory, 1972, V. CT-19,N 4, pp. 354-360.

УДК 519.633.2

**Zub S.S., doctor of sciences, senior researcher, Semenov V.V., doctor of sciences,
professor, Havrylko Ye.D., postgraduate**

(Taras Shevchenko Kyiv National University, Kyiv, Ukraine)

ABOUT FINDING A NEAREST PAIR OF POINTS ON TWO NONINTERSECTING SMOOTH CURVES IN EUCLIDEAN SPACE

The paper presents results of numerical experiments of finding a nearest pair of points lying on two nonintersecting smooth curves in Euclidean space, i.e., two points on the curves with minimum distance between them. Mathematical model that proposed is based on solving motion equations describing dynamics of interacting material points. It will next be shown that used form of potential energy provides the method convergence.

Let A, B – subsets of Euclidean space \mathbb{R}^n . The search for the closest pairs or calculate the minimum distance between the elements of this sets is the popular optimization problem:

$$\text{find } a_0 \in A, b_0 \in B: \|a_0 - b_0\| = \min_{a \in A, b \in B} \|a - b\| \quad (1)$$

The effective solve of problem (1) is a key element in many applications (for example, when creating route planners for robotics). Therefore, it is natural that many investigators paid attention to the problem (1) for different classes of sets [1-8].

We consider the problem (1) for two nonintersecting smooth curves in \mathbb{R}^3 :

$$\vec{x}(\alpha) = (x_1(\alpha), x_2(\alpha), x_3(\alpha)), \quad \vec{y}(\beta) = (y_1(\beta), y_2(\beta), y_3(\beta)),$$

where radius vectors $\vec{x}, \vec{y}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ – continuously differentiable vector functions of scalar parameters α, β .

A minimization problem has a form



$$\|\vec{x}(\alpha) - \vec{y}(\beta)\| \rightarrow \min_{\alpha, \beta}.$$

Hamilton motion equations for our mathematical model [7] are

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \frac{1}{\|\vec{x}'_{\alpha}\|^2} \frac{p_{\alpha}}{m_{\alpha}}, \\ \dot{\beta} = \frac{1}{\|\vec{y}'_{\beta}\|^2} \frac{p_{\beta}}{m_{\beta}}, \\ \dot{p}_{\alpha} = \frac{p_{\alpha}^2}{m_{\alpha}} \frac{\langle \vec{x}'_{\alpha}, \vec{x}''_{\alpha} \rangle}{\|\vec{x}'_{\alpha}\|^4} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \langle \vec{r}, \vec{x}'_{\alpha} \rangle - \lambda p_{\alpha}, \\ \dot{p}_{\beta} = \frac{p_{\beta}^2}{m_{\beta}} \frac{\langle \vec{y}'_{\beta}, \vec{y}''_{\beta} \rangle}{\|\vec{y}'_{\beta}\|^4} - \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} \langle \vec{r}, \vec{y}'_{\beta} \rangle - \lambda p_{\beta}, \end{cases} \quad (2)$$

where $\vec{r}(\alpha, \beta) = \vec{y}(\beta) - \vec{x}(\alpha)$ – radius vector between two points on given curves; $r = \|\vec{r}\|$, $m_{\alpha} > 0$, $m_{\beta} > 0$, α, β , p_{α}, p_{β} – independent variables (coordinates and impulses); λ – positive constant.

Let's consider an example with ellipses [8]:

$$\begin{cases} \vec{x} = (3 \cdot \sin(\alpha), 5 \cdot \cos(\alpha), 0); \\ \vec{y} = (3 \cdot \sin(\beta), 5 \cdot \cos(\beta), 7 - 3.75 \cdot \cos(\beta)). \end{cases} \quad (3)$$

The initial conditions

$$\begin{cases} \alpha(0) = 3.0; \\ \beta(0) = 5.0; \\ p_{\alpha}(0) = 2.0; \\ p_{\beta}(0) = -2.5 \end{cases} \quad (4)$$

and parameters

$$\begin{cases} m = 1; \\ \kappa = 5; \\ \gamma/\kappa \in (0.2 \dots 0.6). \end{cases} \quad (5)$$

Where the analytical solution

$$\begin{cases} \vec{x}^a = (0, 5, 0); \\ \vec{y}^a = (0, 5, 3.25); \\ r^a = 3.25. \end{cases} \quad (6)$$

Table 2. Numerical solutions¹⁾ of the system (3) with $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$ and $\Delta t_0 = 0.5$ for (4), (5)

N	γ/κ	n^2	$n_{T/2}^3$	r	$\ \Delta r\ ^{(4)}$	$\ \Delta \vec{x}\ ^{(4)}$	$\ \Delta \vec{y}\ ^{(4)}$
1	0.2	36	8	3.25	$2.191 \cdot 10^{-7}$	$5.234 \cdot 10^{-4}$	$5.111 \cdot 10^{-4}$
2	0.3	27	6	3.25	$6.391 \cdot 10^{-8}$	$8.421 \cdot 10^{-4}$	$3.011 \cdot 10^{-4}$
3	0.4	19	2	3.25	$7.811 \cdot 10^{-8}$	$9.380 \cdot 10^{-4}$	$4.241 \cdot 10^{-4}$
4	0.5	18	1	3.25	$8.512 \cdot 10^{-9}$	$3.101 \cdot 10^{-4}$	$1.350 \cdot 10^{-4}$
5	0.6	19	0	3.25	$7.593 \cdot 10^{-8}$	$9.053 \cdot 10^{-4}$	$4.816 \cdot 10^{-4}$

¹⁾ Calculations were carried out in MatLab R2016b.

²⁾ Total number of steps to the minimum.

³⁾ Total number of half-periods (for movement between points of turns).

⁴⁾ Denotement: $\|\Delta r\| = \|r - r^a\|$; $\|\Delta \vec{x}\| = \|\vec{x} - \vec{x}^a\|$; $\|\Delta \vec{y}\| = \|\vec{y} - \vec{y}^a\|$.

In the framework of the physical analogy and Lagrange-Hamilton formalism motion equations of two material points that lie on two given curves respectively are deduced. Such approach allows us to use arbitrary potentials in motion equations including the typical physical potentials that depend only the distance between the material points. The minimum distance between the curves is the solution of this equations. The arguments for using harmonic potential are given. It is evident that approach based on the Lagrangian-Hamilton formalism also allows us to find a minimum distance not only between the curves in 3-dimensional space, but for the surfaces of various dimensions in multidimensional Euclidean spaces. For this purpose we must assume an internal coordinates of a surface embed in a multidimensional Euclidean space as the generalized coordinates of mechanical system with the potential energy.

1. *Gilbert E.* A fast procedure for computing the distance between complex objects in three-dimensional space / E. Gilbert, D.W. Johnson, S.S. Keerthi // IEEE Journal of Robotics and Automation. – 4. – 1988. – PP.193-203.

2. *Gilbert, E.G.* Computing the distance between general convex objects in three-dimensional space / E.G. Gilbert, C.-P. Foo // IEEE Transactions on Robotics and Automation. – 6. – 1990. – PP.53-61.

3. *Lin A.* On the distance between two ellipsoids / Andrij Bomba, Andrij Safonyk // SIAM J. on Optimization. – 13. – 2002. – PP. 298-308.

4. *Bauschke H.H.* Finding best approximation pairs relative to two closed convex sets in Hilbert spaces / H.H. Bauschke, P.L. Combettes, D.R. Luke // Journal of Approximation Theory. – 127. – 2004. – PP.178-192.

5. *Semenov V.V.* Hybrid Splitting Methods for the System of Operator Inclusions with Monotone Operators / V.V. Semenov // Cybernetics and Systems Analysis. – 50. – 2014. – PP.741-749.

6. *Semenov V.V.* A Strongly Convergent Splitting Method for Systems of Operator Inclusions with Monotone Operators / V.V. Semenov // Journal of Automation and Information Sciences. – 46(5). – 2014. – PP.45-56.

7. *Zub S.S.* Dynamic system for finding best approximation pairs relative to two smooth curves in Euclidean space /S.S. Zub, N.I. Lyashko, V.V. Semenov // Journal of Computational & Applied Mathematics. – 1(124). – 2017. – PP. 43-51.

8. *Abbasov M.E.* Charged Ball Method for Solving Some Computational Geometry Problem / M.E. Abbasov // Vestnik St.Petersburg University, Mathematics – Vol.50. – 3. – 2017. – PP.209-216.

UDC 517.962

Komleva T.A., Ph.D., associate professor, Plotnikov A.V., D.Sc., professor

(Odessa State Academy of Civil Engineering and Architecture, Ukraine)

Plotnikova L.I., Ph.D., associate professor

(Odessa National Polytechnic University, Ukraine)

AVERAGING OF DISCRETE-TIME SET-VALUED SYSTEMS

This report deals with discrete set-valued dynamical systems, where time is measured by the number of iterations carried out, the dynamics are not continuous and values at each iteration is a set. In applications this would imply that the solutions are observed at discrete time intervals and also under uncertainty or interference effects. Recurrence relations can be

used to construct mathematical models of discrete systems under uncertainty. They are also used extensively to solve many differential equations with set-valued right-hand side which do not have an analytic solution; the set-valued differential equations are represented by recurrence relations (or difference equations) that can be solved numerically on a computer. The bulk of this report is concerned with the averaging method for nonlinear discrete-time set-valued systems.

Consider the non-autonomous set-valued discrete-time equations

$$X_{i+1} = X_i + F(i, X_i), \quad (1)$$

and

$$X_{i+1} = X_i - F(i, X_i), \quad (2)$$

where $i \in I = \{0, 1, \dots, N\}$, $X_i \in \text{conv}(R^n)$, $F : I \times \text{conv}(R^n) \rightarrow \text{conv}(R^n)$, $X - Y$ is a Hukuhara difference of the sets X and Y . If one starts with an initial value, say, X_0 , then iteration of (1) (or (2)) leads to a sequence of the form $\{X_i : i = 0 \text{ to } N\} = \{X_0, X_1, \dots, X_N\}$.

Definition 1. A solution to the set-valued discrete-time equation (1) (or (2)) is a discrete-time set-valued trajectory $\{X_i\}_{i=0}^N$, that satisfies this equation at any point $i \in I$.

Remark 1. It is obvious that the solution of (1) exists for any $X_0 \in \text{conv}(R^n)$ and I .

Remark 2. Obviously, the differences in (2) may not always exist (because of the size of the volumes of sets or because of the different form of the sets). For example,

- let $n \geq 1$, $X_0 = \{a \in R^n : \|a\| \leq 1\}$, $F(i, X_i) = (i+2)X_i$. In this case, the difference in (2) does not exist for $i = 0$, as, $F(0, X_0) = \{b \in R^n : \|b\| \leq 2\}$;

- let $n = 2$, $X_0 = \{a \in R^2 : |a_k| \leq 1, k = 1, 2\}$, $K(i) = \begin{pmatrix} \cos(i+1) & \sin(i+1) \\ -\sin(i+1) & \cos(i+1) \end{pmatrix}$, $F(i, X_i) = K(i)X_i$. Also, the difference in (2) does not exist for $i = 0$.

Let $CC(R^n)$ ($n \geq 2$) be a space of all nonempty strictly convex closed sets of R^n and all elements of R^n [1].

Remark 3. If $A, B \in CC(R^n)$ and there exists $c \in R^n$ such that $A + c \subset B$, then there exists $C \in CC(R^n)$ such that $A + C = B$, i.e. $C = B - A$ [1].

Theorem. Let the following conditions hold:

1) $F(i, X) \in CC(R^n)$ for any $i \in I$ and $X \in CC(R^n)$;

2) the following inequality

$$|C(X, \psi) - C(X, -\psi)| \geq |C(F(i, X), \psi) - C(F(i, X), -\psi)|$$

holds for all $\psi \in R^n$ ($\|\psi\| = 1$), $i \in I$ and $X \in CC(R^n)$, where

$$C(A, \psi) = \max_{a \in A} (a_1 \psi_1 + \dots + a_n \psi_n), \quad A \in CC(R^n).$$

Then the solution of (2) exists for any $X_0 \in CC(R^n)$ and I .

Now consider the non-autonomous set-valued discrete-time equations with a small parameter

$$X_{i+1} = X_i + \varepsilon F(i, X_i), \quad \text{and} \quad X_{i+1} = X_i - \varepsilon F(i, X_i), \quad (3)$$

where $\varepsilon > 0$ be a small parameter, $L > 0$ is any real number, $N = [L\varepsilon^{-1}]$, $[\cdot]$ is floor

function.

We associate with the equations (3) the following averaged set-valued discrete-time equations with a small parameter

$$X_{i+1} = X_i + \varepsilon \bar{F}(i, X_i), \quad \text{and} \quad X_{i+1} = X_i - \varepsilon \bar{F}(i, X_i), \quad (4)$$

where $\bar{F}(i, X)$ such that $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=p}^{p+n-1} F(i, X), \frac{1}{n} \sum_{i=p}^{p+n-1} \bar{F}(i, X) \right) = 0$.

The report gives the conditions when it is possible to apply this averaging scheme.

1. Polovinkin E.S. Strongly convex analysis / E.S. Polovinkin // Sb. Math. - Vol. 187. – 1996. – PP. 259-286.

УДК 531.553:531.555

Stelia O., head of lab, Potapenko L., researcher, Sirenko I., senior engineer

(Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine)

MATHEMATICAL SIMULATION OF EXTERNAL BALLISTICS PROBLEMS USING STANDART NATO

Model analysis of the artillery projectiles trajectories involves the use of mathematical models that take into account various influencing factors. In this regard, there are different models that use these or other assumptions for the projectile motion. These assumptions may be 1) projectile motion is analysed as a material point or 2) aerodynamic model is used with the choice of the number of degrees of freedom. Due to the complexity of the problem and for a more detailed study of the projectile trajectory parameters we used two models: a model based on the STANAG standard, adapted to the existing baseline data.

The first model uses a system of equations, which is written in vector form:

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = \vec{GF} + \vec{DF} + \vec{LF} + \vec{MF}, \quad (1)$$

$$\frac{d\vec{X}}{dt} = \vec{u}, \quad (2)$$

where m – mass of projectile – \vec{u} – velocity vector, \vec{X} – vector coordinates, \vec{GF} – gravity, \vec{DF} – drag force, \vec{LF} – lift force, \vec{MF} – Magnus force.

To solve a system of ordinary differential equations using numerical Kutt-Merson method. As a result of the fact that some additional conditions for (1)-(2) is defined at one end of the integration interval, and other conditions are at the second end, we used the firing method for solving this problem.

The paper provides examples of the calculation of the effects of wind, the impact of the Magnus force, initial velocity to the projectile trajectory at different distances to the target, and at various heights above the target shooting plane. The simulation results are compared with the firing tables.

Бартіш М.Я., Венгерський П.С., Притула М.М.

(Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна)

РОЗРОБКА ЕФЕКТИВНИХ ІНТЕРВАЛЬНИХ ІТЕРАЦІЙНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ДЕЯКИХ ВИДІВ СИСТЕМ ПРОЕКЦІЙНИХ РІВНЯНЬ

1. Двохсторонній ітераційний метод типу Рунге.

Розглянемо ітераційну схему [1] одного з видів двухсторонніх методів для розв'язування систем нелінійних рівнянь вигляду $f(x)=0$, де $f: D \subseteq V_n(R) \rightarrow V_n(R)$.

$$\left\{ \begin{array}{l} y^{(k,0)} = y^{(k)}, \\ y^{(k,r+1)} = y^{(k,r)} - P^{(k)} f(y^{(k,r)}), \quad 0 \leq r \leq l, \\ y^{(k+1)} = y^{(k,l+1)}, \\ x^{(k,0)} = x^{(k)}, \\ x^{(k,r+1)} = x^{(k,r)} - P^{(k)} f(x^{(k,r)}), \quad 0 \leq r \leq l, \\ x^{(k+1)} = x^{(k,l+1)}, \\ P^{(k+1)} = P^{(k)} + P^{(k)} \sum_{\mu=1}^{m+1} (-1)^\mu [B(x^{(k+1)}, y^{(k+1)}) P^{(k)} - I]^\mu, \quad k \geq 0. \end{array} \right. \quad l, m \in N \quad (1)$$

Будемо розглядати її при різних значеннях l та m (m - довільне; $l=m$). У даній ітераційній схемі застосовується наближення оберненої матриці до матриці $B(x^{(k)}, y^{(k)})$, визначеної як

$$B(x, y) = \frac{1}{4} f'(x) + \frac{3}{4} f'(x + \frac{2}{3}(y - x)), \quad x^{(0)} \leq x \leq y \leq y^{(0)}.$$

2. Системи проекційних рівнянь, що отримуються при дискретизації крайових задач.

Системи нелінійних рівнянь, до яких можна застосувати метод (1) отримуються при чисельному розв'язуванні граничних задач вигляду

$$y'' = f(t, y), \quad y(0) = \bar{a}, \quad y(1) = \bar{b}. \quad (2)$$

Провівши дискретизацію задачі (2) за допомогою скінчених різниць, отримаємо

$$x_{i-1} - 2x_i + x_{i+1} - h^2 \{ \alpha f(t_{i-1}, x_{i-1}) + \beta f(t_i, x_i) + \gamma f(t_{i+1}, x_{i+1}) \} = 0, \quad (3)$$

де $t_i = ih, 0 \leq i \leq n+1, (n+1)h = 1, x_0 = \bar{a}, x_{n+1} = \bar{b}$.

В (3) через x_i позначимо наближення до $y(t_i)$. При $\alpha = \gamma = 0, \beta = 1$ отримуємо стандартний метод скінчених різниць. При $\alpha = \gamma = \frac{1}{12}, \beta = \frac{10}{12}$ - метод Ерміта. Введемо позначення

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_n \end{bmatrix}, g(x) = \begin{bmatrix} f(t_1, x_1) \\ f(t_2, x_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f(t_n, x_n) \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} -\bar{a} + \alpha \cdot h^2 f(0, \bar{a}) \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \\ -\bar{b} + \gamma \cdot h^2(1, \bar{b}) \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 2 & -1 & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & -1 & 2 \end{bmatrix}, U = \begin{bmatrix} \beta & \gamma & \cdot & \cdot & \cdot & 0 \\ \alpha & \beta & \gamma & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \alpha & \beta & \gamma \\ 0 & \cdot & \cdot & \cdot & \alpha & \beta \end{bmatrix}$$

і припустивши, що $\varepsilon = h^2$, можемо записати рівняння у вигляді

$$F(x) = H \cdot x + \varepsilon U g(x) - v \tag{4}$$

З припущення $\frac{\partial f}{\partial y} \geq 0$ для $t \in (0,1)$ випливає, що $f(x)$ задовільняє всім умовам, які накладаються на системи вигляду (4)[1]. У випадку методу Ерміта ще потрібно вибрати h достатньо малим.

Перепишемо (4) наступним чином; $F(x) = Hx + \Phi(x)$, $H^{-1} \geq 0$ та $\Phi: R^n \rightarrow R^n$.

3. Тестовий приклад.

$$-y'' + 2y + y^2 = 0, y'(0)=0, y(1) = 1$$

Аналітичний розв'язок для даної задачі має наступний вигляд

$$y = \left(\frac{8}{14} - 37C\right) + \left(\frac{3}{14} + 57C\right)x^2 + \left(\frac{3}{14} - 27C\right)x^4 + 7Cx^6, C=0,00465.$$

Виведемо результати обчислень на *рис. 1* для даного прикладу методом (1) для $l=m=0$ та аналітичним методом у однакових вузлових точках і побудуємо по них графіки.

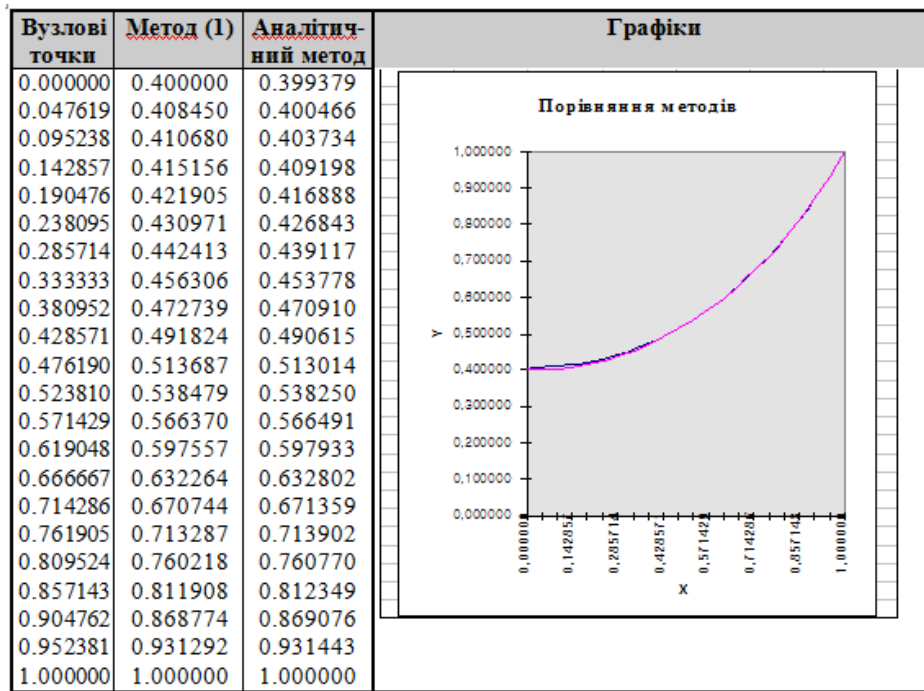


Рис.1 Результати обчислень і графік порівняння.

Як видно з Рис.1, метод (1) мало відрізняється від аналітичного, лише в початкових значеннях має незначну похибку.

1. Венгерський П.С. Ускорення сходимости одной модификации интервального метода типа Рунге при решении нелинейных краевых задач / П.С. Венгерский // Вычислительные технологии. – 1996. – № 2(5). – С. 17– 19.

УДК 519.6

Бешлей А.В., аспірант

(Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна)

ПРО ЧИСЕЛЬНЕ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ ЕЛІПТИЧНОГО РІВНЯННЯ ЗІ ЗМІННИМИ КОЕФІЦІЄНТАМИ

Електрична імпедансна томографія (ЕІТ) – це техніка, в якій зображення (значення) провідності частини тіла визначається з електричних вимірювань на його поверхні. Застосування ЕІТ можна знайти в таких галузях як медицина, геофізика, неруйнівний контроль (виявлення тріщин в матеріалах) [2]. Такі задачі описуються диференціальними рівняннями еліптичного типу зі змінними коефіцієнтами. Пряма задача ЕІТ полягає у знаходженні напруги за відомими значеннями опору тіла та струму на його поверхні. Ми будемо розглядати задачу Коші для двовимірної двозв'язної області, яку можна трактувати так: знайти струм та напругу на внутрішній границі, маючи їх значення на зовнішній границі, а також значення провідності всередині області.

Нехай D_0 – обмежена однозв'язна область з границею $\Gamma_0 \in C^2$ і $D_{-1} \subset D_0$ –

обмежена область з границею $\Gamma_{-1} \in C^2$. Визначимо область $D = D_0 \setminus \bar{D}_{-1}$.

Вважатимемо, що $u \in H^1(D)$ задовольняє диференціальне рівняння

$$Lu(x) = \operatorname{div}(\sigma(x)\nabla u(x)) = 0, \quad x \in D, \quad (1)$$

та граничні умови

$$u = f, \quad \sigma \frac{\partial u}{\partial \nu} = g \quad \text{на } \Gamma_0 \quad (2)$$

з відомими неперервними функціями f, g , а $\sigma \in C^\infty(\bar{D})$. Задача полягає у знаходженні даних Коші $u, \frac{\partial u}{\partial \nu}$ на внутрішній границі Γ_{-1} .

Оскільки фундаментальний розв'язок для рівняння (1) в загальному випадку невідомий, для зведення диференціальної задачі до системи інтегральних рівнянь будемо використовувати параметрікс (функцію Леві), означення якого наведено в [1]. Подамо розв'язок задачі у такому вигляді

$$u(x) = \int_D \psi(y)P(x, y)dy + \int_{\Gamma_{-1}} \psi_{-1}(y)P(x, y)ds(y) + \int_{\Gamma_0} \psi_0(y)P(x, y)ds(y), \quad (3)$$

де $x \in D, \psi \in C(D), \psi_{-1} \in C(\Gamma_{-1}), \psi_0 \in C(\Gamma_0)$, а P – функція Леві. Підставивши наведене вище подання у рівняння (1), крайові умови (2) та врахувавши властивості функції Леві, отримуємо систему гранично-просторових інтегральних рівнянь з трьома невідомими густинами.

Після параметризації інтегральних рівнянь (зведення подвійних інтегралів до повторних, граничних інтегралів до визначених одинарних інтегралів), виділення особливостей в ядрах та застосуванні методу Нистрьома, отримуємо напівдискретизовану систему, яку повністю дискретизуємо, колокувавши апроксимаційні рівняння у вузлах квадратурних формул.

Оскільки задача (1)-(2) є некоректною за Адамаром (відсутня стійкість розв'язку за вхідними даними) потрібно використати регуляризуючий метод. Для отримання наближеного розв'язку системи лінійних рівнянь використаємо регуляризацію Тіхонова. З подання розв'язку (3) (з урахуванням стрибків нормальної похідної від граничних інтегралів, що містять функцію Леві), можна отримати наближені значення даних Коші на Γ_{-1} , що підтверджують чисельні експерименти (рис. 1).

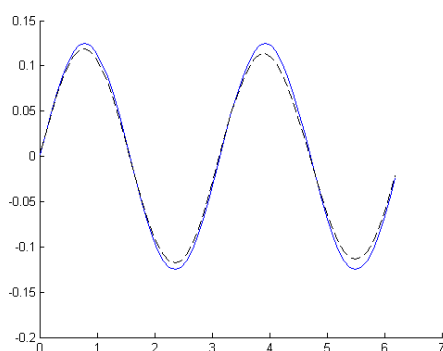


Рис.1. Точне (—) та наближене (---) значення функції на внутрішній границі для збурених вхідних даних (3% шуму) при параметрі регуляризації $\alpha = 10e - 5$.

1. *Dufera T.* Analysis of Boundary-Domain Integral Equations for Variable-Coefficient Dirichlet BVP in 2D / T. Dufera, S.Mikhailov // Integral Methods in Science and Engineering: Theoretical and Computational Advances, Springer (Birkhäuser), Boston. – 2015. – PP. 163-175.

Kirsch A. An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems / A. Kirsch // Springer, New York. – 2nd ed. – 2010.

НАБЛИЖЕННЯ ПОЛІНОМАМИ РОЗВ'ЯЗКІВ ЗАДАЧІ ГУРСА ОДНОГО КЛАСУ ГІПЕРБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ

В доповіді розглядаються питання конструювання, теоретичного обґрунтування та програмної реалізації високоточних чисельно-аналітичних алгоритмів кусково-поліноміальної апроксимації розв'язків алгебраїчно-нелінійних рівнянь гіперболічного типу. Запропоновані алгоритми володіють важливими властивостями ненасичуваності за точністю та оптимальності в сенсі найкращого поліноміального наближення в рівномірній та квадратичній метриках ([1,6]). Це відповідає вимогам щодо точності, швидкодії та інформаційної складності до сучасних алгоритмів та обчислювальних методів ([6,10-12]).

Відомі результати робіт В.К. Дзядика для лінійних задач [7-9] поширюються на алгебраїчно-нелінійні рівняння в частинних похідних гіперболічного типу (задача Гурса, Дарбу і Коші) з кусково-неперервними коефіцієнтами.

Постановка задачі Гурса. Розглянемо на прямокутнику $\Pi := [0, H_1] \times [0, H_2]$, $H_i > 0$, алгебраїчно-нелінійне рівняння гіперболічного типу виду

$$a_0(x, y)u_{xy} + a_1(x, y)u_x + a_2(x, y)u_y + a_3(x, y)u = f(x, y, u), \quad (1)$$

в якому всі коефіцієнти $a_i(x, y)$ – многочлени за x, y і при цьому $a_0(x, y) \geq c > 0 \forall (x, y) \in \Pi$, де $c = const$; вільний член $f(x, y, u)$ є раціональною функцією

$$f(x, y, u) = \frac{p(x, y, u)}{q(x, y, u)}, \quad (2)$$

де p, q – алгебраїчні многочлени довільних степенів за x і y та третього степеня відносно невідомої функції u .

Задача Гурса (див. [5,8,13]) у розглянутому нами випадку полягає у тому, щоб знайти на прямокутнику Π такий двічі неперервно диференційовний розв'язок $u(x, y)$ рівняння (1), який на відрізках характеристик $y = 0$ та $x = 0$ цього рівняння, що містяться в Π , задовольняє умови

$$u(x, 0) = p_1(x), \quad u(0, y) = p_2(y), \quad (3)$$

де p_i – наперед задані многочлени, що приймають у точці перетину характеристик рівні значення: $p_1(0) = p_2(0)$.

Алгоритм. Запропонований алгоритм, конкретизує алгоритм, запропонований в роботах [2-4] та полягає у реалізації наступної схеми:

Візьмемо довільну точку $(x, y) \in \Pi$. Інтегруючи рівняння (1) по прямокутнику $[0, x] \times [0, y]$ з урахуванням умов (3), отримаємо для визначення розв'язку $u(x, y)$ наступне інтегральне рівняння, еквівалентне задачі Гурса (1), (3):

$$a_0(x, y)u(x, y) = \int_0^x P(s, y)u(s, y)ds + \int_0^y Q(x, t)u(x, t)dt +$$

$$+ \int_0^x \int_0^y R(s,t)u(s,t)dsdt + F(x,y,u), \quad (4)$$

де P, Q, R і F – многочлени, що визначаються за формулами, подібними до формули (14) в роботі [3].

Для довільних

$$m \geq \max\{0, m_1 - l_1\} \quad \text{і} \quad n \geq \max\{0, m_2 - l_2\} \quad (5)$$

де m_1, m_2, l_1, l_2 описуються аналогічно формулам (15)-(16) з роботи [3] із урахуванням виду функції $f(x, y, u)$, будемо шукати наближений розв'язок задачі (1), (3) на Π або на прямокутнику $[0, h_1] \times [0, h_2]$, де $h_i \leq H_i$, у вигляді многочлена з невизначеними коефіцієнтами виду

$$u_{mn}(x, y) = \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n c_{ij} x^i y^j, \quad (6)$$

який задовольняє операторне рівняння

$$a_0(x, y)u_{mn}(x, y) = \int_0^x P(s, y)u_{mn}(s, y)ds + \int_0^y Q(x, t)u_{mn}(x, t)dt + \\ + \int_0^x \int_0^y R(s, t)u_{mn}(s, t)dsdt + F(x, y, u_{mn}) - \varepsilon_{mn}(x, y). \quad (7)$$

В цьому рівнянні $\varepsilon_{mn}(x, y)$ визначається за формулою

$$\varepsilon_{mn}(x, y) = \sum_{(k,l) \in \Gamma} \delta_{kl} \tau_{kl} T_k^* \left(\frac{x}{h_1} \right) T_l^* \left(\frac{y}{h_2} \right), \quad (8)$$

де: $\delta_{00} = 1/4$, $\delta_{0l} = \delta_{k0} = 1/2$, якщо $k \geq 1$ і $l \geq 1$, та $\delta_{kl} = 1$, якщо $kl > 0$; $T_j^*(s) := T_j(2s - 1)$ – зміщені на $[0, 1]$ многочлени Чебишева, а $T_k^*(x/h_1)$ та $T_j^*(y/h_2)$ – зміщені многочлени Чебишева, відповідно, на сегменти $[0, h_1]$ і $[0, h_2]$; τ_{kl} – невідомі коефіцієнти; множина $\Gamma(m, n, l_1, l_2)$ описана в роботі [3].

Ітераційні схеми. Проілюструємо використання ітераційного процесу у випадку раціональної нелінійності за розв'язком, тобто коли функція $f(x, y, u)$ має вигляд (2).

Аналогічно до побудови відповідних ітераційних схем у роботі [2] запишемо *схему з лінійною швидкістю збіжності ітерацій*:

$$a_0(x, y)u_{mn}^{v+1}(x, y) = \int_0^x P(s, y)u_{mn}^v(s, y)ds + \int_0^y Q(x, t)u_{mn}^v(x, t)dt + \\ + \int_0^x \int_0^y R(s, t)u_{mn}^v(s, t)dsdt + F(x, y, u_{mn}^v) - \varepsilon_{mn}^v(x, y). \quad (9)$$

Тут через $u_{mn}^v(x, y)$ і $\varepsilon_{mn}^v(x, y)$ позначено відповідний многочлен виду (6) і нев'язку виду (8) на v -му кроці ітерацій.

Для оцінки апріорної та апостеріорної похибок алгоритму для задачі Гурса (1), (3) можна скористатися теоремою 1.4 в роботі [3].

Теорема. Нехай при деяких $h_1 \in (0, H_1]$, $h_2 \in (0, H_2]$ і деяких $m, n = 1, 2, 3, \dots$ в кулі

$$\sigma(\rho) := \left\{ \psi \in C[\pi] : \|\psi\|_{C[\pi]} \leq \rho \right\}$$

на кожному кроці ν ітераційного процесу існує єдиний розв'язок $u(x, y)$ задачі (1), (3) і єдиний розв'язок (6) операторного рівняння (7) на $\pi = [0, h_1] \times [0, h_2]$. Тоді при вказаних m і n на π справедливі оцінки:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad & \left\| u(x, y) - u_{mn}^\nu(x, y) \right\|_X \leq C_1 \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^n \delta_{ij} \left| \tau_{ij}^\nu \right| + K_1 \sigma_\nu(h); \\ \text{b)} \quad & \left\| u(x, y) - u_{mn}^\nu(x, y) \right\|_X \leq C_2 E_{m,n}^{h\theta}(u)_X + K_2 \sigma_\nu(h), \end{aligned}$$

де $X = C[\pi]$ або $X = L_g^2[\pi]$ з вагою g (див. [3]); $E_{m,n}^{h\theta}(u)_X$ – найкраще наближення функції $u(x, y)$ алгебраїчними поліномами двох змінних степеня, не вище ніж m і n , відповідно; $C_i = C_i(h_1, h_2) = \text{const}$ ($i = 1, 2$), $K_j = K_j(h_1, h_2) = \text{const}$ ($j = 1, 2$); $\sigma_\nu(h)$ визначається формулою

$$\sigma_\nu(h) = \|f\|_{C(\Pi)} \cdot \frac{[2h(4+h)]^\nu}{\nu!} \exp[2h(4+h)], \quad h = \max(H_1, H_2).$$

1. *Бабенко К.И.* О явлении насыщения в численном анализе / К.И. Бабенко // Докл. АН СССР. – 1978. – 241(3). – С 505-508.
2. *Биленко В.И.* О погрешности а-метода решения интегральных уравнений Вольтерра с полиномиальными нелинейностями / В.И. Биленко // Укр. мат. журнал. – 1989. – Т. 41, № 4. – С. 537-543.
3. *Біленко В.І.* Наближення поліномами розв'язків алгебраїчно-нелінійних рівнянь математичної фізики / В.І. Біленко, К.В. Божонок, С.Ю. Дзядик, О.Б. Стеля // Збірник праць Інституту математики НАН України. – 2016. – Т.13, №3. – С. 7-27.
4. *Vozhonok E.V.* Some Existence Conditions for the Compact Extrema of Variational Functionals of Several Variables in Sobolev Space $W^{1,2}$ / E.V. Vozhonok // Operator Theory: Advances and Applications. – 2009. – 190. – P. 141-155.
5. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. Учебник для физич. и механико-математ. спец. вузов. 4-е изд. / В.С. Владимиров. – М.: Наука, 1981. – 512 с.
6. *Гаврилюк И.П.* Сильно позитивные операторы и численные алгоритмы без насыщения точности / И.П. Гаврилюк, В.Л.Макаров. – К.: Ин-т математики НАН Украины, 2004.
7. *Дзядык В.К.* Аппроксимационный метод решения краевых задач / В.К. Дзядык, Л.А. Островецкий // Укр. мат. журн. – 1987. – 39, №3. – С. 378-379.
8. *Дзядык В.К.* АИ-метод приближенного решения нелинейных задач Коши, Дарбу и Гурса для уравнений гиперболического типа / В.К. Дзядык, Ю.И. Романенко. – Киев, 1986. – 20 с. – (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; № 63).
9. *Дзядык В.К.* Аппроксимационные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений / В.К. Дзядык. – К.: Наукова думка, 1988.
10. *Ляшко И. И.* Численное решение задач тепло- и массопереноса в пористых средах / И.И. Ляшко, Л. И. Демченко, Г. Е. Мистецкий. – Киев: Наук. думка. – 1991.
11. *Makarov V. L.* Exact and Truncated Difference Schemes for Boundary Value ODEs / V.L. Makarov, I. P. Gavrilyuk, M. Hermann, M.V. Kutniv. – Basel: Birkhauser/Springer Basel AG, 2011. – xi+247 pp.
12. *Самарский А. А., Михайлов А. П.* Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. 2-е изд. / А. А.Самарский, А. П. Михайлов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
13. *Тихонов А.Н.* Уравнения математической физики. Учеб. пособие. – 6-е изд., испр. и доп. / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Изд-во МГУ, 1999.

УДК 518.61.001.573

Бойчура М. В., аспірант, Яйлимов Н. Я., студент

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна)

МЕТОДИ КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ КВАЗІДЕЛЬНОЇ ТЕЧІЇ

У роботі розглядається задача ідентифікації «фіктивного» коефіцієнта провідності [1]

$$\kappa = \begin{cases} \kappa_0 \bar{\psi}^{-4} \psi^2 (2\bar{\psi} - \psi)^2 + \alpha, \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*, 0 \leq \psi \leq \bar{\psi}, \\ \kappa_0 \bar{\psi}^{-4} (Q_1 - \psi)^2 (\psi - (Q_1 - 2\bar{\psi}))^2 + \alpha, \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, \bar{\psi} \geq Q_1 - \psi \geq 0, \\ \frac{\kappa_0}{\bar{\psi}^4} (Q_* - \psi)^2 (\psi - (Q_* - 2\bar{\psi}))^2 + \alpha, \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi_{01}, \bar{\psi} \geq Q_* - \psi \geq 0, \\ \kappa_0 \bar{\psi}^{-4} (Q_* - \psi)^2 (\psi - Q_* - 2\bar{\psi})^2 + \alpha, \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_{01}, 0 < \psi - Q_* \leq \bar{\psi}, \\ a_1(\psi)\varphi^4 + b_1(\psi)\varphi^3 + c_1(\psi)\varphi^2 + d_1(\psi)\varphi + f_1(\psi), \\ \varphi_{01} < \varphi < \varphi_{01} + \bar{\varphi}, Q_* - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q_* + \bar{\psi}, \\ \frac{\kappa_0}{\bar{\psi}^4} (Q^* - \psi)^2 (\psi - (Q^* - 2\bar{\psi}))^2 + \alpha, \varphi_{03} \leq \varphi \leq \varphi^*, \bar{\psi} \geq Q^* - \psi \geq 0, \\ \kappa_0 \bar{\psi}^{-4} \frac{(\psi - (Q^* + 2\bar{\psi}))^2}{(Q^* - \psi)^{-2}} + \alpha, \varphi_{03} \leq \varphi \leq \varphi_3, Q^* < \psi \leq Q^* + \bar{\psi}, \\ a_2(\psi)\varphi^4 + b_2(\psi)\varphi^3 + c_2(\psi)\varphi^2 + d_2(\psi)\varphi + f_2(\psi), \\ \varphi_{03} - \bar{\varphi} < \varphi < \varphi_{03}, Q^* - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q^* + \bar{\psi}, \\ \kappa_0 \bar{\psi}^{-4} \frac{(\psi - (Q_2 - 2\bar{\psi}))^2}{(Q_2 - \psi)^{-2}} + \alpha, \varphi_{02} \leq \varphi \leq \varphi_3, Q_2 - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q_2, \\ \kappa_0 \bar{\psi}^{-4} \frac{(\psi - (Q_2 + 2\bar{\psi}))^2}{(Q_2 - \psi)^{-2}} + \alpha, \varphi_{02} \leq \varphi \leq \varphi_2, Q_2 < \psi \leq Q_2 + \bar{\psi}, \\ a_3(\psi)\varphi^4 + b_3(\psi)\varphi^3 + c_3(\psi)\varphi^2 + d_3(\psi)\varphi + f_3(\psi), \\ \varphi_{02} - \bar{\varphi} < \varphi < \varphi_{02}, Q_2 - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q_2 + \bar{\psi}, \\ \kappa_0, (\varphi, \psi) \in G_{\omega}^* \end{cases}$$

в однозв'язній криволінійній області (водоймі) $G_z = = ABM_1N_1M_2N_2M_3N_3CD$
 ($z = x + iy$), обмеженій чотирма кусково-гладкими кривими $AB = \{z : f_1(x, y) = 0\}$,
 $CD = \{z : f_2(x, y) = 0\}$,

$$BM_1N_1M_2N_2M_3N_3C = \{z : f_3(x, y) = 0\} = \left\{ (x, y) : y_j = \sum_{i=0}^{m_1} p_{1ij} x^i \right\},$$

$AD = \{z : f_4(x, y) = 0\} = \left\{ (x, y) : y_j = \sum_{i=0}^{m_2} p_{2ij} x^i \right\}$ (рис. 1), при наявності бічного витоку

$M_1N_1 \in BC$ та витоків $M_2N_2, M_3N_3 \in BC$, де коефіцієнти відповідних многочленів p_{1ij} і p_{2ij} знаходяться на основі експериментальних даних шляхом інтерполяції (рис. 1); m_1, m_2 – кількість точок інтерполювання; $\varphi = \varphi(x, y)$, $\psi = \psi(x, y)$ – відповідно функції потенціалу та течії; $G_\omega^* = G_\omega \setminus \left\{ \left\{ \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi^*, 0 \leq \psi \leq \bar{\psi} \right\}, \left\{ \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2, Q_1 - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q_1 \right\}, \left\{ \varphi_* \leq \varphi \leq \varphi_{01}, Q_* - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q_* \right\}, \left\{ \varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_{01}, Q_* < \psi \leq Q_* + \bar{\psi} \right\}, \left\{ \varphi_{01} < \varphi < \varphi_{01} + \bar{\varphi}, Q_* - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q_* + \bar{\psi} \right\}, \left\{ \varphi_{03} \leq \varphi \leq \varphi^*, Q^* - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q^* \right\}, \left\{ \varphi_{03} \leq \varphi \leq \varphi_3, Q^* < \psi \leq Q^* + \bar{\psi} \right\}, \left\{ \varphi_{03} - \bar{\varphi} < \varphi < \varphi_{03}, Q^* - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q^* + \bar{\psi} \right\}, \left\{ \varphi_{02} \leq \varphi \leq \varphi_3, Q_2 - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q_2 \right\}, \left\{ \varphi_{03} - \bar{\varphi} < \varphi < \varphi_{03}, Q_2 < \psi \leq Q_2 + \bar{\psi} \right\}, \left\{ \varphi_{02} - \bar{\varphi} < \varphi < \varphi_{02}, Q_2 - \bar{\psi} \leq \psi \leq Q_2 + \bar{\psi} \right\} \right\}$; $\bar{\varphi}$ та $\bar{\psi}$ – параметри «приберегових» ділянок області комплексного квазіпотенціалу (див. рис.1); κ_0 та α – характеризують значення «фіктивного» коефіцієнта провідності водойми в основному потоці та вздовж берегових ліній, відповідно; коефіцієнти $a_1, b_1, c_1, d_1, f_1, a_2(\psi), b_2(\psi), c_2(\psi), d_2(\psi), f_2(\psi)$ шукаються в результаті розв'язання систем рівнянь [1].

При побудові математичної моделі задачі, аналогічно до [1], припускаємо, що переміщення водяних мас можна розглядати як деяку фіктивну квазіідеальну течію в області G_z , а саме вважаємо, що:

$$\kappa \frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad \kappa \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x},$$

$$\varphi|_{AB} = \varphi_*, \quad \varphi|_{CD} = \varphi^*, \quad \varphi|_{M_1N_1} = \varphi_1, \quad \varphi|_{M_2N_2} = \varphi_2, \quad \varphi|_{M_3N_3} = \varphi_3, \quad \psi|_{BM_1} = Q_*,$$

$$\psi|_{N_1M_2} = Q_1, \quad \psi|_{N_2M_3} = Q_2, \quad \psi|_{N_3C} = Q^*, \quad \psi|_{AD} = 0,$$

$$\int_{\tilde{M}\tilde{N}} \kappa \frac{\partial \varphi}{\partial n} = Q_*, \quad \tilde{M} \in AD, \tilde{N} \in BM_1, \quad \int_{\tilde{M}\tilde{N}} \kappa \frac{\partial \varphi}{\partial n} = Q_1, \quad \tilde{M} \in AD, \tilde{N} \in N_1M_2,$$

$$\int_{\tilde{M}\tilde{N}} \kappa \frac{\partial \varphi}{\partial n} = Q_2, \quad \tilde{M} \in AD, \tilde{N} \in N_2M_3, \quad \int_{\tilde{M}\tilde{N}} \kappa \frac{\partial \varphi}{\partial n} = Q^*, \quad \tilde{M} \in AD, \tilde{N} \in N_3C,$$

де $\varphi_*, \varphi^*, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ – значення потенціалу $\varphi = \varphi(x, y)$ на ділянках $AB, CD, M_1N_1, M_2N_2, M_3N_3$, відповідно ($\varphi_* < \varphi_1 < \varphi_{01} < \varphi_{02} < \varphi_{03} < \varphi_2 < \varphi_3 < \varphi^*$); $Q_*, Q_1 - Q_*$ – потоки, що входять в область G_z через ділянки AB та M_1N_1 ; $Q^*, Q_2 - Q^*$ та $Q_1 - Q_2$ – потоки, що виходять з області G_z через ділянки CD, M_3N_3 та M_2N_2 ; \bar{n} – одиничний вектор зовнішньої нормалі.

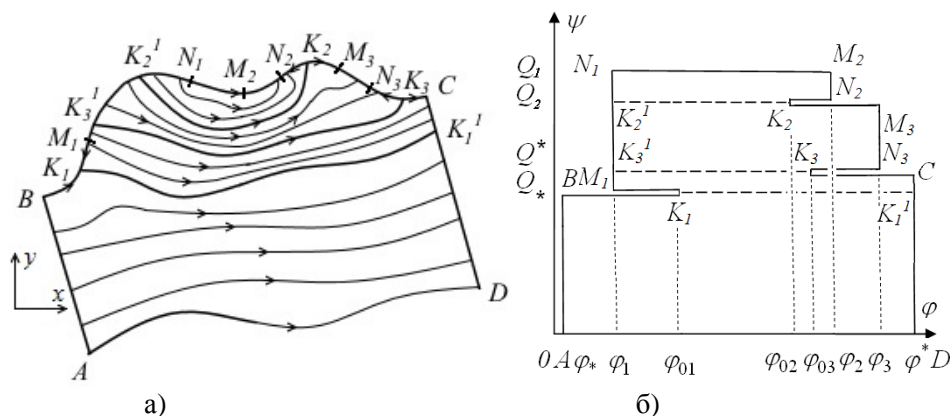


Рис. 1. Фізична область (а) та відповідна їй область комплексного квазіпотенціалу (б)

В даній роботі, при наявності додаткових даних про поле швидкостей в заданих точках даної області та про лінії фронту кольорових рідин, запропонований в [2] алгоритм суттєво спрощується.

1. Савюк Є. В. Комплексний підхід до моделювання процесу руху рідин у водоймах з урахуванням джерел поповнення / Є. В. Савюк // Волинський математичний вісник. Серія: прикладна математика. – Рівне : РДГУ, 2011. – Вип. 8 (17). – С. 171-189.

2. Бомба А. Я. Методи теорії збурень прогнозування процесів тепломасоперенесення в пористих та мікропористих середовищах: монографія / А. Я. Бомба, І. М. Присяжнюк, О. В. Присяжнюк. – Рівне : О. Зень, 2017. – 291 с.

УДК 519.6

Бомба А. Я., д.т.н., професор, Бойчура М. В., аспірант

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна)

ЧИСЛОВИЙ МЕТОД КОМПЛЕКСНОГО АНАЛІЗУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ КОЕФІЦІЄНТНИХ ЗАДАЧ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ

У роботі [1] розглядається задача відшукування функцій $\varphi^{(p)} = \varphi^{(p)}(x, y)$ (потенціалів) та $\psi^{(p)} = \psi^{(p)}(x, y)$ (течій) в однозв'язній криволінійній області (пластинці – томографічному перерізі) G_z , обмеженій гладкою замкненою кривою ∂G_z за умови ідентифікації коефіцієнта провідності (КП) $\sigma = \sigma(x, y)$. Відповідна постановка має вигляд:

$$\sigma \varphi'_x^{(p)} = \psi'_y^{(p)}, \quad \sigma \varphi'_y^{(p)} = -\psi'_x^{(p)}; \quad (1)$$

$$\varphi^{(p)} \Big|_{A_p B_p} = \varphi_*^{(p)}, \quad \varphi^{(p)} \Big|_{C_p D_p} = \varphi^{*(p)},$$

$$\psi^{(p)} \Big|_{A_p D_p} = 0, \quad \psi^{(p)} \Big|_{B_p C_p} = Q^{(p)}; \quad (2)$$

$$\int_{MN} \sigma \varphi_n^{(p)} dl = Q^{(p)}, \quad M \in B_p C_p, N \in A_p D_p;$$

$$\begin{aligned} \varphi(M) \Big|_{B_p C_p} &= \bar{\varphi}^{(p)}(M), \quad \varphi(M) \Big|_{A_p D_p} = \underline{\varphi}^{(p)}(M), \\ \psi(M) \Big|_{A_p B_p} &= \psi_*^{(p)}(M), \quad \psi(M) \Big|_{C_p D_p} = \psi^{*(p)}(M), \end{aligned} \quad (3)$$

де $A_p B_p C_p D_p \in \partial G_z$; \vec{n} – одиничний вектор зовнішньої нормалі [2]; M та dl – відповідно біжуча точка та елемент дуги кривої; p – номер інжекції ($p = \overline{1, \tilde{p}}$); функції $\bar{\varphi}^{(p)}(M)$, $\underline{\varphi}^{(p)}(M)$, $\psi_*^{(p)}(M)$, $\psi^{*(p)}(M)$ та повна витрата $Q^{(p)}$ – одержуються в результаті фізичних замірів; коефіцієнт $\sigma(x, y)$, представляємо у вигляді єдиного для

даної області аналітичного виразу $\sigma(x, y) = \sum_{k=0}^s \sum_{r=0}^k \alpha_{k-r, r} x^{k-r} y^r$, де $\alpha_{k-r, r}$ ($k = 1, \dots, n$) – шукані параметри.

При побудові алгоритму розв’язання такого роду задач та проведенні відповідних числових розрахунків виникає проблема оптимального вибору розміщення та кількості ділянок прикладання квазіпотенціалів, що потребує великого об’єму комп’ютерної пам’яті, спричинює низьку швидкість розрахунків та призводить до накопичення обчислювальних помилок. Окремими проблемами, також, є: неможливість уникнення «незручних» інжекцій; забезпечення стійкості (зокрема, комп’ютерної), навіть при умові, що задача поставлена коректно.

У даній роботі пропонується «допоміжний інструментарій» (зокрема, для мінімізації кількості інжекцій), а саме, на відповідних фільтраційних фонах розглядаються конвективні процеси, що описуються задачами типу [3]: $v_x(x, y)c'_x + v_y(x, y)c'_y + c'_t = 0$; $c|_{AB} = C_*(x, y, t)$, $c|_{t=0} = C_0^0(x, y)$ (або, в області комплексного квазіпотенціалу $v^2(\varphi, \psi)c'_\varphi = c'_t$; $c|_{AB} = c(\varphi_*, \psi, t) = c_*(\psi, t)$, $c|_{t=0} = c(\varphi, \psi, 0) = c_0^0(\varphi, \psi)$), де $c = c(x, y, t)$ – концентрація домішкової речовини в точці (x, y) в момент часу t ; $\vec{v} = (v_x, v_y)$ – швидкість.

При цьому, за експериментально знайденими лініями фронту (на рис. 1 – штрихові лінії) конвективного перенесення неважко апроксимувати поля швидкості, що суттєво «полегшує» процедуру числової реалізації реконструкції КП.

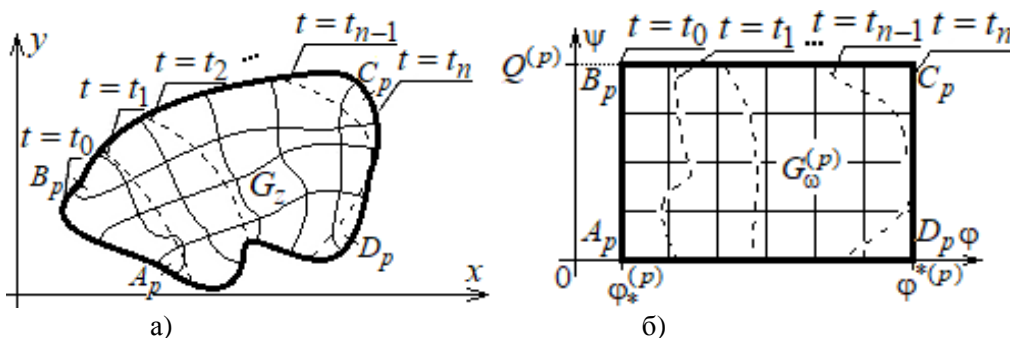


Рис. 1. Фізична область (а), відповідна їй область комплексного квазіпотенціалу (б)

1. Бомба А. Я. Метод прикладених квазіпотенціалів розв’язування коефіцієнтних задач ідентифікації параметрів / А. Я. Бомба, М. В. Бойчура // Вісник НУВГП. Технічні науки: зб. наук. праць. – Рівне : НУВГП, 2016. – № 4 (76). – С. 163-177.

2. Бомба А. Я. Методи комплексного аналізу: монографія / А. Я. Бомба, С. С. Каштан,

Д. О. Пригорницький, С. В. Ярощак. – Рівне : НУВГП, 2013. – 415 с.

3. *Бомба А. Я.* Методи теорії збурень прогнозування процесів тепломасоперенесення в пористих та мікропористих середовищах: монографія / *А. Я. Бомба, І. М. Присяжнюк, О. В. Присяжнюк.* – Рівне : О. Зень, 2017. – 291 с.

УДК 519.6

Бразалук Ю.В., к.ф.-м.н., с.н.с., Євдокимов Д.В., с.н.с.

(Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара, м. Дніпро, Україна)

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ РОЗРАХУНКОВИХ СХЕМ МЕТОДОМ ШТУЧНИХ ЗБУРЕНЬ

Загальна тенденція підвищення точності інженерно-технічних розрахунків постійно вимагає більш ретельного вивчення властивостей алгоритмів чисельного розв'язування відповідних крайових задач. Однак можливості такого теоретичного дослідження значно обмежені, особливо для випадків, коли складна, заплутана та важка для розв'язання задача стає об'єктом застосування не менш складного та заплутаного алгоритму. Вихід з цієї ситуації бачиться в застосуванні чисельного експерименту для дослідження властивостей конкретних розрахункових схем, наприклад, шляхом внесення штучних збурень з подальшим аналізом реакції розрахункової схеми на внесені збурення.

Малі, але скінченні збурення, що вносяться до розрахункової схеми, є невід'ємною частиною будь-яких процесів чисельного моделювання. Перш за все, малі збурення вносяться на етапі апроксимації самого диференціального оператора, функціональних параметрів, що входять до рівнянь, які розглядаються, меж області розв'язку, крайових та початкових умов, додаткових співвідношень, якщо вони включені до постановки задачі. Перераховані збурення мають систематичний характер, є обумовленими самою структурою застосованого алгоритму і досить довго і інтенсивно вивчалися як теоретично, так і шляхом різноманітних обчислювальних експериментів. Не вдаючись в подробиці робіт, присвячених дослідженню властивостей внесених в розрахункову схему алгоритмічних похибок, які тут будемо розглядати як збурення, сформулюємо загальне правило, що відноситься до них: чим менше, тим краще. Як правило, різні види похибок, що викликані різними збуреннями, генеруються в одній розрахунковій схемі, а оптимізувати її визначальні параметри з точки зору точності і витрат ресурсів комп'ютерної техніки вдається далеко не завжди, тому вкрай бажано виробити якісь раціональні критерії вибору параметрів різних апроксимацій, що входять до розрахункового алгоритму, які забезпечували б досягнення цілей розрахунку при прийнятних витратах ресурсів обчислювальної техніки. Найчастіше подібні раціональні критерії формуються на основі аналізу обчислювальної практики, при чому, насправді, вони не завжди виявляються математично обґрунтованими.

Крім визначених алгоритмічно існують збурення, що вносяться при постановці задачі недетермінованим (випадковим) чином. Сюди ж слід віднести збурення, що вносяться на етапі розв'язання, але не контрольовані належним чином. До перших з них відносяться випадкові збурення вхідних даних і невідповідні збурення форми меж, крайових і початкових умов, які не можуть бути враховані належним чином в рамках даної розрахункової схеми. Джерелом другої групи збурень є помилки і неточності при

введенні даних, збої комп'ютерної техніки, помилки в програмах і невдалі програмні рішення. Особливою групою збурень є неявні лінеаризації і апроксимації нелінійних параметрів, які входять до розглянутої задачі, що може бути зроблено як на етапі постановки задачі, так і в процесі розв'язання. Особливо це актуально для слабких нелінійностей, на неявну (за замовчуванням) лінеаризацію яких зазвичай не звертають належної уваги. Ще одне джерело додаткових збурень, що вносяться до обчислювальний процес, що проводиться по даному алгоритму, виникає, якщо даний алгоритм залучений в якості складової частини в більш загальну розрахункову схему, наприклад, в покроковий за часом процес, в певний ітераційний процес, в розрахунок методом послідовних наближень або в процес мінімізації деякого функціоналу при розв'язанні оптимізаційних або обернених задач. Безумовно, подібний випадок є найбільш складним з усіх перерахованих вище, оскільки він передбачає, що зовнішньою розрахунковою схемою в алгоритм вносяться деякі збурення, які призводять до генерації додаткової похибки, а остання, в свою чергу, разом з власною похибкою даного алгоритму повертається в зовнішню розрахункову схему і генерує там додаткову похибку, і так далі. Процес цей не піддається якомусь контролю і на сьогоднішній день має досліджуватися в кожному конкретному випадку за спеціально розробленою методикою.

Цілком очевидно, що вплив як зумовлених алгоритмами, так і випадково внесених збурень на загальну точність чисельного розв'язку може бути досліджений на спеціальним чином сконструйованих модельних крайових задачах, в яких в тестову крайову задачу, що має відомий аналітичний розв'язок, бажано в квадратурах, вноситься певне штучне збурення. За реакцією загальної похибки збуреної задачі можна судити про вплив даного збурення на точність чисельного розв'язку. Зрозуміло, що штучне збурення може вноситься як глобально (по всьому різновиду), так і локально (по частині різновиду з відносно малою мірою). Розглянемо локальні і глобальні штучні збурення на прикладі застосування методу граничних елементів для розв'язання задач Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа. Власне кажучи, не настільки важливі самі розподіли збурень, як їх порядки.

Будемо шукати дві величини: порогове значення чутливості алгоритму і граничне значення достовірності розрахунку збурення. Перша з них відповідає випадку найменшого збурення, яке призводить до зміни похибки чисельного розв'язку тестової задачі, визначеної в максимальній або середньоквадратичної нормі. Друге ж значення – поріг достовірності – досягається, коли зміна чисельного розв'язку тестової задачі, викликана даним збуренням буде із заданою точністю збігатися з відповідним аналітичним значенням. У разі глобальних збурень крайових умов проблема вирішується відносно нескладно: нехай u_1 та u_2 – аналітичні розв'язки тестових задач (в даному випадку деякі гармонійні функції), тоді $u_1 + \varepsilon u_2$ також є розв'язком аналогічної задачі. Позначивши індексом h чисельний розв'язок задачі і вводячи деякі малі числа $\delta_{1,2}$, отримаємо для порога чутливості

$$\|(u_1 + \varepsilon u_2)_h - u_1\| > \delta_1, \quad (1)$$

а для порогу достовірності

$$\|(u_1 + \varepsilon u_2)_h - (u_1 + \varepsilon u_2)\| < \delta_2. \quad (2)$$

Питання полягає у визначенні порядку значень ε з нерівностей (1), (2) при граничному виконанні останніх. Норма в співвідношеннях (1), (2) визначається як максимальна або середньоквадратична. Для локального збурення проблема вибору функції u_2 не

настільки проста, проте, якщо збурюються крайові умови на частини межі Γ_{u_2} , то такий розв'язок можна побудувати у вигляді

$$u_2 = \int_{\Gamma_{u_2}} f G_{\Gamma} dS, \quad (3)$$

де f – величина збурення, а G_{Γ} – відповідна функція Гріна. Подальша розрахункова схема мало чим відрізняється від описаної вище схеми аналізу, заснованої на співвідношеннях (1), (2). Слід, однак, визнати, що побудова функції Гріна для області неканонічної геометричної форми є нетривіальною задачею. Однак, врешті-решт, функція u_2 може бути знайдена і чисельно. При аналізі збурень, що вносяться до розрахункові схеми при розв'язанні прикладних задач, слід виходити із загального правила: нижче порога чутливості і вище порога достовірності можуть вноситися будь-які збурення, але всі збурення, що лежать між двома цими порогами, неминуче призводять до виникнення неконтрольованої похибки. Звідси випливає, що вдалим слід вважати той алгоритм, у якого поріг чутливості і поріг достовірності максимально близькі. У загальному ж випадку потрібно прагнути до того, щоб обидва ці пороги були мінімальні. Для ілюстрації запропонованого підходу були проведені розрахунки для задач Діріхле та Неймана для рівняння Лапласа у прямокутній та коловій областях методами граничних елементів та скінченних різниць.

УДК 519.651+004.023

Вакал Л.П.¹, к.т.н., с.н.с., Вакал Є.С.², к.ф.-м.н., доцент

¹Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова, м. Київ, Україна;

²Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

ЧЕБИШОВСЬКА АПРОКСИМАЦІЯ СПЛАЙНАМИ З ВІЛЬНИМИ ВУЗЛАМИ

Нехай $f(x)$ – неперервна на відрізку $[\alpha, \beta]$ функція, $\mathbf{T} = (t_1, \dots, t_r)$ – вектор вузлів, таких що $\alpha = t_0 < t_1 < \dots < t_r < t_{r+1} = \beta$, $s_n(x; \mathbf{A}, \mathbf{T})$ – поліноміальний сплайн степеня n дефекту 1, де \mathbf{A} – вектор параметрів сплайна, $\mu(\mathbf{T})$ – функція вигляду

$$\mu(\mathbf{T}) = \min_{\mathbf{A}} \max_{\alpha \leq x \leq \beta} |f(x) - s_n(x; \mathbf{A}, \mathbf{T})|.$$

Розглядається задача найкращого наближення в чебишовській (рівномірній) нормі функції $f(x)$ сплайном $s_n(x; \mathbf{A}, \mathbf{T})$ з вільними вузлами. Ця задача полягає у визначенні величини

$$\rho = \min_{\mathbf{T}} \mu(\mathbf{T}) \quad (1)$$

і вектора вузлів $\mathbf{T}^* = (t_1^*, \dots, t_r^*)$, на якому досягається цей мінімум [1]. Величина ρ називається похибкою найкращого чебишовського наближення сплайном, а вузли t_1^*, \dots, t_r^* – оптимальними вузлами.

Для розв'язання задачі (1) і знаходження оптимальних вузлів при невеликих r можна використовувати загальні методи багатопараметричної оптимізації недиференційовних функцій (метод найшвидшого спуску, метод Девідона–Флетчера–Пауелла тощо). З

ростом r збільшується розмірність простору пошуку і виникають значні труднощі чисельного диференціювання, що є серйозним обмеженням для застосування вказаних методів.

З урахуванням характеристичних властивостей чебишовського наближення Р. Еш та В. Істмен [1] запропонували спеціальні методи: січної площини і спрощений метод Ньютона, за допомогою яких вдалося досить точно обчислити оптимальні вузли для цілої низки тестових функцій. Однак збіжність алгоритмів, що реалізують методи типу Ньютона, гарантована лише у випадку, коли вони стартують з майже оптимальних вузлів, які в загальному випадку невідомі.

Алгоритм, що збігається з довільних, наприклад рівновіддалених, вузлів, описано в [2]. Він складається з двох етапів: спочатку знаходяться оптимальні вузли розривного сплайна (сегментна апроксимація), потім ці вузли фіксуються і будується сплайн необхідної гладкості за допомогою алгоритму типу Ремеза. Такий сплайн дає краще наближення для заданої функції, ніж сплайн з рівновіддаленими вузлами, але не найкраще.

Для розв'язання задачі (1) пропонується алгоритм, в якому для знаходження оптимальних вузлів використовується метод диференціальної еволюції (ДЕ). Цей метод, запропонований Р. Сторном і К. Прайсом [3], служить для знаходження глобального оптимуму недиференційовних, нелінійних функцій багатьох змінних і належить до прямих методів оптимізації, тобто в ході його роботи потрібно обчислювати лише значення цільової функції (критерію оптимізації), але не її похідних.

Алгоритм ДЕ відноситься до групи еволюційних алгоритмів, які моделюють базові процеси біологічної еволюції: мутацію, схрещування, відбір. Еволюційний процес в алгоритмі ДЕ починається з генерації сукупності випадкових векторів (покоління популяції), координати яких представляють собою можливі значення вузлів сплайна. Далі для кожного вектора поточного покоління, який називається базовим, з використанням заданого масштабного множника, трьох інших випадкових векторів і операцій додавання та віднімання їхніх координат створюється мутантний вектор. Над мутантним вектором виконується операція схрещування, в ході якої деякі його координати заміщуються координатами базового вектора. Один з двох векторів – базового і отриманого після схрещування, значення цільової функції якого менше, переходить в наступне покоління. Значення цільової функції вектора дорівнює похибці найкращого чебишовського наближення заданої функції $f(x)$ сплайном $s_n(x)$ з фіксованими вузлами, де за вузли взяті координати даного вектора. Для обчислення сплайн-наближення з фіксованими вузлами застосовується спеціальна процедура, описана в [4]. Алгоритм завершує роботу, якщо виконується одна з умов: досягнуто задане максимальне число поколінь, відбувається стагнація еволюційного процесу (відносний розкид значень цільової функції в популяції менше заданої величини). Враховуючи стохастичний характер алгоритму ДЕ, для отримання прийнятного результату потрібно зробити декілька його запусків.

Для перевірки ефективності алгоритму проведено серію обчислювальних експериментів. У таблиці для порівняння наводяться похибки апроксимації декількох функцій трьома сплайнами. Сплайн 1 отримано за описаним вище алгоритмом, в якому для знаходження оптимальних вузлів використовується диференціальна еволюція. Для побудови сплайна 2 взяті (як запропоновано в [2]) оптимальні вузли розривного сплайна, для знаходження яких застосовано алгоритм сегментної апроксимації [5, 6]. Сплайн 3 побудовано для рівновіддалених вузлів за допомогою алгоритму, описаного в [4].

Проаналізовано також вплив варійованих параметрів алгоритму (розміру популяції,

ймовірності схрещування та масштабного множника) на швидкість його збіжності та визначені найкращі значення цих параметрів.

Таблиця. Похибки наближення функцій сплайнами третього степеня з трьома вузлами

Функція, яка наближається	Відрізок	Сплайн 1	Сплайн 2	Сплайн 3
$f(x) = (1 + x^2)^{-1}$	[-5, 5]	0.01509	0.05112	0.11421
$f(x) = \sqrt{x}$	[0, 2]	0.00258	0.00498	0.03853
$f(x) = (1 + x)^{-1}$	[0, 1]	$1.345 \cdot 10^{-5}$	$2.039 \cdot 10^{-5}$	$3.328 \cdot 10^{-5}$
$f(x) = e^x$	[0, 1]	$5.716 \cdot 10^{-6}$	$8.487 \cdot 10^{-6}$	$9.524 \cdot 10^{-6}$

Результати обчислювальних експериментів підтвердили ефективність запропонованого алгоритму для знаходження найкращої чебишовської апроксимації сплайном з вільними вузлами. До його переваг слід, зокрема, віднести високу точність визначення оптимальних вузлів, простоту реалізації та використання (алгоритм містить малу кількість параметрів, що потребують підбору).

1. *Esch R.E.* Computational methods for best spline function approximation / R.E. Esch., W.L. Eastman // *Journal of Approximation Theory*. – Vol. 2. – Nr 1. – 1969. – PP. 85–96.

2. *Meinardus G.* Algorithm for piecewise polynomials and splines with free knots / G. Meinardus, G. Nürnberger, M. Sommer, H. Strauss // *Math. of Computation*. – Vol. 53. – Nr 187. – 1989. – PP. 235-247.

3. *Storn R.* Differential evolution – a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces / R. Storn, K. Price // *Journal of Global Optimization*. – Vol. 11. – 1997. – PP. 341 – 359.

4. *Вакал Л.П.* Побудова найкращих чебишовських наближень сплайнами / Л.П. Вакал // *Штучний інтелект.* – № 2. – 2017. – С. 42–48.

5. *Vakal L.P.* Seeking optimal knots for segment approximation / L.P. Vakal // *Journal of Automation and Information Sciences*. – Vol. 48. – Nr 11. – 2016. – PP. 68–75.

6. *Vakal L.P.* Increasing the efficiency of Chebyshev segment fractional rational approximation / L.P. Vakal, A.A. Kalenchuk-Porkhanova, E.S. Vakal // *Cybernetics and Systems Analysis*. – Vol. 53. – Nr 5. – 2017. – PP. 759–765.

УДК 519.6

Дудар В.В., аспірант, Семенов В.В., д.ф.-м.н., професор

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка)

НОВА ФУНКЦІЯ ПОХИБКИ ДЛЯ ЛОГІСТИЧНОЇ РЕГРЕСІЇ

Логістична регресія – це один з найпопулярніших класифікаторів в машинному навчанні. Модель найчастіше використовується для швидкої класифікації багатовимірних об'єктів, зокрема текстів, а також як складова частина складніших систем розпізнавання, зокрема нейронних мереж. Головними обмеженнями логістичної регресії є лінійність та необхідність ручного підбору вхідних ознак. Серед переваг –

опуклість функції похибки, що гарантує єдиність оптимального вектору параметрів моделі (за умови присутності квадратичної регуляризації).

Спершу розглянемо випадок бінарної класифікації. Нехай $\phi \in \mathbb{R}^N$ – вхідний вектор ознак, $w \in \mathbb{R}^N$ – вектор параметрів моделі (визначається під час навчання), C_1, C_2 – класи. Тоді ймовірність приналежності об'єкта з вектором ознак ϕ до класів C_1, C_2 моделюється як

$$p(C_1|\phi) = \sigma(w^T \phi), \quad p(C_2|\phi) = 1 - p(C_1|\phi) = \sigma(-w^T \phi)$$

де $\sigma(x) = (1 + e^{-x})^{-1}$ – сігмоїд. Для визначення вектору параметрів w використовується навчальна вибірка $\{(\phi_i, t_i), i = 1..M\}$, де $t_i = 1$ та $t_i = -1$ відповідають класам C_1 та C_2 відповідно. Припускаючи незалежність елементів навчальної вибірки отримуємо таку ймовірність приналежності навчальної вибірки до відповідних класів:

$$p(\mathbf{t}|\boldsymbol{\phi}) = \prod_{i=1}^M \sigma(t_i w^T \phi_i)$$

Взявши від'ємний логарифм отримуємо класичну функцію похибки для логістичної регресії [1]:

$$F(w) = -\ln p(\mathbf{t}|\boldsymbol{\phi}) = -\sum_{i=1}^M \ln \sigma(t_i w^T \phi_i) \rightarrow \min$$

Розглянувши апіорний нормальний розподіл для параметрів $w \sim N(0, \alpha^{-1}I)$ отримуємо регуляризовану функцію похибки, що відповідає апостеріорному розподілу параметрів w відносно навчальної вибірки:

$$F(w) = -\sum_{i=1}^M \ln \sigma(t_i w^T \phi_i) + \frac{1}{2} \alpha w^T w = \sum_{i=1}^M h_{cross-entropy}(t_i w^T \phi_i) + \frac{1}{2} \alpha w^T w \rightarrow \min$$

Функція $h_{cross-entropy}(x) = -\ln(\sigma(x))$ приймає необмежено великі значення, тому кожен елемент навчальної вибірки може як завгодно сильно вплинути на процес навчання, що в деяких випадках призводить до гіршого узагальнення точності класифікації на тестову вибірку. Тому пропонується розглянути альтернативну функцію похибки в такій формі:

$$h_{proposed}(x) = -\sigma(x)$$

$$\hat{F}(w) = -\sum_{i=1}^M \sigma(t_i w^T \phi_i) + \frac{1}{2} \alpha w^T w \rightarrow \min$$

Вибір функції похибки саме в такій формі мотивований теоретично оптимальною функцією похибки $h_{misclassification}(x) = I(x < 0)$, яка є розривною, тому навчання такої моделі не може здійснюватися градієнтними методами [2]. Пропонована функція $h_{proposed}$ є наближенням оптимальної функції $h_{misclassification}$. Існуючі функції похибки та пропонована функція порівнюються на рис. 1 (функція крос-ентропії була домножена щоб проходити через точку (0, 1.2)).

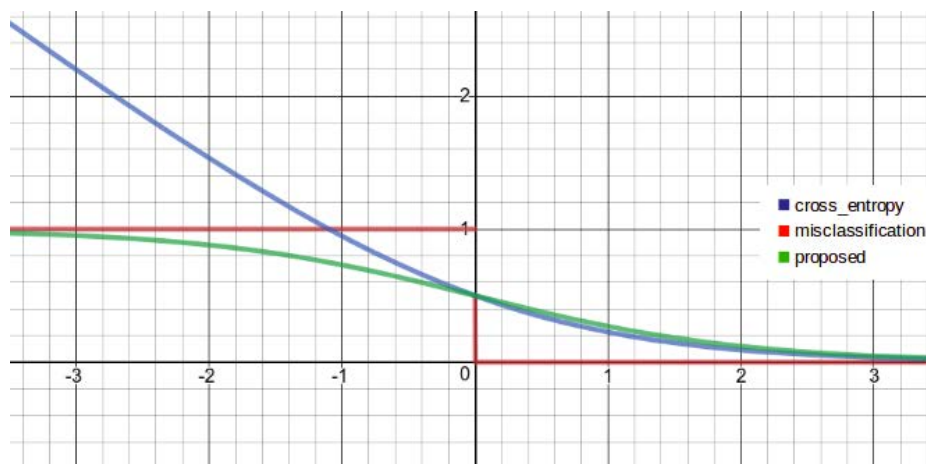


Рис. 1. Порівняння класичної, оптимальної та пропонованої функцій похибок.

У випадку мультикласової класифікації (класи $C_1, C_2 \dots C_K$) під час навчання необхідно знайти K векторів коефіцієнтів $w_1, w_2 \dots w_K$. Навчальна вибірка:

$$\{(\phi_i, t_i), i = 1..M\}, t_i \in \{1..K\}$$

Класична функція похибки (крос-ентропія) має вигляд:

$$F(w) = - \sum_{i=1}^M \ln(\text{softmax}_{t_i}(w_1^T \phi_i, \dots, w_k^T \phi_i)) + \frac{1}{2} \alpha w^T w \rightarrow \min$$

Пропонована функція похибки:

$$F(w) = - \sum_{i=1}^M \text{softmax}_{t_i}(w_1^T \phi_i, \dots, w_k^T \phi_i) + \frac{1}{2} \alpha w^T w \rightarrow \min$$

Недоліком пропонованого методу є те, що нова функція похибки не є опуклою. Але навчання моделі може бути здійснено використовуючи методи першого порядку SGD, ADAM, як і у випадку класичної моделі.

Щоб протестувати даний підхід було використано 2 бази зображень: MNIST [3] та CIFAR-10 [4]. MNIST містить 60000 чорно-білих зображень цифр (від 0 до 9) розміром 28*28 в навчальній вибірці та 10000 зображень в тестовій вибірці. CIFAR-10 містить 50000 кольорових фотографій розміром 32*32, розділених на 10 класів (автомобілі, кораблі, та ін.) в навчальній вибірці та 10000 фотографій в тестовій вибірці. Результати класифікації на навчальній і тестовій вибірках наведені в таблиці 1.

	MNIST train	MNIST test	CIFAR-10 train	CIFAR-10 test
Classical	93.46%	92.37%	46.21%	40.77%
Proposed	94.18%	92.95%	48.48%	41.51%

Табл. 1. Точності класифікацій класичного та пропонованого методів на навчальних та тестових вибірках MNIST та CIFAR-10.

Таким чином запропонована функція похибки покращує точності класифікацій на даних вибірках. Збільшення точності не є значним через обмеженість роздільної здатності лінійної моделі, що використовувалась для класифікації.

1. Bishop C. M. Pattern Recognition and Machine Learning. - Springer Science + Business Media 2006. - 703 p.
2. Radivojac P., White M. Machine Learning Handbook. - 120 p.
3. LeCun, Y., Cortes, C. MNIST handwritten digit database. <http://yann.lecun.com/exdb/mnist>
4. Krizhevsky A., Learning Multiple Layers of features from tiny images, 2009.

МЕТОД ДИСКРЕТНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ ДЛЯ РІВНЯНЬ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Останнім часом методи обчислювальної теорії потенціалу – метод дискретних особливостей, метод дискретних вихорів, метод граничних елементів – все частіше розглядаються фахівцями як надійний, потужний та універсальний підхід для розв’язання широкого класу різноманітних задач математичної фізики, що складає розумну альтернативу традиційним чисельним методам скінченних різниць та скінченних елементів. В першу чергу, зазначений висновок відноситься до крайових задач еліптичного типу, оскільки для задач параболічного чи еліптичного типу методи теорії потенціалу демонструють спадкове наростання кількості алгоритмічних дій [1]. Щоб уникнути цього недоліку, доводиться на кожному кроці по часу перераховувати все поле шуканої величини, а це означає зайву витрату ресурсів обчислювальної техніки.

З іншого боку, отримати найбільш зручне з точки зору ефективності суто межове формулювання задачі вдається не завжди. Очевидним шляхом подолання обчислювальної неефективності підходу представляється відмова від граничноелементної апроксимації на користь значно більш економної апроксимації дискретними джерелами з обмеженими областями впливу, що є не такою точною, але в багатьох випадках розрахунку є цілком прийнятною. Завдяки зазначеним спрощенням процедура покрокового за часом перерахунку поля, що розшукується, стає не такою витратною. Дискретні джерела всередині області доцільно розташовувати регулярним чином в центрах комірок прямокутної сітки. Обмеженість області впливу дозволяє замінювати процедуру інтегрування по області впливу на просте множення масиву джерельних значень на масив коефіцієнтів впливу. Щодо межових вузлів та точок колокації, то можливі два підходи: згідно першого з них межа області розв’язку апроксимується таким чином, що межові джерела співпадають з джерелами з внутрішньої сітки, однак такий підхід суперечить основним ідеям теорії потенціалу та є доцільним лише у дуже обмеженій кількості випадків. Інше алгоритмічне рішення передбачає, що межові джерела розташовуються у центрах граничних елементів на межі, потім застосовується “явна схема” розрахунку [2], але замість точки колокації всередині області використовуються найближчі до межі точки внутрішніх джерел, а невідомі межові величини визначаються шляхом інтерполяції.

Безумовною перевагою запропонованого підходу у порівнянні з традиційним методом граничних елементів [3] є його простота та легкість у програмній реалізації, а у порівнянні з традиційними методами розв’язання крайових задач параболічного типу, наприклад, методом скінченних різниць, даний алгоритм демонструє всі переваги та недоліки, притаманні методам обчислювальної теорії потенціалу.

Для дослідження властивостей запропонованого алгоритму була проведена низка тестових розрахунків на задачах, що мають відомий аналітичний розв’язок у квадратурах. Отримані результати розрахунків свідчать про, взагалі кажучи, прийнятну точність розрахунку та непогану загальну ефективність підходу, хоча для задач, сформульованих у найпростіших областях, запропонований алгоритм суттєво поступається по ефективності методу скінченних різниць, як, до речі, й інші методи

обчислювальної теорії потенціалу для крайових задач параболічного типу, але перевершує за ефективністю традиційний метод граничних елементів для тих же задач. Перспективи подальших досліджень в цьому напрямку цілком очевидні та полягають у розширенні запропонованого підходу на інші класи задач, наприклад, шляхом введення рухомих дискретних особливостей, аналогічних методу дискретних вихорів чи методу дискретних джерел, які застосовуються у обчислювальній гідромеханіці, можливо у комбінації з іншими чисельними методами, подібно до комбінації метода граничних елементів та дискретних вихорів [4].

1. *Евдокимов Д.В.* Анализ тенденций развития современного математического и чисельного моделирования / Д.В. Евдокимов, А.А. Кочубей, Н.В. Поляков // Вісник Дніпропетровського університету, № 8, серія «Моделювання», Випуск 1, 2009. С. 5 – 17.

2. *Евдокимов Д.В.* Метод граничных элементов для уравнения теплопроводности с точками коллокации внутри области решения / Евдокимов Д. В. // Труды XVIII Международного симпозиума «Методы дискретных особенностей в задачах математической физики» (МДОЗМФ-2017). Харьков, 2017. – С. 103-107.

3. *Бреббия К.* Методы граничных элементов / К. Бреббия, Ж. Теллес, Л. Вроубел // – М.: Мир, 1987. – 524 с.

4. *Бразалук Ю.В.* Применение комбинированного метода граничных элементов и дискретных вихрей для решения некоторых задач гидродинамического взаимодействия в плоских потоках/ Ю.В. Бразалук, Д.В. Евдокимов, Н.В. Поляков // Вестник Харьковского национального университета, 2003, № 590. Сер. «Математическое моделирование. Информационные технологии. Автоматизированные системы управления», вып. 1. – С. 55-60.

УДК 517.928

Кічмаренко О.Д., к.ф.-м.н., доцент, Плотніков А.А., аспірант

(Одеський національний університет ім. І.І. Мечникова, Україна)

МЕТОД ПОКРОКОВОГО УСЕРЕДНЕННЯ ДЛЯ ЛІНІЙНИХ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ЗМІННОЇ РОЗМІРНОСТІ

У докладі розглядаються лінійні системи керування змінної розмірності. Тобто, розглядається задача оптимального керування декількома об'єктами з послідовним у часі режимом їх роботи. Початковий стан кожного наступного об'єкта залежить від кінцевого стану попереднього, що об'єднує їх в єдину систему змінної розмірності. Передбачається, що кожен об'єкт описується системою звичайних лінійних диференціальних рівнянь на інтервалі його дії. При цьому довжини інтервалів задано, а системи рівнянь мають неоднакову розмірність.

Нехай $n: R_+ \rightarrow N$ кусочно-постійна функція, неперервна справа і нехай існує постійна $\bar{n} > 0$ така, що $n(t) \leq \bar{n}$ для всіх $t \in R_+$.

Розглянемо лінійну систему з малим параметром

$$\dot{x}_i = \varepsilon[A_i(t)x_i + B_i(t)u], \quad t \neq \tau_i, \quad x_0(0) = \bar{x}_0, \quad i = \overline{0, \infty}, \quad (1)$$

$$x_i(\tau_i) = M(n(\tau_i))x_{i-1}(\tau_i - 0), \quad i = \overline{1, \infty}, \quad (2)$$

де $\varepsilon > 0$ - малий параметр; $x(t) \in R^{n(t)}$, $t \in I = [0, L\varepsilon^{-1}]$, $L > 0$, $u \in U \in \text{conv}(R^k)$ - керування, $\tau_i \in R_+$, $i = 1, 2, \dots$ - фіксовані моменти часу ($\tau_i < \tau_{i+1}$) такі що $n(\tau_i - 0) \neq n(\tau_i)$, $A_i(t)$ - матрично-значна функція, яка має розмірність $(n(t) \times n(t))$, $B_i(t)$ матрично-значна функція, яка має розмірність $(n(t) \times k)$, $M(n(\tau_i))$ - матриці $(n(\tau_i) \times n(\tau_i - 0))$.

Означення 1. Під допустимим керуванням розуміється будь-яка вимірна функція $u: R_+ \rightarrow R^k$, яка задовольняє включенню $u(t) \in U$ для всіх $t \in R_+$. Позначимо множину всіх допустимих керувань системи (1), (2) через \mathcal{U} .

Означення 2. Вектор-функцію зі змінною розмірністю $x_u: R_+ \rightarrow R^{n(t)}$ будемо називати розв'язком системи (1), (2), який відповідає керуванню $u(\cdot) \in \mathcal{U}$, якщо вона абсолютно неперервна і задовольняє систему (1) майже всюди на інтервалах, які не містять точок τ_i , та задовольняє умову (2) для всіх $t = \tau_i$.

Нехай функціонування системи (1),(2) оцінюється термінальним критерієм якості

$$J(u) = \Phi(x_u(T)), \quad (3)$$

де $\Phi(\cdot): R^{n(T)} \rightarrow R^1$, $0 < T \leq L\varepsilon^{-1}$, $x_u(\cdot)$ розв'язок системи (1), (2), яке відповідає допустимому керуванню $u(\cdot)$.

Візьмемо деяке $\omega > 0$. Позначимо через Γ множину точок простору R_+ таких, що $\gamma_i = i\omega$, $i = 0, 1, \dots$, а через Υ множину точок τ_i таких, що $n(\tau_i - 0) - n(\tau_i + 0) \neq 0$. Позначимо через Ξ множину точок t_i , $i = 0, 1, \dots$ таких, що $\Xi = \Gamma \cup \Upsilon$. Очевидно, що $t_{i+1} - t_i \leq \omega$ для всіх $i = 0, 1, \dots$.

Пов'яжемо із системою (1), (2) наступну усереднену систему

$$\dot{y}_i = \varepsilon[\bar{A}_i(t)y_i + v_i(t)], \quad t \in [\tau_i, \tau_{i+1}), \quad y_0(0) = \bar{x}_0, \quad (4)$$

$$y_i(\tau_i) = M(n(\tau_i))y_{i-1}(\tau_i - 0), \quad (5)$$

де $v_i(t) \in V_i(t)$,

$$\bar{A}_i(t) = \left\{ A_{ij}: A_{ij} = \frac{1}{t_{ij+1} - t_{ij}} \int_{t_{ij}}^{t_{ij+1}} A_i(s) ds, \quad t \in [t_{ij}, t_{ij+1}), \quad j = 0, 1, \dots, k_i \right\},$$

$$V_i(t) = \left\{ F_{ij}: F_{ij} = \frac{1}{t_{ij+1} - t_{ij}} \int_{t_{ij}}^{t_{ij+1}} B_i(s) U ds, \quad t \in [t_{ij}, t_{ij+1}), \quad j = 0, 1, \dots, k_i \right\},$$

$$\bigcup_{j=1}^{k_i} [t_{ij}, t_{ij+1}] = [\tau_i, \tau_{i+1}], \quad i = 0, 1, \dots$$

В доповіді обґрунтовано можливість використання покрокової схеми усереднення при дослідженні керуваннях систем лінійних диференціальних рівнянь зі змінною розмірністю з малим параметром, а також при розв'язанні задачі Майєра для таких систем.

УДК 519.6

Оноцький В.В., к.ф.-м.н., асистент, Михайлюк В.Ю., студент,

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

ЕФЕКТИВНІСТЬ ЗАСТОСУВАННЯ ДС-АЛГОРИТМУ ДЛЯ ЧИСЕЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ТРИВИМІРНОГО ВОЛОГОПЕРЕНОСЕННЯ НА БАГАТОПРОЦЕСОРНИХ КОМПЛЕКСАХ

Одним з основних підходів математичного моделювання вологопереносу в ґрунті є комп'ютерне моделювання вологопереносу на основі квазілінійного рівняння Клют-Річардса [2,6].

Тут достатньо ефективним інструментом виявився двокроковий симетризований різницевий алгоритм (ДС-алгоритм) у поєднанні з методом Ньютона для нелінійних рівнянь [1,2,4,5]. В нелінійному випадку в тривимірному просторі ДС-алгоритм дозволяє звести дискретну модель з рівнянь, що на кожному часовому шарі становить систему N^3 нелінійних алгебраїчних рівнянь з N^3 невідомими, до $N^3/2$ незалежних нелінійних рівнянь з одним невідомим, а решта $N^3/2$ невідомих обчислюються за явними формулами.

Розв'язання задачі вологопереносу вимагає, в ідеалі, розв'язання тривимірної початково-крайової задачі з нелійними диференціальними рівняннями в частинних похідних. Це, в свою чергу, потребує великої кількості арифметичних операцій для отримання наближеного розв'язку. Для суттєвого зменшення часу обчислень запропонований підхід розпаралелення ДС- алгоритму[1,3].

Побудовано дискретну модель, розроблена комп'ютерна програма на мові C/C++ з використанням бібліотеки MPI. Проведені розрахунки на багатопроцесорному обчислювальному комплексі Ірагсом інституту кібернетики НАН України імені В.М. Глушкова (4 вузли по 8 процесорів по 24GB ОП).

В результаті спостерігалось зменшення часу обчислень більше ніж втричі при використанні кількох процесорів. Зокрема, в таблицях Таб.1 (А, Б) представлені максимальні виграші для різних параметрів дискретизації:

Кількість процесорів	1	5	Виграш за часом
Час виконання (в сек.)	111.661	32.5566	3.42

Таб.1 А) Кількість просторових вузлів $41*41*41$,
кількість часових шарів $24*60$

Кількість процесорів	1	6	Виграш за часом
Час виконання (в сек.)	295.568	92.6981	3.18

Таб.1 Б) Кількість просторових вузлів $101*101*101$,
кількість часових шарів $4*60$

При подальшому збільшенні кількості процесорів час обчислень починає зростати. Можливе пояснення: об'єм даних, які потрібно пересилати між процесорами, також збільшуються.

1. Грищенко О. Ю. Ефективність застосування ДС-алгоритму для системи рівнянь Нав'є-Стокса на багатопроцесорних комплексах / О.Ю. Грищенко, А.С. Марцафей, В.В. Оноцький, О.В. Попов // Журнал обчисл. та прикл. матем. — 2016. — №1(121).- С. 28-36.
2. Клюшин Д.А. Чисельне моделювання тривимірною вологоперенесення при

мікрозрошенні / Д.А. Ключин, В.В. Оноцький, Н.І. Ляшко // Журнал обчисл. та прикл. матем. — 2016. — №1(121). — С. 54–64.

3. *Лупин С.А.* Технологии параллельного программирования / С.А. Лупин, М.А. Посипкин // М.: ИД «ФОРУМ»:ИНФРА-М, 2011. — 208 с.

4. *Мироненко В.А.* Динамика подземных вод // М.: МГГУ, 2001. — 519 с

5. *Lyashko N. I.* A regularization algorithm for singular controls of parabolic systems / N.I. Lyashko, A. E. Grishchenko, V.V. Onotskii // Cybernetics and Systems Analysis, January 2006, Volume 42, Issue 1, pp 75-82.

6. *Klyushin D.A.* Numerical simulation of 3D unsaturated infiltration from point sources in porous media / Dmitry Klyushin, Viacheslav Onotskyi. // doi:10.1166/jcsmd.2016.1106 J. Coupled Syst. Multiscale Dyn. Vol. 4(3)/2330-152X/2016/187/007

УДК 517.5

Піддубний М.О., аспірант, Піддубний О.М., к.ф.-м.н., доцент

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна;

Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки, м. Луцьк, Україна)

ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ СПРЯЖЕНОГО УЗАГАЛЬНЕНОГО ОПЕРАТОРА ПУАССОНА

Нехай $D := \{ |\rho| < 1 \}$ — одиничний круг, $T := \{ |\rho| = 1 \}$ — одиничне коло, $L_p(T)$, $1 \leq p < \infty$, — простір функцій f , сумовних на T в p — тому степені і для $0 < \rho < 1$, $l \in N$

$$K_l(t, \rho) := \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{kl} \cos kt, \quad \tilde{K}_l(t, \rho) := \sum_{k=1}^{\infty} \rho^{kl} \sin kt.$$

Оператор P_l , визначений на $L_p(T)$ формулою

$$P_l(f)(\theta, \rho) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta + t) K_l(t, \rho) dt,$$

називається узагальненим оператором Пуассона. А оператор Q_l , визначений на $L_p(T)$ формулою

$$Q_l(f)(\theta, \rho) = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} f(\theta + t) \tilde{K}_l(t, \rho) dt,$$

називається спряженим узагальненим оператором Пуассона. Функції $u(\theta, \rho) = P_l(f)(\theta, \rho)$ та $v(\theta, \rho) = Q_l(f)(\theta, \rho)$ називаються l -спряженими і є розв'язками відомої крайової задачі ([1]). Встановлено ряд властивостей функції $v(\theta, \rho) = Q_l(f)(\theta, \rho)$, аналогічних до властивостей функції $u(\theta, \rho) = P_l(f)(\theta, \rho)$, наведених в [2].

1. *Бугров Я.С.* Неравенства типа Бернштейна и их применение к исследованию дифференциальных свойств решений дифференциальных уравнений высшего порядка / Я.С. Бугров // Mathematica (Cluj) — 1963. — 5 (28). — С. 5–25.

2. *Піддубний О. М.* Диференціальні властивості узагальненого оператора Пуассона / О.М. Піддубний // Зб. пр. Ін-ту математики НАН України. — Т. 1, №1. — К. : Ін-т математики НАН України, 2004. — С. 227–240.

УДК 519.6

Поліщук О.Д., к.ф.-м.н.

*(Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН
України, Львів, Україна)*

ПРО ЗБІЖНІСТЬ ПРОЕКЦІЙНИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ СЛАБО СИНГУЛЯРНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ФРЕДГОЛЬМА ПЕРШОГО РОДУ

Чимало фізичних процесів (дифузія, тепловий потік, електростатичне поле, течія ідеальної рідини, пружні рухи твердого тіла, течія ґрунтових вод тощо) моделюються граничними задачами для рівняння Лапласа [1]. Методи теорії потенціалу є потужним інструментом розв'язання таких задач, особливо у випадку розімкнених граничних поверхонь або поверхонь складної форми [2]. Ці методи є зручним засобом розрахунку шуканого розв'язку граничної задачі у невеликих областях [3]. У низці випадків застосування методів теорії потенціалу призводить до необхідності розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма першого роду, наприклад, при використанні потенціалу простого шару для розв'язання задачі Діріхле у просторі функцій, нормальна похідна яких має стрибок при переході через граничну поверхню [4]. При розв'язанні задачі Неймана у просторі функцій, які мають стрибок при переході через границю області з використанням потенціалу подвійного шару ми також приходимо до інтегрального рівняння першого роду [5]. Використання суми потенціалів простого та подвійного шару для розв'язання двосторонніх задач Діріхле і Неймана [6] або двосторонньої змішаної задачі Діріхле-Неймана [7] у просторі функцій які, як і їхні нормальні похідні, мають стрибок при переході через граничну поверхню, також призводить до необхідності розв'язання інтегральних рівнянь першого роду. Чимало систем інтегральних рівнянь для потенціалів простого та подвійного шару, еквівалентних змішаним граничним задачам для рівняння Лапласа, також містять інтегральні рівняння першого роду [8].

Загалом дослідження збіжності проекційних методів зосереджені на розв'язанні інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду. Визначення умов коректної розв'язності інтегральних рівнянь першого роду, еквівалентних граничним задачам для рівняння Лапласа у гільбертових просторах [9-11], дозволяють використовувати для чисельного розв'язання таких рівнянь проекційні методи, уникаючи застосування ресурсовитратних регуляризаційних процедур [12]. Детальний огляд числових методів розв'язання інтегральних рівнянь можна знайти у [2, 13].

У [14, 15] було визначено умови збіжності низки проекційних методів розв'язання інтегрального рівняння Фредгольма першого роду для потенціалу простого шару, еквівалентного тривимірній задачі Діріхле для рівняння Лапласа, при апроксимації шуканої густини потенціалу повними системами ортонормованих функцій. Однак, якщо гранична поверхня має складну форму, використання цих апроксимацій викликає значні труднощі під час практичної реалізації числових методів. У цьому випадку для апроксимації шуканих густин потенціалів доцільно використовувати кінцеві елементи різних типів. Такі апроксимації дозволяють, окрім того, будувати ефективні алгоритми виділення особливостей у ядрах та шуканих густинах інтегральних рівнянь [16].

У роботі визначено умови та оцінки збіжності методів Гальоркіна та колокації розв'язання інтегрального рівняння Фредгольма першого роду для потенціалу простого шару у випадку замкненої граничної поверхні у тривимірному просторі. Для наближення невідомої густини потенціалу використовувались В-сплайни та лагранжеві

кінцеві елементи різних порядків на прямокутних сітках, побудованих у області визначення шуканої функції. Досліджено апроксимаційні властивості таких наближень. Отримані оцінки похибки наближеного розв'язку задачі Діріхле для рівняння Лапласа, еквівалентної інтегральному рівнянню для потенціалу простого шару. Запропонований підхід може бути використаний для визначення збіжності інших проекційних методів розв'язання інтегральних рівнянь теорії потенціалу, еквівалентних граничним задачам для рівнянь математичної фізики (найменших квадратів, найменшої нев'язки тощо) та інших типів кінцевих елементів різних порядків, побудованих як на прямокутних, так і на трикутних сітках у області визначення шуканої густини потенціалу.

1. *Hromadka II T. V.* The complex variable boundary elements method in engineering analysis / T. V. Hromadka II, C. Lay. – Springer-Verlag, Berlin, 1987. – 278p.
2. *Hsiao G. C.* Boundary integral equations / G. C. Hsiao, W. L. Wendland. – Springer, Berlin, 2008. – 486p.
3. *Il'in V. P.* About numerical solution of three dimensional problems of the potential theory / V. P. Il'in, A. D. Polishchuk // Variation-difference methods in the problems of numerical analysis. – 1987. – Vol. 3. – P. 28-44.
4. *Nedelec J. C.* Une methode variationnelle d'elements finis pour la resolution numerique d'un probleme exterieur dans R^3 / J. C. Nedelec, J. Planchard // R.A.I.R.O. – Vol. R3(7) . – 1973. – P. 105-129.
5. *Giroure J.* Formulation variationnelle par equations integrales de problemes aux limites exterieurs / J. Giroure // Rapport Interne du Centre de Mathematiques Appliquees de l'Ecole Polytechnique. – 1976. – N. 6.
6. *Polishchuk O. D.* Solution of bilateral Dirichlet and Neumann problems for the Laplacian in R^3 for tired surface by means of the potential theory methods / O. D. Polishchuk // Applied Problems of Mechanics and Mathematics. – 2004. – Vol. 2. – P. 80-87.
7. *Polishchuk O. D.* Solution of the double-sided Dirichlet-Neumann problem for the Laplacian in R^3 by means of the potential theory methods / O. D. Polishchuk // Mathematical Methods and Physicomechanical Fields. – 2004. – Vol. 48(1) . – P. 59-64.
8. *Baldino P. R.* An integral equation solution of the mixed problem for the Laplacian in R^3 / P. R. Baldino // Rapport Interne du Centre de Mathematiques Appliquees de l'Ecole Polytechnique. – 1979. – N. 48.
9. *Polishchuk A. D.* Construction of boundary operators for the Laplacian / A. D. Polishchuk // X-th International Seminar “Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory”. – 2005. – P. 137-142.
10. *Polishchuk A. D.* Construction of boundary operators for the Laplacian in the case of tired boundary surface / A. D. Polishchuk // XI-th International Seminar “Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory”. – 2006. – P. 153-160.
11. *Polishchuk A. D.* Solution of double-sided boundary value problems for the Laplacian in R^3 by means of potential theory methods/ A. D. Polishchuk // XIX-th International Seminar “Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory”. – 2014. – P. 140-142.
12. *Chen Z.* A fast multiscale Galerkin method for the first kind ill-posed integral equations via Tikhonov regularization / Z. Chen, S. Cheng, G. Nelakanti, H. Yang // International Journal of Computer Mathematics. – 2010. – Vol. 87(3). – P. 565-582.
13. *Kythe P.* Computational methods for linear integral equations / P. Kythe, P. Puri. – Springer Science & Business Media, New York, 2011. – 382p.
14. *Polishchuk A. D.* About numerical solution of potential theory integral equations / A. D. Polishchuk // Preprint of the Computer centre of Siberian Division of AS of the USSR. –1987. – N.743.
15. *Polishchuk A. D.* About convergence the methods of projections for solution potential theory integral equation / A. D. Polishchuk // Preprint of the Computer centre of Siberian Division of AS of the USSR. – 1988. – N. 776.
16. *Polishchuk O.* Numerical solution of boundary value problems for the Laplacian in R^3 in case of complex boundary surface / O. Polishchuk // Computational and Applied Mathematics Journal. – 2015. – Vol. 1(2) . – P. 29-35.

УДК 512.643.4

Прокіп В.М., к. ф.-м., старший науковий співробітник

(ІППММ НАН України, м.Львів, Україна, v.prokip@gmail.com)

ПРО СТРУКТУРУ РОЗВ'ЯЗКІВ МАТРИЧНОГО РІВНЯННЯ $AX - XB = C$

Нехай $R_{m,n}$ – множина $(m \times n)$ -матриць над областю головних ідеалів R з одиницею $e \neq 0$. Позначимо: $0_{m,n}$ – нульова $(m \times n)$ -матриця, I_n – одинична $(n \times n)$ -матриця, t – символ транспонування матриць.

Розглянемо матричне рівняння

$$AX - XB = C, \tag{1}$$

де $A \in R_{m,m}$, $B \in R_{n,n}$, $C \in R_{m,n}$ і X – невідома матриця із $R_{m,n}$. В даному повідомленні вказано умови розв'язності рівняння (1), описано структуру його розв'язків та наведено алгоритм їх побудови.

Покладемо: $M = A \otimes I_n - I_m \otimes B^t \in R_{mn, mn}$ – прямий добуток матриць A і B , $\bar{c} = [\bar{c}_1 \ \bar{c}_2 \ \dots \ \bar{c}_m]^t \in R_{mn,1}$, де $\bar{c}_j \in R_{1,n}$ – j -й рядок матриці C , $\bar{x} = [x_{11} \ \dots \ x_{1n} \ x_{21} \ \dots \ x_{2n} \ \dots \ x_{m1} \ \dots \ x_{mn}]^t$ – невідомий стовпчик із $R_{mn,1}$. Отже, розв'язність рівняння (1) рівносильна розв'язності системи рівнянь (див. [1], Глава 8)

$$M \bar{x} = \bar{c}. \tag{2}$$

Для матриці M існує матриця $W \in GL(mn, R)$ така, що

$$MW = H_M = \begin{bmatrix} 0_{k,1} & 0_{k, mn-1} \\ H_1 & 0_{m_1, mn-1} \\ H_2 & 0_{m_2, mn-2} \\ \dots & \dots \\ H_r & 0_{m_r, mn-r} \end{bmatrix}$$

– нижня блочно-трикутна матриця, де k – кількість перших нульових рядків матриці M . Матриці H_i визначені наступним чином:

$$H_1 = \begin{bmatrix} h_1 \\ * \end{bmatrix} \in R_{m_1,1}, \quad H_2 = \begin{bmatrix} h_{21} & h_2 \\ * & * \end{bmatrix} \in R_{m_2,2}, \quad H_r = \begin{bmatrix} h_{r,1} & \dots & h_{r,r-1} & h_r \\ * & * & * & * \end{bmatrix} \in R_{m_r,r}, \quad k + \sum_{i=1}^r m_i = mn.$$

Елементи h_i належать повній множині неасоційованих елементів області R для всіх $i = 1, 2, \dots, r$. В перших рядках $[h_{i1} \ \dots \ h_{i,i-1} \ h_i]$ матриць H_i , $i \geq 2$, елементи h_{ij} належать повній системі лишків за модулем елемента h_i для всіх $j = 1, 2, \dots, i-1$. Матриця H_M називається (правою) формою Ерміта матриці M і вона для M визначена одно-значно. Тепер форму Ерміта H_M матриці M запишемо у вигляді

$$H_M = [H(M) \ 0_{mn, mn-r}], \quad \text{де} \quad H(M) = \begin{bmatrix} 0_{k,1} & 0_{k,r-1} \\ H_1 & 0_{m_1,r-1} \\ \dots & \dots \\ H_{r-1} & 0_{m_{r-1},1} \\ H_r & \end{bmatrix} \in R_{mn,r}.$$

Відзначимо, що матриця $H(M)$ є основним носієм інформації про структуру розв'язків рівняння (1).

На підставі сказаного вище та Теорема 1 із [2] отримуємо критерій розв'язності матричного рівняння (1) над областю головних ідеалів.

Теорема. Матричне рівняння (1) розв'язне тоді і тільки тоді, коли форми Ерміта матриць $[M \ 0_{mn,1}]$ і $[M \ \bar{c}]$ збігаються.

Нехай рівняння (1) розв'язне. Нижче опишемо структуру його розв'язків. Враховуючи [2] отримуємо, що матриці $[H(M) \ 0_{mn,1}]$ і $[H(M) \ \bar{c}]$ правоеквівалентні тоді і тільки тоді, коли система рівнянь $H(M)\bar{y} = \bar{c}$ розв'язна (\bar{y} – невідомий стовпчик із $R_{r,1}$). Нехай $\bar{y}_0 \in R_{r,1}$ – розв'язок системи рівнянь $H(M)\bar{y} = \bar{c}$. Побудуємо стовпчик

$$\bar{x}_0 = W \begin{bmatrix} \bar{y}_0 \\ 0_{mn-r,1} \end{bmatrix} \in R_{mn,1}, \text{ який запишемо у вигляді } \bar{x}_0 = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_m \end{bmatrix}, \text{ де } \bar{x}_i \in R_{n,1}. \text{ Очевидно, що}$$

матриця $X_0 = [\bar{x}_1 \ \bar{x}_2 \ \dots \ \bar{x}_m]^t \in R_{m,n}$ визначена однозначно і вона є розв'язком рівняння (1). Якщо $r = mn$, то матриця X_0 є єдиним розв'язком рівняння (1).

Нехай $r < mn$. Тепер побудуємо стовпчик $\bar{z}_p = W \begin{bmatrix} 0_{r,1} \\ \bar{p} \end{bmatrix} \in R_{mn,1}$, (елементами

стовпчика $\bar{p} \in R_{mn-r,1}$ є параметри із області R), який запишемо у вигляді $\bar{z}_p = \begin{bmatrix} \bar{z}_1(p) \\ \bar{z}_2(p) \\ \vdots \\ \bar{z}_m(p) \end{bmatrix}$, де

$\bar{z}_i(p) \in R_{n,1}$. Легко перевірити, що матриця $Z_p = [\bar{z}_1(p) \ \bar{z}_2(p) \ \dots \ \bar{z}_m(p)]^t \in R_{m,n}$ є розв'язком однорідного матричного рівняння $AX - XB = 0_{m,n}$.

Отже, матриця $X_p = X_0 + Z_p \in R_{m,n}$ є загальним розв'язком матричного рівняння $AX - XB = C$. Очевидно, що пошук загального розв'язку рівняння (1) має алгоритмічний характер. Крім цього, на підставі наведених вище міркувань легко вказати умови подібності $(n \times n)$ -матриць A і B над областю головних ідеалів R . Зауважимо, що наведені в цьому повідомленні результати можуть бути узагальнені для матричного рівняння (1) над областями Безу.

1. Ланкастер П. Теория матриц. – М. Наука, 1978.
2. Прокіп В.М. Про розв'язність системи лінійних рівнянь над областю головних ідеалів // Укр. мат. журн. – 2014. – 66. – С. 566 – 570.

УДК 519.7

Семенов В.В., д.ф.-м.н., професор

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, м. Київ, Україна)

НОВІ ЕКСТРАГРАДІЄНТНІ МЕТОДИ ДЛЯ ВАРІАЦІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ ТА ОПЕРАТОРНИХ РІВНЯНЬ

У доповіді планується зробити огляд результатів робіт [1, 2], в яких запропоновано та обґрунтовано ряд нових алгоритмів з динамічним регулюванням величини кроку для

розв'язання варіаційних нерівностей та операторних вигляду:

$$\text{знайти } x \in C : (Ax, y - x) \geq 0 \quad \forall y \in C,$$

$$\text{знайти } x \in H : Ax = f, \quad x \in F(T), \quad (1)$$

де C – замкнена опукла підмножина гільбертового простору H ; $A: H \rightarrow H$ – монотонний, рівномірно неперервний на обмежених множинах оператор, що відображає обмежені множини у обмежені; $T: H \rightarrow H$ – квазінерозтягуючий оператор з множиною нерухомих точок $F(T) = \{x \in H : Tx = x\}$; $f \in H$.

Основна увага буде приділена техніці доведення збіжності алгоритмів та формулюванню нових питань. Зауважимо, що в більшості робіт, присвячених алгоритмам розв'язання варіаційних нерівностей, розглядаються саме ліпшицеві оператори.

Розглянемо тепер докладно операторне рівняння (1) з апіорною інформацією, яка задана у вигляді множини нерухомих точок відомого квазінерозтягуючого оператора T

Для розв'язання задачі (1) пропонується наступна модифікація, так званого, субградієнтного екстраградієнтного алгоритму з динамічним регулюванням величини кроку.

Алгоритм 1.

Ініціалізація. Задаємо числові параметри $\sigma > 0$, $\tau \in (0,1)$, $\theta \in (0,1)$, елемент $x_0 \in H$ і послідовність $(\delta_n) \subseteq [a,b] \subseteq (0,1)$.

Ітераційний крок. Для $x_n \in H$ обчислюємо

$$y_n = x_n - \lambda_n (Ax_n - f),$$

де λ_n отримуємо із умови

$$\begin{cases} j(n) = \min \{ j \geq 0 : \|A(x_n - \sigma\tau^j (Ax_n - f)) - Ax_n\| \leq \theta \|Ax_n\| \}, \\ \lambda_n = \sigma\tau^{j(n)}. \end{cases}$$

Обчислюємо

$$\begin{aligned} z_n &= x_n - \lambda_n (Ay_n - f), \\ x_{n+1} &= \delta_n x_n + (1 - \delta_n) Tz_n. \end{aligned}$$

Має місце

Теорема 1. Нехай оператор $A: H \rightarrow H$ – монотонний, рівномірно неперервний на обмежених множинах і такий, що відображає обмежені множини в обмежені. Нехай оператор $T: H \rightarrow H$ – квазінерозтягуючий, причому оператор $I - T$ демізамкнений в нулі. Припустимо, що $A^{-1}f \cap F(T) \neq \emptyset$ для $f \in H$. Тоді послідовності (x_n) , (y_n) і (z_n) , породжені алгоритмом 1, слабо збігаються до деякої точки $z \in A^{-1}f \cap F(T)$.

Сильно збіжні модифікації алгоритму 1 можна отримати за допомогою простої схеми Гальперна [3], яка по суті співпадає зі схемою ітеративної регуляризації [4], або за допомогою проекційної CQ -схеми Nakajo, Takahashi [5].

Дослідження виконано за фінансової підтримки МОН України (проект «Розробка алгоритмів моделювання та оптимізації динамічних систем для оборони, медицини та екології», 0116U004777).

1. Верлань Д.А. Сильно сходящийся модифицированный экстраградиентный метод для вариационных неравенств с нелипшицевыми операторами / Д.А. Верлань, В.В. Семенов, Л.М.

Чабак // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 4. – С. 37-50.

2. *Денисов С.В.* Сходимость модифицированного экстраградиентного метода для вариационных неравенств с нелипшицевыми операторами / С.В. Денисов, В.В. Семенов, Л.М. Чабак // Кибернетика и системный анализ. – 2015. – № 5. – С. 102-110.

3. *Halpern B.* Fixed points of nonexpanding maps / B. Halpern // Bull. Amer. Math. Soc. – 1967. – 73. – P. 957-961.

4. *Бакушинский А.Б.* Некорректные задачи. Численные методы и приложения / А.Б. Бакушинский, А.В. Гончарский. – Москва : Изд-во МГУ, 1989. – 200 с.

5. *Nakajo K.* Strong convergence theorems for nonexpansive mappings and nonexpansive semigroups / K. Nakajo, W. Takahashi // J. Math. Anal. Appl. – 2003. – 279. – P. 372-379.

УДК 519.21:519.61

Сеньо П. С., к. ф.-м. н., профессор, Стойко Т. І., аспірант

(Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна)

АНАЛОГИ МЕТОДІВ РУНГЕ-КУТТА РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ ЗВИЧАЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ЗАСНОВАНІ НА МАТЕМАТИЦІ ФУНКЦІОНАЛЬНИХ ІНТЕРВАЛІВ

Ідея побудови і дослідження алгоритмів методів Рунге-Кутта розв'язування задачі Коші

$$y' = f(x, y(x)), \quad (1)$$

$$y(x_0) = y_0, \quad (2)$$

на основі математики функціональних інтервалів запропонована у [1]. Вона використовує висновки теореми 1, доведеної у [1].

Теорема 1. Нехай функція $y(x)$ n раз неперервно диференційована у кожній точці x інтервалу $[a, b]$; функції $\underline{g}(x), \bar{g}(x)$ монотонні і такі, що на цьому інтервалі виконується подвійна нерівність

$$\underline{g}(x) \leq y^{(n)}(x) \leq \bar{g}(x); \quad (3)$$

$$y_a^{(i)} = y^{(i)}(a), y_b^{(i)} = y^{(i)}(b), i = \overline{1, n}. \quad (4)$$

Тоді у кожній точці $x \in [a, b]$ виконуються такі нерівності:

1) якщо на проміжку $[a, b]$ обидві функції $\underline{g}(x), \bar{g}(x)$ монотонно зростаючі, то

$$y_a + y'_a \cdot (x - a) + \frac{1}{2} \cdot y''_a \cdot (x - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \underline{g}(a)(x - a)^n \leq y(x) \leq \quad (5)$$

$$y_a + y'_a \cdot (x - a) + \frac{1}{2} \cdot y''_a \cdot (x - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \bar{g}(x)(x - a)^n,$$

$$y_b + y'_b \cdot (x - b) + \frac{1}{2} \cdot y''_b \cdot (x - b)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \bar{g}(x)(x - b)^n \leq y(x) \leq \quad (6)$$

$$y_b + y'_b \cdot (x - b) + \frac{1}{2} \cdot y''_b \cdot (x - b)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \underline{g}(b)(x - b)^n;$$

2) якщо на проміжку $[a, b]$ обидві функції $\underline{g}(x), \bar{g}(x)$ монотонно спадні, то

$$y_a + y'_a \cdot (x - a) + \frac{1}{2} \cdot y''_a \cdot (x - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \underline{g}(x)(x - a)^n \leq y(x) \leq \quad (7)$$

$$y_a + y'_a \cdot (x - a) + \frac{1}{2} \cdot y''_a \cdot (x - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \bar{g}(a)(x - a)^n,$$

$$y_b + y'_b \cdot (x - b) + \frac{1}{2} \cdot y''_b \cdot (x - b)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \bar{g}(b)(x - b)^n \leq y(x) \leq y_b + y'_b \cdot (x - b) + \frac{1}{2} \cdot y''_b \cdot (x - b)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \underline{g}(x)(x - b)^n; \quad (8)$$

3) якщо на проміжку $[a, b]$ функція $\bar{g}(x)$ монотонно зростаюча, а функція $\underline{g}(x)$ монотонно спадає, то

$$y_a + y'_a \cdot (x - a) + \frac{1}{2} \cdot y''_a \cdot (x - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \underline{g}(x)(x - a)^n \leq y(x) \leq y_a + y'_a \cdot (x - a) + \frac{1}{2} \cdot y''_a \cdot (x - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \bar{g}(x)(x - a)^n, \quad (9)$$

$$y_b + y'_b \cdot (x - b) + \frac{1}{2} \cdot y''_b \cdot (x - b)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \bar{g}(x)(x - b)^n \leq y(x) \leq y_b + y'_b \cdot (x - b) + \frac{1}{2} \cdot y''_b \cdot (x - b)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \underline{g}(x)(x - b)^n; \quad (10)$$

4) якщо на проміжку $[a, b]$ функція $\bar{g}(x)$ монотонно спадає, а функція $\underline{g}(x)$ монотонно зростаюча, то

$$y_a + y'_a \cdot (x - a) + \frac{1}{2} \cdot y''_a \cdot (x - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \underline{g}(a)(x - a)^n \leq y(x) \leq y_a + y'_a \cdot (x - a) + \frac{1}{2} \cdot y''_a \cdot (x - a)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \bar{g}(a)(x - a)^n, \quad (11)$$

$$y_b + y'_b \cdot (x - b) + \frac{1}{2} \cdot y''_b \cdot (x - b)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \bar{g}(b)(x - b)^n \leq y(x) \leq y_b + y'_b \cdot (x - b) + \frac{1}{2} \cdot y''_b \cdot (x - b)^2 + \dots + \frac{1}{n!} \cdot \underline{g}(b)(x - b)^n; \quad (12)$$

Теорема 2. Нехай функція $y(x)$ n раз неперервно диференційована у кожній точці x інтервалу $[a, b]$; функції $\underline{g}(x), \bar{g}(x)$ монотонні і такі, що на цьому інтервалі виконується подвійна нерівність

$$\underline{g}(x) \leq y^{(n)}(x) \leq \bar{g}(x); \quad (13)$$

$$y_a^{(i)} = y^{(i)}(a), y_b^{(i)} = y^{(i)}(b), i = \overline{1, n}. \quad (14)$$

Тоді задача Коші має розв'язок $y(x)$ і існує константа $c > 0$ така, що

$$\omega(y_n(x)) \leq \frac{c}{n!} h^{n+1}. \quad (15)$$

У [2] доведено, що ширина функціонального інтервалу, побудованого за допомогою модифікованого методу Мура на основі математики функціональних інтервалів задовольняє нерівність

$$\omega\left(Y\left(X, \underline{g}(x), \bar{g}(x)\right)\right) \leq clh^2((1+h)^{m-1} - 1)(1+h)^{m-1}, \quad (16)$$

де $\underline{g}(x), \bar{g}(x), c, l, h, m$ визначені у [2]. Так побудований функціональний інтервал є суттєво вужчий, ніж інтервальне розширення розв'язку задачі Коші, отримане за допомогою методу Мура.

У [3] доведено, що ширина функціонального інтервалу, побудованого за допомогою методу на підставі узгодження апроксимації функції та її похідної задовольняє нерівність

$$\omega(Y(X)) \leq \frac{1}{2} h^2 \frac{m(m+1)}{2} \left(\frac{1}{6} chm(m+1)(2m+1) + c'(m^2 + m - 2) \right), \quad (17)$$

c, c', h, m визначені у [3].

Отже, при $n \geq 2$ отримані двосторонні наближення розв'язку задачі за допомогою запропонованих таких модифікацій методів Рунге-Кутта мають значно меншу ширину,

ніж двосторонні наближення, отримані за допомогою методів з [2, 3].

1. Сеньо П. Двосторонні методи розв'язування задачі Коші на підставі математики функціональних інтервалів // Вісник Львівського університету. Серія прикладна математика та інформатика. Випуск 25, 2017.- С. 18-37
2. Senio P. S. Modification of Moore method based on mathematics of the functional intervals / P. S. Senio, T. I. Stoyko // Slovak international scientific journal. – 2017. - № 9. – P. 13-20
3. Senio P. S. The method of solving the Cauchy problem that is based on the adjustment the approximation of the function and it's derivative / P. S. Senio, T. I. Stoyko // East European science journal. – 2017. - № 9. – P. 65-72.

УДК 517.911.5

Скрипник Н.В., д.ф.-м.н., доцент

(Одеський національний університет імені І.І.Мечникова, м. Одеса, Україна)

**УСЕРЕДНЕННЯ ІМПУЛЬСНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ
ВКЛЮЧЕНЬ З НЕЧІТКОЮ ПРАВОЮ ЧАСТИНОЮ
У ТЕРМІНАХ R-РОЗВ'ЯЗКІВ**

У 1989 р. В.О.Байдосов та J.-P.Aubin ввели до розгляду поняття диференціального включення з нечіткою правою частиною. Питання існування множини розв'язків, її властивості розглядалися в роботах А.В.Плотнікова, S.Abbasbandy, T.Allahviranloo, P.Balasubramaniam, Y.Chalco-Cano, E.Hullermeier, V.Laksmikantham, O.Lopez-Pouso, K.K.Majumdar, R.N.Mohapatra, J.J.Nieto, J.Y.Park, D.O'Regan, H.Roman-Flores, A.A.Tolstonogov та ін. В роботах Т.О.Комлевої, А.В.Плотнікова, Л.І.Плотнікової доведено можливість застосування методу усереднення на скінченному проміжку для диференціальних включень з нечіткою правою частиною, що містять малий параметр, в термінах множин розв'язків (з переходом до окремих α -розв'язків при доведенні), а в [1-4] аналогічні результати отримані для імпульсних диференціальних включень з нечіткою правою частиною. В подальшому в роботах Т.О.Комлевої, А.В.Плотнікова введено поняття R -розв'язку диференціального включення з нечіткою правою частиною та обгрунтовано можливість застосування методу усереднення в термінах R -розв'язків (без переходу до α -розв'язків при доведенні). В доповіді ці результати перенесено на імпульсний випадок.

Введемо до розгляду нечіткий простір \mathbb{E}^n полунеперервних зверху за Бером, нормальних, нечітко опуклих відображень $u : \mathbb{R}^n \rightarrow [0,1]$ таких, що замикання множини $\{y \in \mathbb{R}^n : u(y) > 0\}$ компактно.

Означення. 1 α -зрізкою $[u]^\alpha$ нечіткої множини $u \in \mathbb{E}^n$ називається множина $\{y \in \mathbb{R}^n : u(y) \geq \alpha\}$ при $\alpha \in (0,1]$ та замикання множини $\{y \in \mathbb{R}^n : u(y) > 0\}$ при $\alpha = 0$.

Метрика в просторі \mathbb{E}^n визначається співвідношенням

$$D(u, v) = \sup_{\alpha \in [0,1]} h([u]^\alpha, [v]^\alpha),$$

де $h: \text{conv}(\mathbb{R}^n) \times \text{conv}(\mathbb{R}^n) \rightarrow \mathbb{R}_+$ – відстань за Хаусдорфом.

Розглянемо диференціальне включення з нечіткою правою частиною з імпульсами

$$\dot{x} \in \varepsilon X(t, x), t \neq t_j, x_0 \in X_0, \quad (3)$$

$$\Delta x|_{t=t_j} \in \varepsilon I_j(x), j = 1, 2, \dots, t_j < t_{j+1},$$

де $t \in \mathbb{R}_+$ – час, $x \in \mathbb{R}^n$ – фазова змінна, $\varepsilon > 0$ – малий параметр, $X: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{E}^n, I_j: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{E}^n$ – нечітке відображення, моменти t_j занумеровані множиною натуральних чисел у зростаючому порядку.

Означення. Нечітке відображення $R: I \times \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{E}^n, R(t_0) = X_0$, що задовольняє наступним вимогам:

1) на проміжках між моментами імпульсів полунеперервне зверху по t та

$$\lim_{\sigma \downarrow 0} \frac{1}{\sigma} \sup_{\alpha \in [0,1]} h \left([R(t+\sigma, \varepsilon)]^\alpha, \bigcup_{x \in [R(t, \varepsilon)]^\alpha} \left\{ x + \varepsilon \int_t^{t+\sigma} [X(s, x)]^\alpha ds \right\} \right) = 0;$$

2) неперервне зліва по t в точках імпульсу та $R(t_j + 0, \varepsilon) = \bigcup_{x \in R(t_j, \varepsilon)} \{x + \varepsilon I_j(x)\}$.

Поставимо у відповідність включенню (3) наступне частково усереднене диференціальне включення

$$\dot{\xi} \in \varepsilon \tilde{X}(t, \xi), t \neq s_j, \xi(0) \in X_0, \quad (4)$$

$$\Delta \xi|_{t=s_j} \in \varepsilon K_j(\xi), j = 1, 2, \dots, s_j < s_{j+1},$$

де нечіткі відображення $\tilde{X}: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{E}^n; K_j: \mathbb{R} \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{E}^n$ такі, що

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} D \left(\int_0^T X(t, x) dt + \sum_{0 \leq t_j \leq T} I_j(x), \int_0^T \tilde{X}(t, x) dt + \sum_{0 \leq s_j \leq T} K_j(x) \right) = 0, \quad (5)$$

моменти s_j занумеровані множиною натуральних чисел у зростаючому порядку.

Теорема. Нехай в області $Q = \{t \geq 0, x \in G \subset \mathbb{R}^n\}$ виконані наступні умови:

1) нечіткі відображення $X(t, x), \tilde{X}(t, x), I_j(x), K_j(x)$ неперервні, рівномірно обмежені сталою M , задовольняють по x умові Липшиця зі сталою λ , вогнутозначні по x ;

2) рівномірно відносно $x \in G$ існує границя (5) та

$$\overline{\lim}_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} i(t, t+T) = d < \infty, \quad \overline{\lim}_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} j(t, t+T) = d < \infty,$$

де $i(t, t+T)$ та $j(t, t+T)$ – кількість точок послідовностей t_j та s_j відповідно на проміжку $[t, t+T]$;

3) R – розв'язок включення (4) для всіх $X_0 \subset G' \subset G$ при $t \in [0, L^* \varepsilon^{-1}]$ належить разом з деяким ρ -околом області G .

Тоді для довільних $\eta > 0$ та $L \in (0, L^*]$ існує таке $\varepsilon_0(\eta, L) \in (0, \sigma]$, що при

$\varepsilon \in (0, \varepsilon_0]$ та $t \in [0, L\varepsilon^{-1}]$ справедлива наступна нерівність

$$D(R(t, \varepsilon), \tilde{R}(t, \varepsilon)) < \eta,$$

де $R(t, \varepsilon), \tilde{R}(t, \varepsilon) - R$ – розв'язки включень (3) та (4) відповідно, $R(0, \varepsilon) = \tilde{R}(0, \varepsilon)$.

1. Скрипник Н.В. Усреднение импульсных дифференциальных включений с нечеткой правой частью / Н.В. Скрипник // Укр. мат. журн. – 2014. – Т.66. – №11. – С. 1563 - 1577.

2. Скрипник Н.В. Схема частичного усреднения для импульсных дифференциальных включений с нечеткой правой частью / Н.В. Скрипник // Мат.студии. – 2015. – Т.43. – №2. – С. 129 - 139.

3. Skripnik N. Averaging of impulsive differential inclusions with fuzzy right-hand side when the average is absent / N. Skripnik // Asian-European J. Math. – Vol 12. – Nr 4. – 2015. – PP.1550086-1 - 1550086-12.

4. Skripnik N. Step scheme of averaging method for impulsive differential inclusions with fuzzy right-hand side / N. Skripnik // Contemporary Methods in Mathematical Physics and Gravitation. – Vol 1. – Nr 1. – 2015. – PP. 9 - 26.

УДК 519.62

Стеля О. Б., к.ф.-м.н, зав. лабораторії, Потапенко Л. І., к.т.н., мол. наук. співр.,
Сіренко І. П., пров. інженер

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка,
м. Київ, Україна)

ЕФЕКТИВНИЙ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИЙ МЕТОД РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ СТАЦІОНАРНОГО ГОРІННЯ ПОРОХУ

Стационарное горения пороха описується системою рівнянь:

$$D \frac{d^2 T}{dx^2} - V \frac{dT}{dx} = -f, \quad (1)$$

$$\frac{dy}{dx} = \Phi(T), \quad (2)$$

де T – температура, D – коефіцієнт теплопровідності, $V = uc\rho$, u – швидкість фронту горіння, c – теплоємність, ρ – густина, $f = Q\Phi(T)$, Q – тепловий ефект реакції, $\Phi(T) = k_0 \exp(-\frac{E}{RT})$, k_0 – передекспонентний множник, E – енергія активації, R – універсальна газова стала, y – масова концентрація пороху. Для рівняння (1) задаються відповідні крайові, а для рівняння (2) – початкова умова.

Для розв'язування крайової задачі для рівняння (1) використовується різницева схема, побудована на основі параболічного сплайна. Для використання різницевої схеми необхідно провести дискретизацію відрізка $(0, L)$. Для цього на ньому визначаються два розбиття Δ_x і Δ_τ :

$$\Delta_x : 0 = x_0 < x_1 < \dots < x_N = L, \quad \Delta_\tau : 0 = \tau_0 < \tau_1 < \dots < \tau_{N-1} = L \quad (3)$$

де $x_i < \tau < x_{i+1}$, $i = 1, N - 2$.

Тоді різницева схема записується у вигляді

$$\begin{aligned} \phi_{\tau_{i-1}} \left(\frac{D}{h^2} + \frac{V}{h^2} \mu \right) - \phi_{\tau_i} \left(\frac{2D}{h^2} - \frac{V}{h} \left(1 - \frac{2\mu}{h} \right) \right) + \phi_{\tau_{i+1}} \left(\frac{D}{h^2} - \frac{V}{h} \left(1 - \frac{\mu}{h} \right) \right) = \\ = - \frac{f_{x_{i+1}} + f_{x_i}}{2}, \quad i = \overline{1, N-2}. \end{aligned} \quad (4)$$

де ϕ_{τ_i} – сіткова функція, яка апроксимує розв’язок рівняння (1) у вузлах сітки Δ_τ .

Різницева схема є монотонною і існує її єдиний розв’язок. Це випливає з такої теореми.

Теорема. Нехай для розбиття (3) виконуються умови:

$$\begin{aligned} \tau_{i+1} = \tau_i + h, \quad i = \overline{0, N-2}, \quad h > 0, \quad N = L/h + 1, \\ x_1 = x_0 + h - \mu, \quad x_{i+1} = x_i + h, \quad i = \overline{1, N-2}, \quad x_N = x_{N-1} + \mu, \quad 0 < \mu < h. \end{aligned}$$

Тоді при $\mu > h - \frac{D}{|V|}$, якщо $V > 0$ і при $\mu < \frac{D}{|V|}$, якщо $V < 0$ для схеми (4)

виконується різницевий принцип максимуму.

Через те що права частина рівняння (1) містить шуканий розв’язок, система різницевих рівнянь буде нелінійною. Для її розв’язування комбінується метод Ньютона з методом послідовної верхньої релаксації. Для розв’язування задачі Коші для рівняння (2) використовується метод Кутта-Мерсона.

УДК 004.023, 539.18

Ткачук В.М., к.ф.-м.наук, доцент

(Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника,
м. Івано-Франківськ, Україна)

ОПТИМІЗАЦІЯ ФУНКЦІЙ НА ОСНОВІ КВАНТОВОГО ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ІЗ БАГАТОЗНАЧНОЮ КВАНТОВОЮ ЛОГІКОЮ

Типові підходи до побудови квантових генетичних алгоритмів ґрунтуються на використанні поняття кубіта – квантової системи із двома базовими станами [1-3]. Проте багатозначна квантова логіка із кількома, більше двох, основними станами, є більш перспективною з точки зору обчислювальної потужності. Кудіт фактично є квантовою одиницею інформації, яка може приймати будь-яке із n основних значень $\{0, 1, \dots, n-1\}$.

В загальному випадку стан кудіта задається лінійною комбінацією базових станів $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, \dots, |n-1\rangle$:

$$|q\rangle = \alpha_1 |0\rangle + \alpha_2 |1\rangle + \alpha_3 |2\rangle + \dots + \alpha_n |n-1\rangle \quad (1)$$

із умовою нормування:

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 + \dots + \alpha_n^2 = 1 \quad (2)$$

Квантова хромосома являє собою впорядкований набір із N кудітів. Її довжина визначається бажаною точністю пошуку розв’язку ε , областю пошуку $[x_{\min}, x_{\max}]$ та

кількістю базових станів квантової системи n :

$$N = \log_n \left(\frac{x_{\max} - x_{\min}}{\varepsilon} + 1 \right) \quad (3)$$

Наприклад, при $n = 2$ для пошуку розв'язку із точністю $\varepsilon = 10^{-6}$ та областю пошуку $[-1,1]$ $N = 21$ кубіт, а при $n = 4$ можна обмежитись $N = 11$ кудітів (див. рис.1). Слід відмітити, що одночасно зі зменшенням довжини хромосоми N за рахунок збільшення порядку квантової логіки n , росте загальний розмір матриці, необхідної для представлення особи.

Класична інформація про розв'язок задачі міститься в кінцевому векторі стану та може бути отримана як результат квантового вимірювання. Результатом вимірювання k -тої особи є її класичне представлення p_k .

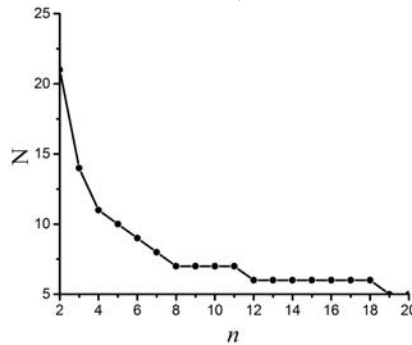


Рис.1. Залежність довжини квантової хромосоми N від порядку квантової логіки n

Вся інформація про алгоритм розв'язку задачі міститься в операторі квантового гейту. Його роботу можна розділити на два етапи. На першому відбувається збільшення амплітуди імовірності вибраного квантового стану m :

$$\alpha_k^m = \sqrt{[\alpha_k^m]^2 + \mu \left(1 - [\alpha_k^m]^2 \right)} \quad (4)$$

Така функціональна залежність забезпечує той факт, що амплітуда імовірності квантового стану α_k^m ніколи не може перевищити одиниці. Параметр μ визначає еволюцію квантової системи та є ключовим в роботі алгоритму. Його значення лежить в межах $[0,1]$ та може бути визначено емпірично.

На другому етапі необхідно «відрегулювати» інші амплітуди ймовірностей стану кудіта для збереження умови нормування (2).

Квантовий генетичний алгоритм на базі кудітів реалізовано на мові програмування C++, а тестування виконано на процесорі Intel Celeron CPU G1840 2.80GHz, 4.0 Гб оперативної пам'яті. При практичній реалізації використовувалися наступні, загальноприйняті параметри моделювання: розмір популяції $s = 10$; кількість ітерацій по часу $t = 500$; точність пошуку розв'язку $\varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$.

Запропонований алгоритм апробовано на прикладі розв'язку задачі оптимізації трід (trid) функції при $d = 6$:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_d) = \sum_{i=1}^d (x_i - 1)^2 - \sum_{i=2}^d x_i x_{i-1}, \quad -d^2 \leq x_i \leq d^2, \quad i = 1, 2, \dots, d$$

із глобальним мінімумом

$$F(x^*) = -d(d+4)(d-1)/6, \quad x^* = i(d+1-i), \quad i = 1, 2, \dots, d$$

Оцінка ефективності виконана за двома критеріями. По перше – це час його роботи $t_{сер}$. По друге – це ефективність роботи, критерієм якої є точність знайденого розв'язку $f_{сер}$. Зважаючи на імовірнісний характер роботи алгоритму виконано усереднення по 1000 його запусках. Результати моделювання приведені на Рис.2.

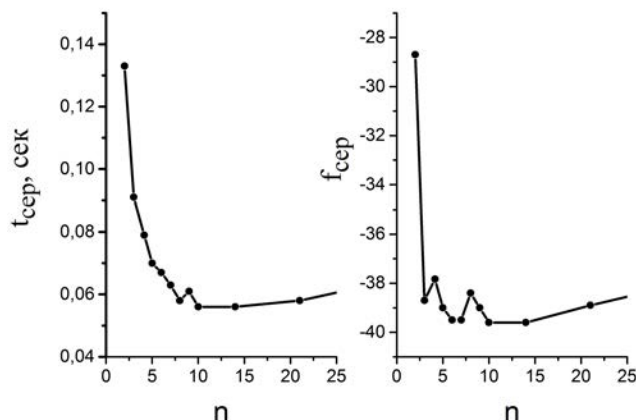


Рис.2. Середній час роботи алгоритму $t_{сер}$ та середня пристосованість найкращої особини популяції $f_{сер}$ в залежності від порядку квантової логіки n

Представлений перехід до багатозначної квантової логіки при реалізації квантового генетичного алгоритму дозволяє значно підвищити як його продуктивність, так і ефективність. Особливо перспективним такий підхід бачиться при розв'язку задач оптимізації функцій із багатьма змінними, що вимагає дослідження значних пошукових просторів.

1. *A. Narayanan* Quantum-inspired genetic algorithms / A. Narayanan, M. Moore // Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'96), Nagoya, Japan.- 1996.- PP.61–66.
2. *Wang H.* The improvement of quantum genetic algorithm and its application on function optimization/ H. Wang, J. Liu, J. Zhi, C. Fu // Mathematical Problems in Engineering.- Vol 2013.- 2013.- PP. 1-10.
3. *Ying Sun* Function Optimization Based on Quantum Genetic Algorithm / *Ying Sun, Hegen Xiong* // Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology.- Vol 7. – Nr 1. – 2014. – PP. 144-149.

Черний Д. И., к.ф.-м.н., доцент

(Киевский национальный университет имени Тараса Шевченко, г.Киев, Украина)

ОБ ОДНОМ ЧАСТНОМ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ НАВЬЕ-СТОКСА

Для вязкой несжимаемой жидкости, в предположении о консервативности поля внешних сил U уравнения Навье-Стокса могут быть записаны в виде:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \nabla U + \frac{\mu}{\rho} \Delta \vec{V} \quad (1)$$

$$\nabla \vec{V} = 0 \quad (2)$$

В докладе представлено, как при рассмотрении плоскопараллельных слоистых течений (параллельно плоскости OXY , ортогонально оси OZ , Рис.1). , в случае, когда вектор вихря параллелен плоскости OXY

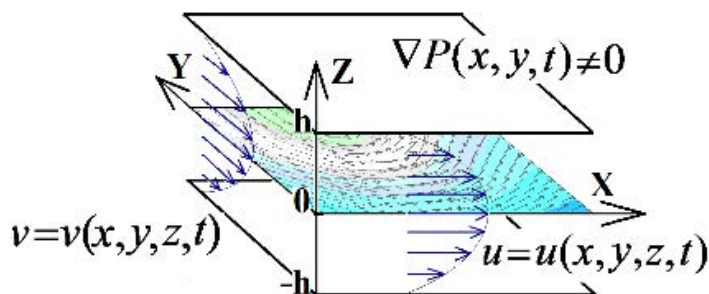


Рис.1. Схема течения

для уравнений (1),(2) получается интеграл движения в виде:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{1}{2} \left(\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} \right)^2 \right) + \frac{P}{\rho} + U - \frac{\mu}{\rho} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = f(z, t). \quad (3)$$

Здесь $f(z, t)$ должна быть определена для всех моментов времени t и для каждого слоя z , соответственно. При $\mu \rightarrow 0$ величиной $\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}$ можно пренебречь, что приводит к интегралу Коши-Лагранжа для плоского течения.

В докладе представлено, как при заменах, с разделением переменных выражение (3) позволяет сделать постановку нелинейной начально-краевой задачи для определения изменения структуры скоростей в слое в виде

$$R_t - \frac{\mu}{\rho} R_{zz} = -A(t) - RB(t) - R^2 C t \quad (3)$$

При начальных условиях $R(z, 0) = P_n(z) \quad (4)$

и краевых условиях вида $R(\pm 1, t) = 0 \quad (3)$

либо краевых условиях вида $R(0, t) = 1 \quad (4)$

$$R(-1, t) = 0 \quad (R(1, t) = 0) \quad (5)$$

Рассматриваются свойства решений при различных условиях и различных численных значениях параметров.

1. Ламб Г. Гидродинамика.- М.,Л.:ОГИЗ ГИТТЛ, 1947.-928 с.
2. Cherniy D., Dovgiy S., Meleshko V. The Vortex Model of a Viscid Wall's Layer // IUTAM Symposium on "Vortex Dynamics: Formations, Structure and Function", Abstract Book, March 10(Sun)-14(Thu), 2013, Centennial Hall, Kyushu University School of Medicine, Fukuoka, Japan, p.p. 126-127.
3. Hele-Shaw H.S. Investigation of the nature of surface resistance of water and of stream motion under certain experimental conditions. // Trans.Inst. Nav. Arch. XI
4. Черний Д.И. Математическая модель течения в мелководной акватории.// Вісник Харківського національного університету імені В.Н.Каразіна Серія «Мат. моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління», Вип. 29, Харків, 2016., С.78-86.

УДК 519.6

Шахно С.М., д.ф.-м.н., професор, Ярмола Г.П., к.ф.-м.н., доцент

(Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна)

**ЛОКАЛЬНА ЗБІЖНІСТЬ КОМБІНОВАНОГО МЕТОДУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ
НЕЛІНІЙНИХ ЗАДАЧ ПРО НАЙМЕНШІ КВАДРАТИ З
НЕДИФЕРЕНЦІЙОВНИМ ОПЕРАТОРОМ**

Нелінійні задачі про найменші квадрати виникають при розв'язуванні перевизначених систем рівнянь, при оцінюванні параметрів фізичних процесів за результатами вимірювань, при побудові нелінійних регресійних моделей, при оцінюванні параметрів і перевірці гіпотез в математичній статистиці, в керуванні різними об'єктами, процесами тощо. Для їх розв'язування найчастіше використовують методи Гаусса-Ньютона та Левенберга-Марквардта, які мають квадратичну збіжність у випадку нульового відхилення [2, 3]. Однак ці методи використовують похідні від функцій. Інколи похідну обчислити важко або неможливо. В цьому випадку застосовують методи без похідних [3].

Розглянемо нелінійну задачу про найменші квадрати:

$$\min_{x \in R^p} \frac{1}{2} (F(x) + G(x))^T (F(x) + G(x)) \quad (1)$$

де $F + G : R^p \rightarrow R^m$ ($m \geq p$) є нелінійною функцією, причому F – неперервно диференційовна функція, G – неперервна функція, диференційовності якої не вимагається.

Для розв'язування задачі (1) ми запропонували комбінований метод:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n - (A_n^T A_n)^{-1} A_n^T (F(x_n) + G(x_n)), \quad n = 0, 1, \dots, \\ A_n &= F'(x_n) + G(2x_n - x_{n-1}, x_{n-1}), \end{aligned} \quad (2)$$

де $F'(x_n)$ – яacobіан від $F(x)$; $G(2x_n - x_{n-1}, x_{n-1})$ – поділена різниця першого порядку функції $G(x)$ за точками $2x_n - x_{n-1}, x_{n-1}$; x_{-1}, x_0 – задані початкові наближення. Метод (2) є комбінацією методів Гаусса-Ньютона та Курчатова.

Аналіз локальної збіжності методу (2) проведено за ω -умов [1]. Припускається, що для $x, y, u, v \in D \subseteq R^p$ виконуються умови:

$$\|F'(x) - F'(y)\| \leq \omega_0(\|x - y\|), \quad (3)$$

$$\|G(x, y) - G(u, v)\| \leq \omega_1(\|x - u\|, \|y - v\|), \quad (4)$$

де ω_0 і ω_1 – невід'ємні неперервні та неспадні функції. Крім цього, існує неперервна неспадна функція $h : [0, 1] \rightarrow R_+$, така що $\omega_0(tz) \leq h(t)\omega_0(z)$, $t \in [0, 1]$, $z \in [0, +\infty)$ і

$$T = \int_0^1 h(t) dt.$$

Введемо деякі позначення: $\Omega(x^*, r) = \{x : \|x - x^*\| < r\}$;

$$\gamma(r) = B[\alpha + \omega_0(r) + \omega_1(3r + \delta, r)][T\omega_0(r) + \omega_1(2r, r)],$$

$$\tilde{\gamma}(r) = B[2\alpha + \omega_0(r) + \omega_1(3r + \delta, r)][\omega_0(r) + \omega_1(3r + \delta, r)].$$

Достатні умови локальної збіжності ітераційного процесу (2) у випадку нульового відхилення ($F(x^*) + G(x^*) = 0$) визначені в такій теоремі.

Теорема. Нехай функція $F + G : R^p \rightarrow R^m$ – неперервна в області $D \subseteq R^p$, причому F – неперервно диференційовна в цій області, G – неперервна функція. Припустимо, що: задача (1) має розв’язок x^* в області D ; $A_* = F'(x^*) + G(\tilde{x}, x^*)$, де $\|x^* - \tilde{x}\| = \delta > 0$, $\|A_*\| \leq \alpha$; існує обернений оператор $(A_*^T A_*)^{-1}$ і $\|(A_*^T A_*)^{-1}\| \leq B$; в області D похідна Фреше F' задовольняє умову (3) і функція G має поділені різниці першого порядку, які задовольняють умову (4); $\tilde{\gamma}(r_*) < 1$ і $\Omega(x^*, 3r_*) \subseteq D$, де r_* – найменший додатний корінь полінома $q(r)$, заданого рівністю $q(r) = \gamma(r) + \tilde{\gamma}(r) - 1$.

Тоді для $x_{-1}, x_0 \in \Omega(x^*, r_*)$ ітераційний процес (2) є коректно визначений, генерована ним послідовність $\{x_n\}$, $n = 0, 1, \dots$ міститься у відкритій кулі $\Omega(x^*, r_*)$ та збігається до розв’язку x^* .

На тестових задачах проведено чисельні експерименти, які підтверджують ефективність запропонованого комбінованого методу (2) у порівнянні з базовими методами.

1. *Hernández-Verón M.A.* On the local convergence of a Newton–Kurchatov-type method for non-differentiable operators / M.A. Hernández-Verón, M.J. Rubio // *Applied Mathematics and Computation*. – 2017. – Vol.304 – P. 1–9

2. *Дэннис Дж.* Численные методы безусловной оптимизации и решения нелинейных уравнений / Дж. Дэннис, Р. Шнабель. – М.: Мир, 1988. – 440 с.

3. *Шахно С.М.* Ітераційні методи для розв’язування нелінійних задач найменших квадратів / С.М. Шахно // *Журнал обчислювальної та прикладної математики*. – 2013.– № 1 (111). – С. 154-169.

УДК 519.681.5

Яджак М. С., д. ф.-м. н., зав. лабораторією

(Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, м. Львів, Україна)

РОЗРОБКА ПАРАЛЕЛЬНИХ АЛГОРИТМІВ РОЗВ’ЯЗАННЯ ПРОСТОРОВОЇ ЗАДАЧІ ЦИФРОВОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ НА КЛАСТЕРАХ

Під час дослідження складних систем зазвичай використовуються великі масиви вхідних даних [6] різних типів: числових, текстових, звукових, графічних (плоскі та просторові зображення), відеоданих тощо. Ці дані можуть бути неточними, пошкодженими або спотвореними. Тому перед використанням їх потрібно попередньо обробити в режимі реального часу. З цією метою було запропоновано [1, 4] оптимальні за швидкістю та використанням пам’яті паралельно-конвеєрні алгоритми розв’язання задач фільтрації різної вимірності на відповідних спеціалізованих обчислювальних засобах – квазісistolічних структурах [5]. Зараз актуальною є розробка ефективних паралельних алгоритмів цифрової фільтрації на сучасних доступних обчислювальних засобах – кластерах.

У цій роботі запропоновано та досліджено паралельні алгоритми з автономними гілками для розв'язання просторової задачі цифрової фільтрації (ЗЦФ).

Розглядувана нами просторова задача фільтрації полягає у виконанні C переобчислень згладжування значень N змінних $x_{i,j,k}$ ($i = \overline{1, l_1}$; $j = \overline{1, l_2}$; $k = \overline{1, l_3}$) через рухоме вікно розміром M [3]. Процедура згладжування може бути реалізована на підставі лінійного зваженого сумування або пошуку медіани в межах рухомого вікна. Для подальшого викладу скористаємось першим підходом. У цьому випадку розглянемо такий послідовний алгоритм розв'язання сформульованої задачі:

$$\begin{aligned}
 & \text{FOR } l=1, C \text{ DO} \\
 & \{ \text{FOR ALL } (i, j, k) \in \{(i', j', k') : 1 \leq i' \leq l_1; 1 \leq j' \leq l_2; 1 \leq k' \leq l_3\} \text{ DO} \\
 & \quad \{ p = 0 \\
 & \quad \text{FOR ALL } (s_1, s_2, s_3) \in \{(s_1', s_2', s_3') : -m_1 \leq s_1' \leq m_1; \\
 & \quad \quad -m_2 \leq s_2' \leq m_2; -m_3 \leq s_3' \leq m_3\} \text{ DO} \\
 & \quad \{ p = p + x_{i+s_1, j+s_2, k+s_3}^{(l-1)} * f_{s_1, s_2, s_3} \} \\
 & \quad \quad x_{i, j, k}^{(l)} = p \} \}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

У наведеному алгоритмі f_{s_1, s_2, s_3} ($s_1 = \overline{-m_1, m_1}$; $s_2 = \overline{-m_2, m_2}$; $s_3 = \overline{-m_3, m_3}$) – задані вагові коефіцієнти; $x_{i, j, k}^{(l)}$ – l -те переобчислення значення змінної $x_{i, j, k}$. Згідно з алгоритмом (1) для переобчислення на l -му кроці значень змінних використовуються виключно значення, переобчислені на $(l-1)$ -му кроці, при цьому $N = l_1 l_2 l_3$; $M = (2m_1 + 1) \times (2m_2 + 1)(2m_3 + 1)$. Крім цього, елементи масивів $x^{(l)}$ ($l = \overline{0, C-1}$), розташовані поза паралелепіпедом $[1, l_1] \times [1, l_2] \times [1, l_3]$, є заданими константами.

Використовуючи ідеї методу пірамід [2] для розпаралелювання циклів, із наведеного вище послідовного алгоритму одержуємо паралельний алгоритм з автономними гілками для розв'язання просторової ЗЦФ, який можна описати конструкцією:

$$\begin{aligned}
 & \text{FOR ALL } (k_1, k_2, k_3) \in \{(k_1', k_2', k_3') : 1 \leq k_1' \leq l_1; 1 \leq k_2' \leq l_2; \\
 & \quad \quad \quad 1 \leq k_3' \leq l_3\} \text{ DO PAR} \\
 & \{ \text{FOR } l=1, C \text{ DO} \\
 & \quad \{ \text{FOR ALL } (i, j, k) \in \{(i_1, i_2, i_3) : \max\{1, (l-C)m_t + k_t\} \leq i_t \leq \\
 & \quad \quad \quad \leq \min\{l_t, (C-l)m_t + k_t\}; 1 \leq t \leq 3\} \text{ DO} \\
 & \quad \quad \{ p = 0 \\
 & \quad \quad \text{FOR ALL } (s_1, s_2, s_3) \in \{(s_1', s_2', s_3') : -m_1 \leq s_1' \leq m_1; \\
 & \quad \quad \quad -m_2 \leq s_2' \leq m_2; -m_3 \leq s_3' \leq m_3\} \text{ DO} \\
 & \quad \quad \{ p = p + x_{i+s_1, j+s_2, k+s_3}^{(l-1)} * f_{s_1, s_2, s_3} \} \\
 & \quad \quad \quad x_{i, j, k}^{(l)} = p \} \} \}.
 \end{aligned} \tag{2}$$

У цьому алгоритмі типом паралельності PAR є $AUTON$ [2], що задає паралельне виконання N гілок, які не взаємодіють між собою. Кожна гілка тут складається з певної кількості ітерацій циклу. На кожній ітерації виконуються обчислення, задані в

наведених вище алгоритмах фільтрації фрагментом із чотирьох останніх операторів.

Встановлено справедливість наступного твердження.

Твердження. Алгоритми (1) та (2) є еквівалентними за інформаційним графом.

На підставі цього твердження одержано прискорення для паралельного алгоритму (2). Нехай t_{op} – це час виконання подвійної операції додавання-множення. Тоді для виконання алгоритмів (1), (2) потрібен відповідно такий час:

$$T_1 = t_{op}MNC;$$

$$T_N = t_{op}MC(1 + (2C(C-1)m_1m_2m_3 + (2/3)(2C-1)(m_2m_3 + m_1m_3 + m_1m_2) + m_1 + m_2 + m_3)(C-1)).$$

Використовуючи наведені оцінки для часу, одержуємо прискорення паралельного алгоритму:

$$S_N = \frac{T_1}{T_N} = N / (1 + (2C(C-1)m_1m_2m_3 + (2/3)(2C-1)(m_2m_3 + m_1m_3 + m_1m_2) + m_1 + m_2 + m_3)(C-1)).$$

Зазвичай на практиці $l_i \gg m_i, l_i \gg C \forall i: i = \overline{1,3}$, а також l_i відрізняється ($l_i > m_i C^3$) від $m_i C^3 \forall i: i = \overline{1,3}$ не менш, як на декілька порядків, тому прискорення S_N буде значним. У цьому легко переконатися, підставивши у формулу для S_N значення відповідних параметрів ЗЦФ.

Розроблений паралельний алгоритм зорієнтований для ефективною реалізації на обчислювальних кластерах, які зараз є доступними засобами виконання високопродуктивних обчислень.

У роботі також розглядаються деякі можливості покращення процесу згладжування та досліджуються алгоритми з обмеженим паралелізмом для розв'язання сформульованої ЗЦФ.

Одержані наукові результати можна використати для просторової фільтрації даних на підставі процедури адаптивного згладжування [4] під час дослідження складних динамічних систем з ієрархічно-мережевою структурою [6] у різних предметних областях.

1. Анисимов А. В. Построение оптимальных алгоритмов массовых вычислений в задачах цифровой фильтрации / А. В. Анисимов, М. С. Яджак // Кибернетика и системный анализ. – 2008. – № 4. – С. 3–14.
2. Вальковский В. А. Распараллеливание алгоритмов и программ. Структурный подход / В. А. Вальковский. – М.: Радио и связь, 1989. – 176 с.
3. Яджак М. С. Об оптимальном в одном классе алгоритме решения трёхмерной задачи цифровой фильтрации / М. С. Яджак // Проблемы управления и информатики. – 2000. – № 6. – С. 66–81.
4. Яджак М. С. Оптимальный алгоритм решения задачи цифровой фильтрации с использованием адаптивного сглаживания / М. С. Яджак, М. И. Тютюнник // Кибернетика и системный анализ. – 2013. – № 3. – С. 142–151.
5. Яджак М. С. Апаратні засоби реалізації паралельно-конвеєрних алгоритмів цифрової фільтрації з використанням адаптивного згладжування / М. С. Яджак, М. І. Тютюнник, Б. О. Бекас // Науковий вісник НЛТУ України. – 2014. – Вип. 24.6. – С. 335–344.
6. Polishchuk O. Big Data Processing in Complex Hierarchical Network Systems / O. Polishchuk, D. Polishchuk, M. Yadzhak, M. Tyutyunnyk // arXiv preprint arXiv: 1603.00633. – 2016. – 7 p.

УДК 519.6

¹Яйлимова Г.О., аспірантка, ¹Заславський В.А., д.т.н., професор, ²Хонжі Янг,
професор, PhD

(¹Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна, ²Bath
Spa University, Bath, UK)

МОЖЛИВОСТІ КРЕАТИВНИХ ОБЧИСЛЕНЬ ТА ЗАДАЧІ ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

У світі є багато ідей та гіпотез, що стосуються розвитку інновацій, створення нових продуктів та їх різноманітного використання. Креативні обчислення (creative computing) – це міждисциплінарна область досліджень, що з початку 1990 років розглядалась вченими в технологічному контексті. Сучасні креативні обчислення - це області знань, такі як: креативний дизайн, нові технічні рішення, креативний аналіз, креативна співпраця, електронне навчання та інше [1]. Основною метою креативних обчислень є пошук та формування встановлення нових думок, ідей шляхом використання та поєднання знань з різноманітних досліджень. Креативні обчислення, як новітній науковий напрям, є поєднанням три компоненти: обчислення, творчість та знання. Креативні обчислення можуть застосовуватись в багатьох областях, таких як моделювання динамічних процесів, програмування, безпека, оцінка ризиків, освіта, екологія та інші. Для створення креативних ідей пропонується також використовувати принцип різнотипності - цілеспрямоване застосування різних по своїй природі компонентів, що виконують однакові функції, і кожен з яких може використовуватись окремо. Проте їх одночасне сполучення та взаємодія виключає повторюваність відмов через спільні причини, що сприяє якісному та кращому вирішенню проблеми високонадійного довготривалого функціонування систем [2]. Цей принцип був покладений в основу створення та забезпечення довготривалих термінів активного існування космічних систем [3].

При дослідженні певного напрямку знань, бізнес процесів, математичних моделей, тощо, виникають нові невизначеності, проблеми та питання. Усі ці проблеми досліджуються спеціалістами, експертами на основі досвіду та знань з даної предметної галузі. Для збору інформації з досліджуваної проблематики використовується система моніторингу для забезпечення інформаційної підтримки та пошуку знань про предметну область і відповідні проблеми. У роботі [4] детально описана загальна схема дослідження задач, з використанням системних принципів. При дослідженні задач використовуються дані і знання, математичні моделі та алгоритми прийняття рішень.

Для прикладу застосування даного підходу пропонується система рівнянь для моделювання пучка “типу гаусівського випромінювання”, який розповсюджується в умовах теплового саморозігріву середовища та має вигляд [5]

$$2ik \left[\frac{\partial E}{\partial z} + \alpha \frac{\partial E}{\partial t} \right] = \frac{\partial^2 E}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E}{\partial y^2} + bE + v_0 E + v_1 E$$
$$\rho C_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (V \nabla) T \right] - k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) = \alpha E.$$

де E – комплексозначна функція енергії пучка, T – теплота, яка виділяється при його випромінюванні, k , ρ , C_p , α , β , v_0 , v_1 – фізичні коефіцієнти та параметри керування системою. Пропонується побудувати чисельний розв’язок задачі розповсюдження

енергетичного пучка на основі двокрокового симетризованого алгоритму [6]. Головна ідея цього алгоритму полягає у комбінованому поєднанні явних та неявних різницевих схем. Недоліками явних різницевих схем є умовна стійкість, що накладає жорстке обмеження на часовий крок, а неявних – необхідність розв’язувати на кожному кроці обчислення системи лінійних алгебраїчних рівнянь великої розмірності. При поєднанні явних та неявних схем розв’язок стає безумовним, а на кожному ітераційному кроці потрібно розв’язувати системи розмірністю лише 2×2 , що потребує набагато менше обчислювальних ресурсів.

Таким чином креативне поєднання різнотипних даних або підходів (у даному випадку – явні та неявні різницеві схеми) відкриває шлях для ефективнішого розв’язання важливих задач прикладної математики.

1. *Yang H. Creative Computing: An Approach to Knowledge Combination for Creativity? / H. Yang, D. Jing, L. Zhang // IEEE SOSE. – 2016. – pp. 407-414.*

2. *Заславський В.А. Принцип різнотипності та особливості дослідження складних систем з високою ціною відмови // Вісн. Київськ. ун-ту. Сер. фіз.-мат. науки. – 2006. – №1. – С. 136-147.*

3. *Афанасьев В.Г. Проектирование надежных спутников связи / В. Г. Афанасьев, В. И. Верхотуров, В. А. Заславский и др. / Под редакцией академика М. Ф. Решетнева. – Томск: МГП “РАСКО”, 1993. 221 с. (Библиотечка “Космическая связь”).*

4. *Yailymova H. Models and methods in creative computing: diversity and type-variety principle in development of innovation solutions / H. Yailymova, H. Yang, V. Zaslavskiy // The 3rd ISCC, (June 21-23, 2017, Exeter, England, UK). - vol. 2375-527X/17. - pp. 454-461, DOI 10.1109/ISPAN-FCST-ISCC.2017.81.*

5. *Воронцов М.А., Шмальгаузен В.И. Принципы адаптивной оптики. М. Наука 1985, 335 с.*

6. *Загородня (Яйлимова) Г.О. Застосування двокрокового симетризованого різницевого алгоритму до розв’язування систем початково-крайових задач переносу / Журнал обчислювальної прикладної математики. – 2016. – вип. 1, №121. – С. 48-54.*

Секція 3. КОМП'ЮТЕРНА ГІДРОДИНАМІКА

UDK 517.9

Sandrakov G.V., d.f-m.n., st.n.s.

(Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine)

HOMOGENIZATION OF SOME HYDRODYNAMICS PROBLEMS

Homogenization of some hydrodynamics problems with applications to turbulent regimes of flows in fluids will be discussed. The regimes are arisen usually under a small viscosity (or equivalently under a high Reynolds number) and are associated with rapidly oscillating fluid dynamics. Moreover, in numerical modeling it is known that rapidly oscillation effects arise under computer simulations of solutions of Stokes and Navier-Stokes equations with a vanishing viscosity. But reasons of the effects are not clear, since the effects may be turbulent regimes or the numerical simulations may be incorrect. Some theoretical results and estimates in the direction are presented here. The results and estimates are based on homogenization theory and are full for nonstationary linearized equations of hydrodynamics with periodic rapidly oscillating data and a vanishing viscosity. Some of the results hold for Stokes and Navier-Stokes equations.

Thus, initial boundary value problems for nonstationary linearized equations of hydrodynamics, Stokes and Navier-Stokes equations with the vanishing viscosity and periodic data rapidly oscillating with respect to the spatial variables, when the oscillations are zero in mean, will be considered. The problems are stated in bounded domains that are three-dimensional, for example. The period of data oscillations is specified by a positive small parameter and a viscosity coefficient in equations of the problems can be also considered as a positive parameter. We present results and estimates of solutions of the problems, which are dependent on some relations of certain powers of the parameters. In general case, the presented estimates for velocity fields are actual whenever the viscosity coefficient is not too small. If the condition is fulfilled, then the relevant solutions are small asymptotically in an energy norm and it characterizes a "smoothing" property for these solutions. In the case, when the viscosity coefficient is small, the suitable estimates are derived under assumption that nonlinearity in equations of the problems is "small" sufficiently. If the condition is fulfilled, then an asymptotics for velocity fields can contain rapidly oscillating terms for the solutions of Stokes and Navier-Stokes equations.

Thus, homogenized (limit) equations whose solutions determine approximations (leading terms of the asymptotics) of the solutions of the equations under consideration and estimate the accuracy of the approximations will be obtained. These approximations and estimates shed light on the following interesting property of the solutions of the equations. When the viscosity is not too small, the approximations contain no rapidly oscillating terms, and the equations under consideration asymptotically smooth the rapid oscillations of the data; thus, the homogenized equations are asymptotically parabolic. If the viscosity is very small, the approximations can contain rapidly oscillating terms with zero means, and the homogenized equations are asymptotically hyperbolic.

The homogenization of some cases of nonstationary linearized equations of hydrodynamics, Stokes and Navier--Stokes equations with periodic rapidly oscillating "forces" were considered in [1, 2]. In particular, the presented results and estimates are applicable to some Kolmogorov flows in classification of [3]. Asymptotic and

homogenization methods of [4-6] and general methods of [7, 8] are used to prove of the results and estimates.

1. *Sandrakov G.V.* The influence of viscosity on oscillations in some linearized problems of hydrodynamics / G.V. Sandrakov // *Izvestiya: Math.* – Vol. 71. – 2007 – P. 97-148.
2. *Sandrakov G.V.* On some properties of solutions of Navier-Stokes equations with oscillating data / G.V. Sandrakov // *J. Math. Sciences.* – Vol. 143. – 2007 – P. 3377-3385.
3. *Obuhov A.M.* Kolmogorov flows and laboratory modeling of them / A.M.Obuhov// *Russian Math. Surveys.* – Vol. 38. – 1983. – P. 101- 111.
4. *Sandrakov G.V.* Homogenization of non-stationary Stokes equations with viscosity in a perforated domain / G.V. Sandrakov // *Izvestiya: Math.* – Vol. 61. – 1997 – P. 113-140.
5. *Sandrakov G.V.* Homogenization of parabolic equations with contrasting coefficients / G.V. Sandrakov // *Izvestiya: Math.* – Vol. 63. – 1999 – P. 179-224.
6. *Sandrakov G.V.* The influence of viscosity on oscillatory phenomena in linearized hydrodynamics / G.V. Sandrakov // *Doklady Math.* – Vol. 66. – 2002 – P. 593-596.
7. *Ladyzhenskaya O.A.* Mathematical problems in the dynamics of a viscous incompressible fluid / O.A. Ladyzhenskaya // Gordon and Breach, New York 1969.
8. *Temam R.* Navier-Stokes equations / R. Temam // North-Holland, Amsterdam 1979.

УДК 519.876.5:517.958:532

Венгерський П.С., Коковська Я.В.

(Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна)

ЄДИНИЙ ПІДХІД КІНЕМАТИЧНОЇ ХВИЛІ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ РУХУ ВСІХ ПОТОКІВ ВОДИ НА ВИБРАНІЙ ТЕРИТОРІЇ

1. Вступ.

Важливе значення руху води серед гідрологічних моделей відіграють моделі схилового та руслового стоків. Серед цих моделей часто застосовуються такі, в яких переміщення водних мас відбувається в умовах рівноваги сил опору та сил тяжіння. Такий рух має вигляд хвиль, які виникають внаслідок зміни в часі складових водного балансу і тому Лайтхілл та Уїзем [2] назвали їх кінематичними хвилями. На відміну від динамічних хвиль, які можуть поширюватися як вниз, так і вгору за течією, кінематичні хвилі поширюються тільки вниз за течією. Динамічні хвилі на природніх водозборах та на річких схилах розповсюджуються з набагато більшою швидкістю ніж кінематичні і тому швидко зникають. В результаті чого, більша частина річкових хвиль рухається зі швидкістю близькою до швидкості кінематичної хвилі.

2. Система рівнянь, що описують рух рідини в кінематичному наближенні.

Кінематичні рівняння отримуються з рівнянь руху мілкої води [1,2] у гідродинамічному наближенні, вони мають наступний вигляд [3]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \xi}{\partial t} + \sum_{j=1}^2 \left(\frac{\partial q_j}{\partial x_j} - \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial^2 \xi}{\partial x_j^2} \right) = f, \\ q(\xi) := \frac{1}{h} \left\{ \frac{\nabla z}{|\nabla z|^2} \xi^m \right\} \xi = -\nu(\xi) \xi \text{ в } \Omega \times (0, T], \end{cases} \quad (1)$$

де $\xi = \xi(x_1, x_2, t)$ - глибина потоку, $q = \{q_i(\xi)\}_{i=1}^2$ - розходи води на одиницю ширини потоку, $z = z(x_1, x_2)$ - функція, що описує рельєф земної поверхні території, проекція якої на площину Ox_1x_2 визначає область Ω , Re – число Рейнольдса ∇ - оператор градієнту $\nabla := \left\{ \frac{\partial}{\partial x_i} \right\}_{i=1}^2$, $m = const$ – часто в літературі вибирається з дослідних експериментів, в багатьох публікаціях[2,3] вибирають $m=1/2$.

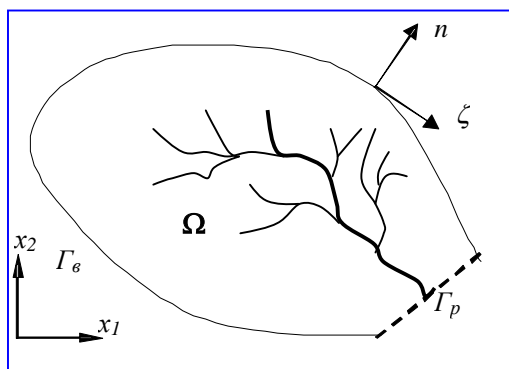


Рис. 1. Проекція силового стоку води на горизонтальну площину.

Доповнимо систему рівнянь (5) наступними крайовими

$$\begin{cases} \left(-\frac{1}{Re} \frac{\partial \xi}{\partial n} + q \cdot n \right) \Big|_{\Gamma_e} = 0, \\ \left(-\frac{1}{Re} \frac{\partial \xi}{\partial n} + q \cdot n \right) \Big|_{\Gamma_p} = \hat{q}, \end{cases} \quad (2)$$

та початковою умовами

$$\xi \Big|_{t=0} = \xi_0, \quad (3)$$

Отже, ми отримали математичну модель стоку мілкої води в кінематичному наближенні, яка описується початково-крайовою задачею (1) - (3).

3. Приклади застосування.

Розв'яжемо задачу схилового стоку води з поверхні зображеної на рис. 2[3], де x, y змінюються від 0 до 2.

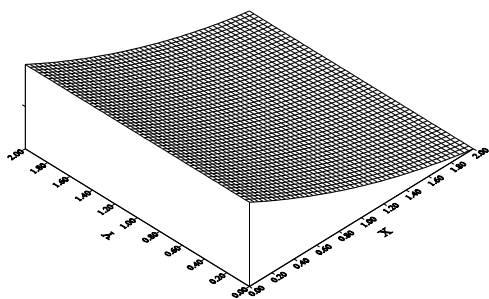


Рис. 2. Рельєф поверхні $\eta(x, y)$.

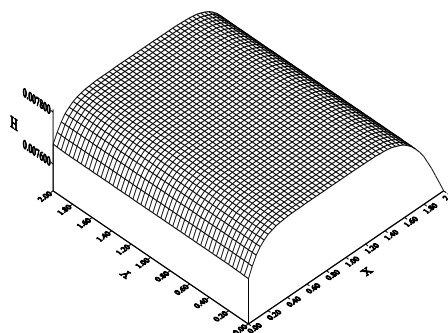


Рис. 3. Глибина стоку H в момент часу $T=2.667$.

В початковий момент часу вважаємо, що $h^0=0$. На межі русла Γ_p ($x=2, 0 \leq y \leq 2$) задамо витік $\hat{q} = 0.0001$, на решта межі витіку немає. Припускаємо, що дощовий притік є

тільки на протязі $tt=80$ кроків по часу $R=0.01$, інфільтрація води в ґрунт $I=0$, коефіцієнт Шезі $C=1$, число Рейнольдса $Re=20$, параметр $\lambda = 0.5$, степінь $m=2$, кількість точок розбиття області 30×30 .

На рис. 3 зображені результати обчисленої глибини в момент часу $T=2.667$ (кількість кроків по часу $tt=80$). До цього моменту часу дощовий притік був постійний. З результатів видно, що максимальне значення глибини $H=0.0078$. Оскільки дощовий притік більший ніж витік, вода не встигає повністю витікати і назбирується на даній поверхні.

Для реалізації побудованих моделей розроблене прикладне програмне забезпечення, яке дозволяє алгоритми побудованих проєкційних схем використати для реальних територій. Формування даних задачі і візуалізація розв'язку задачі здійснювалися за допомогою технологій, які б дали змогу використовувати Web-застосування на базі ArcGIS Server'a, де на окремому шарі надаються можливості моделювання та розв'язування прикладних задач, а саме, моделювання потоків води у річках вибраного водозбору.

1. Кучмент Л.С., Формирование речного стока: Физ.-мат. модели . /В.Н Демидов., Ю.Г. Мотовилов, Л.С. Кучмент.– М.: Наука, 1983. – 216 с.
2. Lighthill M. J. On kinematic waves / M. J. Lighthill, C. M. Whitham // Flood movement in long rivers. – 1955. – Ser. A, No. 229 – PP.281-316.
3. Венгерський П.С. Рівняння поверхневого потоку в наближенні кінематичної хвилі для русел з нерівномірним дном / П.С. Венгерський В.М.Кирилич, Я.В. Коковська// Прикладні проблеми механіки і математики. – 2016. – Вип. 14. – С. 31–36.

УДК 532.51

Гуржий А.А.*, д.ф.-м.н., с.н.с, **Кордас О.И.****, PhD, профессор,
Никифорович Е.И.***, член-кор. НАН України,
Д.И.Черний****, к.ф.-м.н., доцент

(**Национальный технический университет Украины “КПИ им. Игоря Сикорского”*,
Киев, Украина,

** *Королевский технологический институт, Стокгольм, Швеция*,

*** *Институт гидромеханики НАН Украины, Киев, Украина*,

**** *Киевский национальный университет им. Тараса Шевченко, Киев, Украина*)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА РАСПРОСТРАНЕНИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО ЗАГРЯЗНЕНИЯ В ДЕЛЬТАХ РЕЧНЫХ СИСТЕМ

Одной из важных задач экологической безопасности государства является поддержание экологической системы в условиях нарастающей опасности техногенных катастроф на транспорте. Для этого во многих передовых странах Европы, Северной Америки и Юго-Восточной Азии сегодня сформированы центры мониторинга и контроля экологической обстановки на море, в задачу которых входят выработка решений по локализации и действий по ликвидации последствий аварий в шельфовой зоне морей, в зоне экономических интересов государств [1].

Целью настоящих исследований является формирование математической модели процесса переноса выделенной жидкости поверхностными течениями в дельтах речных

систем с учетом влияния силы и направления ветра, выявление основных закономерностей процесса адвекции жидкости во внутренних течениях со сложной геометрией ограничивающих поверхностей.

Анализ масштабов физических эффектов, связанных с процессами переноса загрязнения, показывает, что наиболее важными являются конвективный перенос, вызванный движением сплошной среды, и диффузионный перенос, связанный с молекулярным движением [2]. На начальных стадиях распространения загрязнения определяющую роль играют конвективные потоки, диффузионными эффектами при составлении краткосрочных прогнозов можно пренебречь. Фактически, проблема переноса загрязнения сводится к анализу движения выделенных жидких частиц в рассматриваемом течении. В современной литературе эту задачу получила название *задача адвекции* [3].

Условие равенства скорости движения отдельной жидкой частицы и скорости течения \mathbf{U} в точке, в которой она расположена, приводит к уравнению адвекции (задача Коши) [2].

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{U}(\mathbf{x}, t), \mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0. \quad (1)$$

Для решения гидродинамической задачи в работе применялся метод дискретных особенностей, адаптированный к задачам переноса поверхностными течениями [4]. Основная идея метода заключается в использовании аналогии между потенциальными и циркуляционными течениями. В этом случае можно искусственно зафиксировать одну из линий тока течения, пространственное положение которой будет совпадать с геометрией границы течения. Для реализации этой идеи в методе дискретных особенностей используется N система точек коллокаций, которые располагаются на береговой линии, и система N фиксированных в пространстве точечных вихрей неизвестной интенсивности.

Функция тока, наведенная системой точечных вихрей с интенсивностями Γ_i , расположенными в точках (x_i, y_i) , определяется выражением [4]

$$\Psi(x, y, t) = -\frac{1}{4\pi} \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \ln[(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2]. \quad (2)$$

Накладывая условие равенства значений функции тока в точках коллокации на каждой береговой линии в рассматриваемом течении, получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных интенсивностей Γ_i фиксированных точечных вихрей. Последующая процедура дифференцирования (1) по пространственным координатам позволяет определить двухмерное поле скорости течения

$$U(x, y, t) = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, V(x, y, t) = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}. \quad (3)$$

Математическая модель допускает учесть влияние ветра на процессы распространения выделенной пассивной жидкости (загрязнения) в рассматриваемом течении. Для этого в динамическую систему вводится система вихревых зон, расположенная над расчетной поверхностью.

В докладе обсуждается иллюстрационный пример эволюции поверхностного загрязнения в Днепровско-Бугском лимане, сформированным в низовье р.Днепр и р.Южный Буг. Показано, что действие ветра приводит к значительным изменениям в движении выделенной жидкости. В частности, образование циркуляционных зон течения приводит к заметному замедлению скорости движения загрязнения и его смещению в поперечном направлении по отношению к основному потоку.

Установлено, что сложная геометрия Днепровско-Бугского лимана и умеренный

ветер различного направления существенно меняют распределение поля функции тока по сравнению с течением при отсутствии ветра. Течение в лимане обладает сепаратрисой, которая разделяет движение под р.Днепр и р.Южный Буг. Положение сепаратрисы в значительной степени зависит от направления ветра. Для западного ветра она может заходить даже в устье р.Южный Буг, а для северного ветра сепаратриса приближается к устью р.Днепр. Установлено, что сложная геометрия прохода вод лимана в Черное море около Кинбурнской косы (полуостров Крым) и действие ветра способствуют формированию циркуляционных зон. При северном ветре она образуется на восточном побережье Кинбурнской косы, а при южном ветре циркуляционная зона образуется около береговой линии континентальной Украины.

Изменение структуры поля функции тока поверхностного течения Днепровско-Бугского лимана под действием ветра приводит к заметным изменениям в смещении загрязнения для рассматриваемого течения по сравнению со случаем отсутствия ветра. В стационарной задаче (штилевая погода) поверхностное загрязнение движется вдоль линий тока равного значения. В нестационарной задаче (ветреная погода), связанной с изменением направления и скорости ветра, распространение пятна становится сложным. Часть загрязнения может существенно снизить собственную скорость, попав в область с циркуляционным движением. Это, в свою очередь, приводит к тому, что часть загрязнения достигает побережья лимана. Смена направления ветра может привести к заметному смещению выделенной жидкости в поперечном направлении лимана. Другими словами, действие ветра существенно увеличивает площадь загрязнения акватории Днепровско-Бугского лимана.

1. *Castanedo S.* Oil spill vulnerability assessment integrating physical, biological and socio-economical aspects: Application to the Cantabrian coast (Bay of Biscay, Spain) / *S.Castanedo, J.A.Juanes, R.Medina, et al.* // *J. Envir. Manag.* – Vol.91, N1. – 2009. – p.149-159.

2. *Ландау Л.Д.* Теоретическая физика. Т.6. Гидродинамика / *Л.Д.Ландау, Е.М.Лифшиц* // М.: Наука, 1986. – 736с.

3. *Ottino J.M.* The Kinematics of Mixing: Stretching, Chaos and Transport / *J.M.Ottino* // Cambridge: Cambridge University Press, 1989. – 364p

4. *Гуржий А.А.* Адаптированный метод дискретных особенностей к задаче адвекции пассивной примеси морскими течениями / *А.А.Гуржий, Д.И.Черний* // Прикладная гидромеханика. – Т.11, N.2. – 2009. – с.30-39.

5. *Kordas O.* A study on mathematical short-term modelling of environmental pollutant transport by sea currents: The Lagrangian approach / *O.Kordas, A.Gourjii, E.Nikiforovich, D.Cherniy* // *J. Envir. Acc. Manag.* – Vol.5, N.2. – 2017. – p.87-104.

УДК 681.2.083

Древецкий В. В., д.т.н., профессор, Муран Р. О., аспирант

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ НАВКОЛО ТІЛА ОБТІКАННЯ У СЕРЕДОВИЩІ SOLIDWORKS

Дослідження гідродинамічних процесів навколо тіл обтікання є важливим науково-технічним завданням, зокрема для дослідження стійкості мостових опор та

процесів розмиву. Тіла обтікання занурені у потік, змінюють напрям руху частинок, спричиняють появу зон турбулентності та перепадів рівня попереду та позаду перешкоди. У гідротехнічному будівництві прийнято мінімізувати вплив потоку на перешкоди для збільшення їх стійкості та довговічності, проте для використання розробленого гідродинамічно-оптичного методу [1] необхідна така форма перешкоди, що збільшить розміри зон турбулентності та збурення попереду перешкоди.

До найпоширеніших методів вимірювання витрати у відкритих потоках відносяться методи, що ґрунтуються на використанні вимірювальних лотків та водозливів та методи «швидкість – площа», які в першу чергу визначають швидкість руху потоку за допомогою поплавків, гідрометричних млиноків або трубок. Основним недоліком використання вимірювальних лотків та водозливів є необхідність значної попередньої підготовки русла. Недоліком використання поплавків, гідрометричних млиноків та трубок є необхідність людської участі у вимірюваннях та частого обслуговування, що виключає можливість автоматичного та безперервного контролю вимірювальних параметрів.

Розроблений метод передбачає використання напівзануреної штучної перешкоди, встановленої у потоці. Для вимірювання витрати у відкритих руслах доцільним є визначення гідродинамічних параметрів потоку не лише з поверхні поділу фаз, що виявляються у оптично видимих хвилях та зонах турбулентності а й у товщі вимірювального середовища. Розглянемо існуючі аналітичні залежності для розрахунку швидкості на вертикалі з використанням п'яти та двох та однієї точок [2]:

$$V_5 = 0.05V_{\text{пов}} + 0.347(V_{0.2} + V_{0.6}) + 0.173V_{0.8} + 0.083V_{\text{дна}}$$

$$V_2 = 0.347(V_{0.2} + V_{0.6})$$

$$V_1 = V_{0.6}$$

Наведені коефіцієнти вказують на розподіл швидкості по вертикалі профілю потоку. При спрощеному методі вимірювання достатньо лише однієї точки у товщі потоку, оскільки середня швидкість знаходиться приблизно на глибині $0.6h$ від поверхні. Проте наведені аналітичні методи розраховані на вимірювання за відсутності перешкод. Для виявлення впливу встановленої перешкоди на гідродинамічні процеси у товщі потоку було проведено моделювання у середовищі Solidworks 2018. Результати моделювання наведені на рис.1.

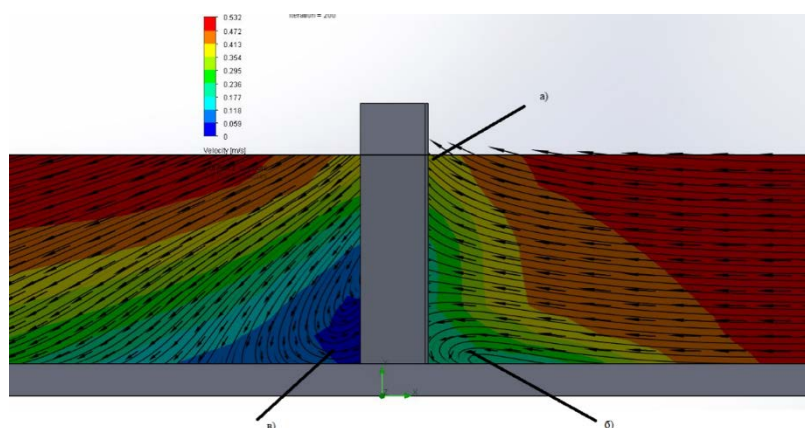


Рис 1. Візуалізація результатів моделювання. а) зона набігаючої хвилі.б) зона турбулентності попереду перешкоди. в) зона турбулентності позаду перешкоди.

З результатів моделювання можна зробити висновок, що попереду перешкоди потік розділяється на дві частини – низхідну та висхідну(набігаюча хвиля), що

приводить до зміни епюри швидкості по вертикалі та зміщення точки середньої швидкості у напрямку поверхні. За результатами моделювання отримано, що точка, на основі якої можна оцінити витрату у відкритому руслі знаходиться на глибині $0.3h$ від поверхні потоку.

$$V_B = 0.7(V_{\text{пов}} + V_{0.3})$$

Результати моделювання показують можливість визначення швидкості потоку води у відкритих руслах за гідродинамічними збуреннями попереду штучної перешкоди.

1. Древецький В. В., Муран Р. О. Гідродинамічні процеси навколо тіл обтікання у відкритих потоках / В. В. Древецький., Р. О. Муран // Вісник інженерної академії України. – 2017. - №3. - С. 74-79.
2. Будз О. П. Гідрологія: інтерактивний комплекс навчально-методичного забезпечення // О. П. Будз – Рівне: НУВГП, 2008. С. 96-97.

УДК 532.5

**Пилипенко О.І., аспірант, Бойко О.В., к.т.н., науковий співробітник,
Железняк М.Й., к.ф.-м.н., провідний науковий співробітник, Ківва С.Л., к.ф.-м.н,
провідний науковий співробітник**

(Інститут проблем математичних машин і систем, м. Київ, Україна.)

ОБ'ЄДНАННЯ МОДЕЛЕЙ ГІДРОЛОГІЧНИХ І ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В СИСТЕМІ КОМП'ЮТЕРНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ ДОЩОВИХ ПОВЕНЕЙ В БАСЕЙНАХ РІЧОК ПРУТ І СІРЕТ

В рамках проекту Європейської Комісії “EAST-AVERT” з метою зменшення наслідків катастрофічних повеней в басейнах річок Прут та Сірет було розроблені та впроваджені нові програмні комплекси оперативного прогнозування повеней в українських верхніх частинах басейнів названих річок, а також в Румунії. Обчислювальним ядром української прогностичної системи є програмний комплекс, що поєднує обчислювальну розподілену гідрологічну модель формування дощового стоку на водозборі та одновимірну модель річкової гідродинаміки.

Двовимірна розподілена модель “опаді-стік” ТОРКАРІ-У використовує паралельний алгоритм розрахунку двовимірних потоків поверхневого та підповерхневого стоку на водозборі шляхом розв'язку одновимірних рівнянь наближення кінематичної хвилі на лінійних деревовидних структурах, які будуються з урахуванням локальних нахилів поверхні водозбору, отриманих з цифрових карт місцевості [1]. В комірках розрахункової сітки моделі також використовується інша ГІС інформація – цифрові карти землекористування, типів ґрунтів та рослинного покриву. Розроблена модель ТОРКАРІ-У є подальшим розвитком європейської моделі ТОРКАРІ [2], однієї з найбільш поширених розподілених моделей, і першим впровадженням розподілених моделей в практику оперативного прогнозування в Україні. На основі чисельних прогнозів полів опадів регіональною метеорологічною моделлю ТОРКАРІ-У розраховує прогностичний боковий приплив русел до головних русел Прута та Сірету.

Швидкості течії та рівні вільної поверхні середніх за перерізом русла річок

розраховується методами скінчених різниць одновимірною гідродинамічною моделлю RIVTOX. Для задач стабільного прогнозування гідродинаміки гірських річок версія моделі RIVTOX, заснована на чисельному розв'язанні рівнянь Сен-Венан [3], була доповнена модулем кінцево-різницевого розв'язання спрощеної версії рівнянь Сен-Венану в наближенні « дифузійної хвилі»:

$$\frac{\partial A(y)}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q, \quad u = \frac{Q}{A} = K(A) \frac{\frac{\partial y}{\partial x}}{\sqrt{\frac{\partial y}{\partial x}}},$$

тут A – гідродинамічний переріз, Q – витрати води, u – швидкість руху води, q – величина бокової приточності, y – рівень вільної поверхні у руслі, K – витратна характеристика русла. Для розв'язання даної гіперболічної системи рівнянь була використана наступна неявна скінченно-різницева схема першого порядку:

$$\frac{A_{i,j+1} - A_{i,j}}{\Delta t} - \frac{u_{i-1,i}(\theta_{i-1,i}A_{i-1,j+1} + (1-\theta_{i-1,i})A_{i,j+1})}{\Delta x} +$$

$$+ \frac{u_{i,i+1}(\theta_{i,i+1}A_{i,j+1} + (1-\theta_{i,i+1})A_{i+1,j+1})}{\Delta x} - q_{l,i} = 0,$$

тут параметри θ приймають значення нуль або одиниця в залежності від напрямку диференціювання, а індекси i, j позначають номер вузла на просторовій сітці та крок по часу відповідно.

Об'єднання моделей ТОРКАРІ-У і RIVTOX в єдину прогностичну систему відбувається наступним чином. Результати розрахунку моделі ТОРКАРІ-У, які визначають бічну приточність в різних точках водозбору, формуються у формат вхідних даних моделі RIVTOX. Для цього за допомогою відомої відповідності розрахункових комірок моделі ТОРКАРІ-У та вузлів сітки моделі RIVTOX формуються часові ряди бічної приточності для кожного вузла сітки. Ці дані використовуються в процесі розрахунку моделі RIVTOX. Даний процес автоматизовано за допомогою набору консольних скриптів, які автоматичним чином виконують його декілька разів на добу.

Наразі прогностична система, яка включає пов'язані моделі ТОРКАРІ-У і RIVTOX, встановлена в Чернівецькому Гідрометеорологічному Центрі та відділені Дністровсько-Прутського басейнового управління водних ресурсів та знаходиться в пробній експлуатації. Проводиться постійне вдосконалення модельного комплексу на основі даних порівняння, отриманих в період експлуатації.

1. *Бойко А.В.* Технология параллельной обработки пространственно распределенной информации в модели стока речного водосбора / Бойко А.В. Железняк М.И // Электронное моделирование – №1. – 2015. – С. 97–111.

2. *Todini E.* The TORCARI model. / Todini E., Ciarapica, L., // Mathematical models of large watershed hydrology, Water Resources Publication, –2002, PP. 471-506.

3. *Zheleznyak M.* Hydrological Dispersion Module of JRODOS: renewed chain of the emergency response models of radionuclide dispersion through watersheds and rivers / Zheleznyak M., Kivva S., Ievdin I., Boyko O., Kolomiets P., Sorokin M., Mikhalskiy O., Gheorghiu D. // Radioprotection – Vol 1-4. – 2016. – PP. 129-131

ПАРАЛЕЛЬНІ МЕТОДИ РОЗВ'ЯЗКУ ЗАДАЧ РУХУ РІДИНИ У ВІДКРИТИХ ВОДОЙМАХ НА БАГАТОПРОЦЕСОРНИХ КОМП'ЮТЕРНИХ СИСТЕМАХ ІЗ ЗАГАЛЬНОЮ ТА РОЗПОДІЛЕНОЮ ПАМ'ЯТТЮ

Серед найбільш актуальних задач руху рідини у відкритих водоймах: трансформація хвиль в прибережній зоні моря, циркуляція в прибережних акваторіях під дією вітру, хвиль, та приливів, річкові повені, розповсюдження забруднень у морях та річках, транспорт наносів та зміна рельєфу дна під впливом хвиль та течій.

Розглянуто декілька моделей які розв'язують такі задачі і метод їх розпаралелення для багато процесорних комп'ютерних систем.

HWAVE-S - модель трансформації регулярних і нерегулярних вітрових хвиль, у прибережній зоні моря з урахуванням дифракції, рефракції та відбиття хвиль [1]. Модель заснована на гіперболічній апроксимації рівняння положистих схилів нестационарної форми. У напів-спектральному режимі нерегулярна вітрова хвиля із відомим спектром розкладається на гармонійні хвилі різної частоти та напрямку, що розповсюджуються незалежно одна від одної. Після моделювання еволюції кожної компоненти окремо, значуща висота результуючої нерегулярної хвилі представляється у вигляді суперпозиції спектральних хвильових компонент.

TMH Model – регіональна модель, що прогнозує еволюцію рівня моря і швидкості течії в Сінгапурський протоці під дією приливних сил та вітру на основі розв'язку тривимірних примітивних рівнянь Нав'є-Стокса із вільною поверхнею [2]. Рівняння сформульовані у вертикальній σ -координатній системі із використанням наближення нестисливої рідини, гідростатичного наближення і наближення Бусінеска для моментів.

MOSM – тривимірна ейлерова модель нафтових розливів у морі, що моделює перенос нафти під впливом вітру, хвиль і течій і еволюцію нафти за рахунок процесів випаровування, емульсифікації, зв'язування із частинками намулів, осадження на дно [3]. У MOSM одночасно розраховуються шість змінних, які описують стан нафти: товщина нафтової плями на поверхні води; концентрації диспергованої, у вигляді крапель, нафти, розчиненої нафти і нафти зв'язаної із частинками зважених наносів у водній товщі; концентрації розчиненої нафти і нафти зв'язаної із частинками у донних наносах. Модель засновано на численному розв'язку системи рівнянь: динаміка нафти на поверхні води і в водній товщі описується за допомогою рівнянь типу адвекції-дифузії; масообмін між різними фазами нафти моделюється за допомогою кінетичних рівнянь.

COASTOX-UN – модель двовимірної гідродинаміки, транспорту наносів та переформування дна [4]. Модель розв'язує рівняння мілкої води сумісно, в разі потреби, із рівняннями транспорту наносів і рівнянням осадження/розмиву на неструктурованих сітках із трикутними комірками. Вона може бути використана для моделювання: різноманітних гідродинамічних процесів в прибережній зоні моря і річкових системах, таких як приливні течії, вітрові нагони, уздовжберегові течії, сформовані вітровими хвилями, затоплення територій уздовж русел річок під час повеней; розповсюдження радіоактивних забруднень у водному середовищі; зміни рельєфу морського або річкового дна під впливом хвиль і течій.

Базові рівняння розглянутих моделей є рівняннями у часткових похідних, які розв'язуються методами кінцевих різниць або кінцевих об'ємів. Підхід до

розпаралелення цих моделей будуватиметься на основі декомпозиції розрахункових областей на підобласті, що не перетинаються. Кожній підобласті відповідає розрахункова сітка, що доповнюється фіктивними комірками, для розрахунку в змінних в граничних комірках. Значення змінних в фіктивних комірках заповнюється даними із сусідніх підобластей. Структура фіктивних комірок і характер обміну даними визначаються шаблонами чисельних схем. При розрахунку на багатопроекторній комп'ютерній системі кожній під області відповідає один процесор. Обмін даними реалізовано за допомогою технології відправки прийому повідомлень із використанням MPI.

Розглядаються особливості роботи розглянутих паралельних моделей на комп'ютерних системах із загальною і розподіленою пам'яттю.

1. Демченко Р., Коломиец П., Сорокин М. Моделирование трансформации волн в прибрежной зоне шельфа с помощью полу-спектральной модели N-WAVE-S // Тези конференції Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС 2010, (Київ, 21–25 червня 2010 р.). – К., 2010. – С. 28-30.

2. Pang, W. C. and Tkalich, P. Semi-Implicit Sigma-Coordinate Hydrodynamic Model // Proceedings of 14th IAHN-APD Congress. – Hong Kong. – 15–18 December 2004.

3. Tkalich, P., Huda, M.K., Gin, K.Y.H. A Multiphase Oil Spill Model // Journal of Hydraulic Research. – v. 41. – N. 2. – 2003. – PP. 115-125.

4. Коломієць П.С., Ківва С.Л., Железняк М.Й. Двовимірний модель мілкої води на неструктурованих сітках // Тези конференції Математичне та імітаційне моделювання систем МОДС 2008; ПММС НАНУ. – К., 2008. – С. 48-51.

УДК 532.542

Шалденко О.В., к.т.н., Гуржій О.А., д.ф.-м.н., с.н.с.

(Національний технічний університет України “Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”, м. Київ, Україна)

АНАЛІЗ ПРОЦЕСІВ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ В ПРЯМОЛІНІЙНОМУ КАНАЛІ ЗІ ВСТАВКАМИ ПРИ МАЛИХ ЧИСЛАХ РЕЙНОЛЬДСА

Стрімкий ріст вимог до обчислювальної техніки стимулює розробку нових процесорів з більшими функціональними можливостями, зростаючою швидкістю і розрядністю. Будь-яке ускладнення процесорів пов'язане зі збільшенням елементної бази, що формується на кристалі мікросхеми.

Одним із можливих технічних розв'язків проблеми надійного і контрольованого тепловідводу є створення в кристалі процесора системи каналів з рідким теплоносієм, який за рахунок дифузійного і конвективного потоків всередині каналу може виводити тепло з кристалу процесора у зовнішнє середовище з достатньо високими значеннями питомого теплового потоку [2, 3].

Дослідження [4, 5] показали, що інтенсивні процеси переносу частіше всього виникають в областях течії, в яких формуються локалізовані вихрові структури. Такі течії характеризуються наявністю поперечної складової поля швидкості по відношенню до осі каналу. Ненульова поперечна компонента швидкості може привести до втрат стійкості ламінарної течії і, в результаті, процеси переносу скалярних полів в рідині можуть суттєво збільшитися [1].

Формування поперечного потоку в каналі відкриває додаткові можливості вирівнювання профілю поля температур в теплоносії і, в результаті, підвищення значень градієнту температур в областях, що прилягають до границь каналу [6].

Процеси руху рідини і переносу тепла всередині каналу описуються рівнянням Нав'є-Стокса, рівнянням нерозривності і рівнянням переносу тепла, які в прямокутній системі координат мають наступну консервативну форму в безрозмірному вигляді [6, 7]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right\}, \quad \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial UV}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{1}{\text{Re}} \left\{ \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right\},$$

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0,$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial UQ}{\partial x} + \frac{\partial VQ}{\partial y} = \frac{1}{\text{Pe}} \left\{ \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Q}{\partial y^2} \right\},$$

де $U(x,y,t)$, $V(x,y,t)$ – проекції поля швидкості, $p(x,y,t)$ – поле тиску, $Q(x,y,t)$ – поле температур, $\text{Re} = U_0 L / \nu$ – число Рейнольдса, $\text{Pe} = \text{Pr} \cdot \text{Re} = U_0 L / \alpha$ – число Пекле, а $\text{Pr} = \nu / \alpha$ – число Прандтля. Для проведення аналізу структури течії всередині каналу зручно ввести функцію току $\Psi(x,y,t)$, яка пов'язана з розподіленням поля швидкості виразами [7]:

$$U = \frac{\partial \Psi}{\partial y}, \quad V = -\frac{\partial \Psi}{\partial x}.$$

Початковими умовами задачі є розподілення полів холодно рідини $U(x,y,0)=V(x,y,0)=0$, $Q(x,y,0)=0$, всередині каналу. Вважаємо, що вся підкладка має $Q(x,y,0)=1$. На вході і виході задається різниця тисків $p(0,y,0) = p_1$ і $p(D,y,0)=0$ відповідно.

Граничними умовами для поля швидкості є умова прилипання ($U(x,y,t)=V(x,y,t)=0$) до твердих поверхонь каналу і параболічний профіль швидкості на вході і виході каналу [7].

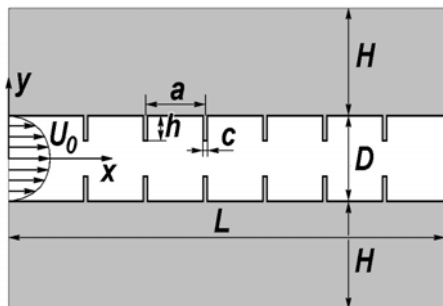


Рис.1. Геометрія прямолінійного каналу зі вставками

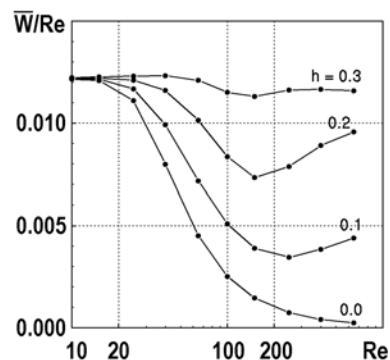


Рис.2. Залежність \bar{W} в прямолінійному каналі зі вставками від значень Re

Розглянемо конвективно-дифузійні процеси теплопередачі на кремнієвій підкладці з розмірами $W \times L$, ($W = 2H + D$), всередині якої є прямолінійний канал (рис.1) шириною D , заповнений водою. Усередині каналу може перебувати система симетричних і несиметричних вставок висотою h , з шириною c , які розташовані на відстані a відносно один одного.

Поява системи симетричних вставок призводить до зменшення його ефективної ширини та утворення перед вставками і за ними циркуляційних зон, а також до інтенсифікації процесів переносу тепла. Однак, при малих числах Рейнольдса ($\text{Re} < 20 \dots 30$) введення в канал системи вставок фактично не збільшує рівень усередненого теплового потоку (рис.2). Введення системи симетричних вставок в прямолінійний канал дозволяє збільшити тепловий потік крізь бокові поверхні каналу. При $h = 0.3$ рівень теплових потоків становиться прямо пропорційним швидкості течії (рис.2). Зі

збільшенням відстані між вставками до $a = 1.0$ рівні теплових потоків каналу збільшуються на 5-10% для висоти вставок $h = 0.3$ у порівнянні з каналом без вставок. Аналогічні значення для вставок $h = 0.2$ складають 10-25%, і для вставок $h = 0.1$ рівні теплових потоків збільшуються на 5-10%.

Аналіз числових даних в каналі зі вставками різної ширини ($c = 0.1 \dots 0.4$) не приводить до помітного збільшення значень усередненого теплового потоку крізь границі течії при $Re < 650$.

Також встановлено, що теплові потоки в каналах з системою несиметричних і симетричних вставок фактично не відрізняються один від одного при рівності геометрії вставок, загальної довжини каналу і гідродинамічного режиму течії теплоносія.

1. Aref, H. Chaotic advection of fluid particle [Text] / H. Aref // Philosophical Transactions of Royal Society A. – 1990. – Vol. 333. – P. 273–288.

2. Colgan, E. G. A practical implementation of silicon microchannel coolers for high power chips [Text] / E. G. Colgan, B. Furman, M. Gaynes, W. S. Graham, N. C. LaBianca, J. H. Magerlein et al. // IEEE Transactions on Components and Packaging Technologies. – 2007. – Vol. 30, Issue 2. – P. 218–225. doi: 10.1109/tcapt.2007.897977

3. Kandlikar S.G. Evolution of microchannel flow passages – Thermohydraulic performance and fabrication technology [Text] / S. G. Kandlikar, W. J. Grande // ASME 2002. International Mechanical Engineering Congress and Exposition. – New Orleans, Louisiana, 2002. – P. 59–72. doi: 10.1115/imece2002-32043

4. Бернінг Р. Змішування в'язкої рідини в прямокутному мікроканалі [Текст] / Р. Бернінг, О. А. Гуржій, В. В. Мелешко // Мат. Мет. І Фіз.-мех. поля. – 2007. – Т. 50, No 4. – С. 140–148.

5. Гуржій, А. А. Локальные карты растяжений: приложение для задачи об адвекции в произвольном поле скорости [Текст] / А. А. Гуржій, Х. Пеерхосаини // Прикладная гидромеханика. – 2000. – Т. 2, No 1. – С. 28–43.

6. Кутателадзе, С.С. Основы теории теплообмена [Текст] / С. С. Кутателадзе. – М.: Атомиздат, 1979. – 416 с.

7. Ламб, Г. Гидродинамика [Текст] / Г. Ламб. – М.-Л.: ГИТТЛ, 1947. – 929с.

УДК 519.6

Янчук П.С., к.ф.-м.н., професор

(Міжнародний економіко-гуманітарний університет ім. академіка Степана
Дем'янчука, м. Рівне, Україна)

МАШИННІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТИСКУВАНИХ В'ЯЗКИХ ТЕЧІЙ

Презентується спектральний метод, який за своєю суттю є методом Фур'є за системами квазіспектральних поліномів першого та другого родів для відокремленого розрахунку поля швидкостей та тиску. Машинно розв'язуємо три рівняння динаміки, записані в примітивних координатах та одне рівняння нерозривності. Розрахунок ведеться в тримірному паралелепіпеді. Результати переносяться на зв'язну область, яка є об'єднанням паралелепіпедів.

Для кожної з трьох компонент вектора швидкості ставляться крайові умови Діріхле (умови прилипання), а для функції тиску фіксується значення лише в одній точці. Функцію тиску ми подаємо за системою квазіспектральних поліномів першого роду. Кожну з компонент швидкості подаємо по одній змінній за системою квазіспектральних поліномів другого роду, а по інших за системами квазіспектральних поліномів першого роду. Для дискретизації за просторовими змінними тривимірний поліноміальний базис будується як прямий добуток одномірних базисів квазіспектральних многочленів першого та другого родів таким чином, щоб уникнути

необхідності введення штучних крайових умов для функції тиску як це практикується часто в аналогічних методах. Квазіспектральні поліноми першого роду більше пристосовані до крайових умов Діріхле, а другого роду — до крайових умов Неймана.

У випадку подання тиску квазі-спектральними поліномами першого роду по всіх змінних, коефіцієнти Фур'є поділяються на дві великі групи: крайові та внутрішні коефіцієнти Фур'є. Перші власне використовуються для подання крайових умов, а інші для подання функції всередині області. За відомими крайовими умовами крайові коефіцієнти знаходяться прямими обчисленнями без необхідності врахування даних диференціальних рівнянь.

Спектральні методи є життєздатною заміною методу скінчених елементів для розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними. Багатьма авторами було зроблено багато роботи для розв'язування рівнянь Нав'є-Стокса для нев'язких нестискувальних течій рідин, так само як і для нестійких в'язких нестискувальних течій рідин.

Нестационарні нестискувальні в'язкі рівняння Нав'є-Стокса в примітивних координатах для руху рідини в області $\Omega \in \mathbb{R}^m$, m - просторова розмірність, обмеженої границею $\partial\Omega$, мають вигляд

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{Re} \Delta u - (u \cdot \nabla) u - \nabla p + f, \quad (6)$$

$$\nabla \cdot u = g, \quad (7)$$

де u швидкість, p тиск, а Re — число Рейнольдса. Крайова задача (6),(7) з крайовою

$$u|_{\partial\Omega} = \varphi \quad (8)$$

та початковою умовами

$$u|_{t=0} = \psi(x), x \in \Omega \quad (9)$$

ускладнена переплетінням швидкості u та тиску p в рівнянні динаміки (6). Умова нерозривності відповідає значенню $g = 0$ в (7). Створюване нами програмне забезпечення включає розв'язування неоднорідних рівняння динаміки (6) та рівняння нерозривності (7), тобто $f \neq 0, g \neq 0$.

Запропонований автором метод квазіспектральних поліномів [1-6] відноситься до класу високоточних та ненасичених методів розв'язування задач математичної фізики.

1. Янчук П.С. Использование А-метода при решении эллиптических и параболических уравнений //П.С.Янчук //Гармонический анализ и развитие аппроксимационных методов.-Киев,1989.-С.112-121.

2. P.Janchuk. The computing schemes for solving of nonlinear boundary value problem for the ordinary differential equations. //P.Janchuk //Approximation theory and its applications.-Institute of mathematics NAS of Ukraine.-2000.-V. 31.-P.201-214.

3. Янчук П.С. Поліноміальна апроксимація розв'язків крайової задачі Стокса //П.С.Янчук //Волинський математичний вісник.-2013.- Вип. 10(19).-С.180-192.

4. Янчук П.С. Поліноміальна апроксимація розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона з неоднорідними крайовими умовами //П.С.Янчук //Волинський математичний вісник.-2011.- Вип. 8(17).-С.213-239.

5. Янчук П.С. Про оцінки похибок поліноміальної апроксимації розв'язку задачі Неймана для рівняння Пуассона //П.С.Янчук //Волинський математичний вісник.-2012.- Вип. 9(18).- С.189-207.

6. Янчук П.С. Про спектральний метод наближеного розв'язування рівняння Пуассона //П.С.Янчук //Питання прикладної математики і математичного моделювання. -Д.,2012. С.261-268.

Секція 4. ПРОБЛЕМИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

УДК 004.62

Берко А. Ю., д.т.н., професор

(Національний університет "Львівська політехніка", м. Львів, Україна)

ОПРАЦЮВАННЯ РЕСУРСІВ ВЕЛИКИХ ДАНИХ ЗА УМОВ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Для інформаційних ресурсів реалізованих за принципами Великих даних характерними є не лише значні обсяги, різноманіття та динаміка змін, а й структурна, синтаксична та змістова неоднорідність самих ресурсів, складність контролю, впливу та управління процесами їх продукування і розвитку [2]. Ці чинники, значною мірою, сприяють появі невизначеностей даних [1] в складі інформаційного ресурсу. Під невизначеностями даних розуміють відсутність окремих значень, їх неточність, неповноту, недостовірність, неузгодженість тощо [3]. Невизначеності даних класифікують за певними категоріями, які залежать від їх природи та причин виникнення [1] – "значення не існує", "значення невідоме", "значення неприпустиме", "значення неповне", "значення недостовірне" тощо. Ефект невизначеності значно погіршує споживчі властивості інформаційного ресурсу, ускладнює або унеможлиблює його ефективне застосування. Тому, робота з Великими даними передбачає процедури їх очищення під час яких, зокрема, виконують усунення невизначеностей. Для усунення невизначеностей даних найчастіше застосовують такі прийоми як вилучення, ігнорування або повторне визначення відповідного елемента даних, використання середнього, найвірогіднішого, оцінюваного чи сурогатного значення тощо [4].

В загальному випадку значення v_{ij} деякої величини (одиниці даних) V_i , яке сформовано для усунення її невизначеності, залежить від характеру (категорії) невизначеності – U_k та способу її усунення – S_l . Процедуру формування нового значення можна описати як послідовність виду

$$V_i \rightarrow U_k \rightarrow S_l \rightarrow v_i, \quad (1)$$

або відображення виду $v_i = \Phi(V_i, U_k, S_l)$.

Для опису, збереження та використання правил і процедур усунення невизначеностей даних доцільно застосувати онтологію як ядро деякої бази знань програмної системи очищення Великих даних (СОВД). Загальний опис такої онтології подає кортеж виду

$$O^O = \langle C^O, R^O, F^O \rangle, \quad (2)$$

де $C^O = \{C^V, C^U, C^S\}$ – набір концептів (класів), що визначають: C^V – величини які зображено одиницями даних, C^U – категорії невизначеностей даних, C^S – способи усунення невизначеностей даних;

$R^O = \{R^{VU}, R^{US}, R^{VS}\}$ – набір відношень: R^{VU} – між величинами та видами невизначеностей, R^{US} – між видами невизначеностей та способами їх усунення, R^{VS} – між величинами та способами усунення невизначеностей; F^O – множина аксіом, які описують правила усунення невизначеностей даних відповідним способом для відповідної величини, які належать до відповідної категорії невизначеностей.

Використання онтології як ядра бази знань системи очищення Великих даних визначає особливості процесу усунення невизначеностей в інформаційному ресурсі (рис. 1).



Рис.1. Схема опрацювання невизначеностей даних із застосуванням онтології

Для виконання завдань усунення невизначеностей даних у процесах очищення інформаційних ресурсів Великих даних необхідним є формування чи налаштування відповідної онтології. На цьому етапі експертним шляхом формують описи відповідних одиниць даних згідно формату та вимог технології побудови онтологій, встановлюють відношення між концептами, характерні для цього інформаційного та формують правила усунення невизначеностей.

Загальна схема процесу усунення невизначеностей в ході очищення інформаційних ресурсів Великих даних є такою.

1. Для кожного невизначеного елемента даних з класу C^V , який підлягає довизначенню у процесі очищення, насамперед, виконують кваліфікацію невизначеності. Ця дія передбачає встановлення природи походження невизначеності та її інтерпретацію. Кожну із невизначеностей даних, при цьому, відносять до однієї із попередньо визначених категорій з множини C^U .

2. На підставі визначеної належності елемента даних та категорії невизначеності в онтології визначають відповідні відношення та правила, що визначають спосіб усунення невизначеності даної категоріє для відповідної одиниці. Загалом правило це логічний вираз виду

$$(V_i \wedge U_k) \rightarrow S_l, \quad (3)$$

де V_i – одиниця даних, U_k – категорія невизначеності, S_l – спосіб усунення невизначеності (визначення нового значення).

3. Результатом застосування встановленого у такий спосіб правила є значення відповідного елемента даних, сформоване для заміщення невизначеності, яке вносять до складу інформаційного ресурсу.

4. У разі неможливості виконання якогось із визначених кроків, онтологія потребує доповнення новими значеннями концептів C^V , C^U , C^S , відношень R^O та правил(аксіом) F^O (навчання). При цьому може бути застосовано одну з двох стратегій "навчання з учителем" або "навчання без учителя". В першому випадку формування нових елементів відповідних класів, відношень та аксіом виконує експерт на підставі особистих знань та досвіду. В другому – відповідні елементи онтології формує система на підставі прикладів, шаблонів, узагальнень, асоціацій та аналогій, отриманих в

процесі побудови онтології та в процесі функціонування системи очищення Великих даних.

Підхід, що запропоновано у межах цього дослідження, формулює загальну концепцію створення та застосування методів і засобів підвищення якості інформаційного ресурсу Великих даних шляхом усунення невизначеностей. Особливістю цього вирішення є застосування онтології, яка складає ядро бази знань та забезпечує автоматичне прийняття рішень щодо формування нових значень даних для заміни невизначеностей. Додатковою можливістю є навчання і самонавчання системи через розвиток і доповнення онтології, що дає змогу для постійного розвитку і вдосконалення систем очищення інформаційного ресурсу Великих даних, побудованих за таким принципом.

1. *Date C. J. Database in Depth: Relational Theory for Practitioners. / Cristopher Date .– O'Reilly, CA. – 2005. – 240 p.*

2. *Marz N. Big Data: Principles and best practices of scalable realtime data systems / Nathan Marz, James Warren. – Manning Publications. – 2015.– 328 p.*

3. *Rubinson C. Nulls, Three-Valued Logic, and Ambiguity in SQL : Critiquing Date's Critique. / Claude Rubinson // SIGMOD Record Vol. 36, No. 4. – 2007. – P. 137-143*

4. *Алексеева К. А. Застосування неповних і неточних даних в управлінні комерційними web-проектами / К. А. Алексеева, А. М. Пелещин // Вісник Нац. ун-ту «Львівська політехніка»: Інформаційні системи та мережі. – Львів : Вид-во Львівської політехніки. – 2014. – № 805. – С. 345 – 353.*

УДК 519.7

Денисов С.В., асистент, Семенов В.В., д.ф-м.н., професор

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, факультет комп'ютерних наук та кібернетики, м. Київ, Україна)

ВАРІАНТ ЕКСТРАГРАДІЄНТНОГО МЕТОДУ З ПАРАЛЕЛЬНОЮ ІДЕНТИФІКАЦІЄЮ

Розглянемо варіаційну нерівність з частково відомими даними:

$$\text{знайти } x \in C : (A(x, \xi), y - x) \geq 0 \quad \forall y \in C, \quad (1)$$

де C – опукла замкнена підмножина гільбертового простору H , оператор $A(\cdot, \cdot) : H \times \Sigma \rightarrow H$ монотонний по першій змінній для всіх $\zeta \in \Sigma$. Припустимо, що параметр $\xi \in \Sigma$ є розв'язком опуклої задачі мінімізації

$$\text{знайти } \xi \in \Sigma : p(\xi) \leq p(\zeta) \quad \forall \zeta \in \Sigma, \quad (2)$$

де $p : W \rightarrow \tilde{\sim}$ – опукла функція, задана на опуклій замкненій підмножині Σ гільбертового простору W . Нашою метою є побудова алгоритмів, що генерують такі послідовності елементів (x_n) , (ξ_n) , що

$$\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x \in VI(A(\cdot, \xi), C), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \xi_n = \xi \in \arg \min_{\zeta \in \Sigma} p(\zeta).$$

Мотиваційним прикладом є задача опуклого програмування з допустимою множиною, що залежить від невідомого параметру $\xi \in \Sigma$:

$$f(t, \xi) \rightarrow \min_{t \in T(\xi)},$$

де $T(\xi) = \{t \in \sim^{d_1} : g(t, \xi) \leq 0, t \geq 0\}$, компоненти вектор-функції $g(\cdot, \cdot) : \sim^{d_1} \times \Sigma \rightarrow \sim^{d_2}$ опуклі по першій змінній для всіх $\zeta \in \Sigma$. Умови оптимальності першого порядку для даної задачі можна записати у вигляді варіаційної нерівності (1), де

$$A(x, \xi) = \begin{pmatrix} \nabla_1 f(t, \xi) + (\nabla_1 g(t, \xi))^* \lambda \\ g(t, \xi) \end{pmatrix}, \quad x = (t, \lambda) \in C = \sim_{+}^{d_1+d_2}.$$

Припустимо, що оцінку невідомого параметру $\xi \in \Sigma$ можна побудувати за допомогою задачі мінімізації

$$p(\zeta) \rightarrow \min_{\zeta \in \Sigma}. \quad (3)$$

У ролі (3) може бути деяка задача навчання (наприклад, оцінювання за методом максимальної правдоподібності).

Відносно даних задачі (1), (2) зробимо такі припущення: оператор $A : H \times \Sigma \rightarrow H$ – монотонний по першій змінній та рівномірно ліпшицевий по першій та другій змінній, тобто існують $L_1, L_2 > 0$, такі, що

$$\begin{aligned} \|A(x_1, \zeta) - A(x_2, \zeta)\| &\leq L_1 \|x_1 - x_2\| \quad \forall x_1, x_2 \in C \quad \forall \zeta \in \Sigma, \\ \|A(x, \zeta_1) - A(x, \zeta_2)\| &\leq L_2 \|\zeta_1 - \zeta_2\| \quad \forall \zeta_1, \zeta_2 \in \Sigma \quad \forall x \in C; \end{aligned}$$

функція p сильно опукла зі сталою $\mu > 0$ та диференційовна з похідною, що задовольняє умову Ліпшиця зі сталою $L > 0$; множина $VI(A(\cdot, \xi), C)$ розв'язків варіаційної нерівності (1) не порожня.

Розглянемо варіант субградієнтного екстраградієнтного алгоритму [1] для розв'язання задачі (1), (2).

Алгоритм 1.

Ініціалізація. Задаємо послідовності додатних параметрів $(\lambda_n), (\mu_n)$, та елементи $x_1 \in H, \xi_1 \in \Sigma$.

Ітераційний крок. Обчислити

$$y_n = P_C(x_n - \lambda_n A(x_n, \xi_n)), \quad x_{n+1} = P_{T_n}(x_n - \lambda_n A(y_n, \xi_n)),$$

де $T_n = \{z \in H : (x_n - \lambda_n A(x_n, \xi_n) - y_n, z - y_n) \leq 0\}$,

$$\xi_{n+1} = P_\Sigma(\xi_n - \mu_n \nabla p(\xi_n)).$$

Градiєнтний процес побудови послідовності (ξ_n) будемо називати навчанням: ми послідовно уточнюємо «модель» $A(\cdot, \xi_n)$ невідомого нам відображення $A(\cdot, \xi)$ в нерівності (1).

Параметри (μ_n) можна підібрати стаціонарними, поклавши, наприклад, рівними L^{-1} або $2(L + \mu)^{-1}$. Послідовність параметрів (λ_n) також обираємо стаціонарною зі значенням, що лежить в інтервалі $(0, (L_1^2 + 2L_2 \|\xi_0 - \xi\|)^{-1/2})$. За такого вибору параметрів алгоритму 1 доведено, що послідовність (x_n) слабо збігається до деякої точки $x \in VI(A(\cdot, \xi), C)$, а послідовність (ξ_n) сильно збігається до єдиного розв'язку $\xi \in \Sigma$ задачі мінімізації (2). Якщо константи Ліпшиця відображення A та ∇p не

відомі, то параметри (λ_n) , (μ_n) можна підбирати за допомогою певних Арміхо-подібних правил (див. [1, 2]).

Розглянемо ще один алгоритм для розв'язання задачі (1), (2).

Алгоритм 2.

Ініціалізація. Задаємо додатній параметр λ , послідовність додатніх чисел (μ_n) , та елементи $x_1 = y_1 \in H$, $\xi_1 \in \Sigma$.

Ітераційний крок. Обчислити

$$x_{n+1} = P_C(x_n - \lambda A(y_n, \xi_n)), \quad y_{n+1} = 2x_{n+1} - x_n, \\ \xi_{n+1} = P_\Sigma(\xi_n - \mu_n \nabla p(\xi_n)).$$

Даний алгоритм є адаптацією до задачі (1), (2), так званого, «Projected Reflected Gradient Method», що був запропонований в [3].

У найближчих роботах ми плануємо розглянути більш складні варіаційні задачі вигляду (1), (2):

$$\text{знайти } x \in VI\left(\sum_k A_k(\cdot, \xi), \bigcap_l C_l\right),$$

де $\xi \in \arg \min_{\zeta \in \bigcap_m \Sigma_m} \sum_n p_n(\zeta)$. Для такого типу задач цікаво одержати ефективні розподілені децентралізовані алгоритми.

1. *Верлань Д.А.* Сильно сходящийся модифицированный экстраградиентный метод для вариационных неравенств с нелипшицевыми операторами / Д.А. Верлань, В.В. Семенов, Л.М. Чабак // Проблемы управления и информатики. – 2015. – № 4. – С. 37-50.

2. *Денисов С.В.* Сходимость модифицированного экстраградиентного метода для вариационных неравенств с нелипшицевыми операторами / С.В. Денисов, В.В. Семенов, Л.М. Чабак // Кибернетика и системный анализ. – 2015. – № 5. – С. 102-110.

3. *Malitsky Yu.* Projected Reflected Gradient Methods for Monotone Variational Inequalities / Yu. Malitsky // SIAM Journal on Optimization. – 2015. – Vol. 25. – P. 502-520.

УДК 303.732.4

Заславський В.А., д.т.н., професор, Пасічна М.В., аспірант

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ АЛГОРИТМУ ФОРМУВАННЯ ПОРТФЕЛЯ ДЖЕРЕЛ ГЕНЕРАЦІЇ ЕЛЕКТРОЕНЕРГІЇ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПРИНЦИПУ РІЗНОТИПНОСТІ

Трансформація систем енергетики з метою запровадження енергоефективних та енергозберігаючих інноваційних технологій висуває на порядок денний питання формування ефективної системи енергопостачання або диверсифікованого портфеля джерел генерації електроенергії [3, 6].

Системи енергопостачання розглядаються в рамках моделювання складних систем критичної інфраструктури із застосуванням принципу різнотипності [4]. Принцип різнотипності полягає в цілеспрямованому застосуванні різних (за своєю природою) компонентів (систем, підсистем, технологій), які разом виконують ті ж самі функції, які можна виконати окремо, але їх одночасне поєднання і взаємодія виключає повторення

відмов, що забезпечує надійну, довгострокову роботу систем [1].

В даному дослідженні принцип різнотипності у загальному алгоритмі (методології) формування енерго-генеруючого портфеля полягає у поєднанні методологічних підходів «зверху-вниз» і «знизу-вверх» при моделюванні процесів прийняття рішень. Застосовується багато-критеріальний підхід для прийняття рішень, концепції оптимізації та якісного аналізу рішень.

Дослідження та математичне моделювання включає формування багатокритеріальної задачі прийняття рішень та її розв'язання, що базується на побудові матриць суджень парних порівнянь відповідно до методу аналізу ієрархій (MAI) Сааті [2] та проведені ієрархічного синтезу для зважування власних векторів матриць за коефіцієнтами важливості чи пріоритетності критеріїв. Нижче наведено загальний вигляд матриці A (1), елементи якої повинні задовольняти властивості оберненої симетричності:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad (1)$$



Рис. 1. Загальний алгоритм формування енерго-генеруючого портфеля

Синтез глобальних пріоритетів альтернатив, для визначення якого використовуються нормалізовані вектори матриць суджень, визначається формулою (2):

$$b^{Zm} = \sum_{i=1}^8 \sum_{j=1}^{19} b^{N_0} \cdot b^{N_{Fi}} \cdot b^{N_{Fij}}, m = \overline{1,7}, \quad (2)$$

де b^{Zm} – вектор пріоритетів альтернатив; b^{N_0} – нормалізований вектор пріоритетів матриць суджень відносно головної мети; $b^{N_{Fi}}$ – нормалізований вектор пріоритетів матриць суджень факторів відносно комплексних критеріїв; $b^{N_{Fij}}$ – нормалізований вектор пріоритетів матриць парного порівняння альтернатив відносно факторів.

Наступним кроком у розрахунках є застосування елементів сучасної теорії портфеля Марковіца [5] для побудова ефективної границі (ЕГ) портфеля для візуалізації віддачі і змінності (ризик) портфеля. Для цього були розраховані очікувана доходність

портфеля (3), стандартне відхилення (ризик) портфеля (σ_p) (4), а також застосовано програмне забезпечення Solver [7]:

$$E_{R_p} = \sum_{i=1}^7 w_i E_{R_i}, \quad (3)$$

$$E_{(\sigma_p)} = \sqrt{\sum_{i=1}^7 w_i^2 \sigma_i^2 + 2 \sum_{i=1}^6 \sum_{j=i+1}^7 w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}, \quad i \neq j, \quad (4)$$

де w_i – частка i -го джерела генерації електроенергії в портфелі; E_{R_i} – очікувана віддача i -го джерела генерації електроенергії (R_i), а σ_i та σ_j – стандартні відхилення зміни вартості портфеля по річним витратам i -го та j -го джерел генерації електроенергії відповідно, ρ_{ij} – коефіцієнт кореляції між i -м та j -м джерелами генерації електроенергії.

Прогнозування структури енерго-портфеля було проведено із застосуванням програмного інструменту LEAP [8].

Отримані результати вказують на те, що стратегія відбору джерел генерації електроенергії при диверсифікації і оптимізації енергетичного портфеля в Україні покликана мати в своїй основі наступні цілі:

(а) Сталість енерго-портфеля з точки зору доступності палив принаймні протягом наступного десятиліття; (б) передбачуваність енерго-портфеля з точки зору того, що ціна на генеровану електроенергію є прогнозованою і відобразить витрати на її генерацію; (в) підтримка складу енерго-портфеля з боку державної політики і відповідність структури енерго-портфеля стратегії розвитку компанії.

З іншого боку, не існує такого джерела електроенергії, який може одночасно сприяти всім необхідним критеріям при прийнятті рішень відносно структури енерго-портфеля. Таким чином, постає питання готовності самих компаній стосовно прийняття тих чи інших ризиків.

1. *Заславський В.А.* Принцип різноманітності та особливості дослідження складних систем з високою ціною відмови / В.А. Заславський // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – 2006. – С. 136–147.

2. *Саати Т.Л.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. / Т.Л. Саати. – Москва: Радио и связь, 1989. – 316 с.

3. *Сергієнко І.В.* Про основні напрями створення інтелектуальних інформаційних технологій / І.В. Сергієнко. // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2002. – №1. – С. 39–64.

4. Зелена книга з питань захисту критичної інфраструктури в Україні / Д. С. Бірюков, С.І. Кондратов, О.І. Насвіт, О.М. Суходоля. – Київ, 2015. – 35 с. – (Національний інститут стратегічних досліджень).

5. *Markowitz H.* Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments / Harry Markowitz – New York: John Wiley & Sons, 1959. – 356 p.

6. *Cucciella F.* Modeling Optimal Investments With Portfolio Analysis in Electricity Markets / Federica Cucciella, Idiano D'Adamo, Massimo Gastaldi // Energy Education Science and Technology Part A: Energy Science and Research. – 2012. – №30 (1). – P. 673–692.

7. Advanced Analytics Tools for Excel and the Cloud [Електронний ресурс] – Режим доступу до ресурсу: <https://www.solver.com/>.

8. LEAP [Електронний ресурс] // Stockholm Environment Institute. – 2012. – Режим доступу до ресурсу: http://sei-us.org/Publications_PDF/SEI-LEAP-brochure-Jan2012.pdf.

ДОСЛІДЖЕННЯ МЕТОДІВ КОНСЕНСУСНОГО АГРЕГУВАННЯ РАНГОВИХ ПЕРЕВАГ В ЗАДАЧАХ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ

Агрегування колективних рангових оцінок, яке бере свою давню історію в теорії соціального вибору, в останнє десятиріччя інтенсивно досліджується в різних галузях комп'ютерних наук, таких як мета-пошук, пошук подібності, колективні дистанційні мережеві експертні оцінки. Задача агрегування рангів стосується того, як об'єднати багато різних індивідуально побудованих переваг, що представлені в ранговій шкалі, деякою кількістю агентів на одній множині альтернатив в єдине колективне ранжирування. Це єдине колективне ранжирування в сучасній літературі прийнято називати "консенсусним" [1]. Серед багатьох методів консенсусного агрегування найбільш обґрунтованими видаються методи, що засновані відстані між ранжируваннями, яке вводиться шістьма відповідними аксіомами відстані [2]. Такі методи називаються медіанними. Медіанні методи консенсусного агрегування досліджені в роботі з точки зору застосування їх в реальному часі при достатньо великій множині альтернатив.

Формалізуємо задачу рангового агрегування згідно [3]. Нехай існує множина альтернатив $\mathbf{A} = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, які підлягають упорядкуванню групою з K агентів. Кожен з агентів впорядковує альтернативи в ранговій шкалі і представляє індивідуальне ранжирування

$$\mathbf{P}^k = \{A_{k_1}, A_{k_2}, \dots, A_{k_n}\}. \quad (1)$$

Кожне індивідуальне ранжирування (1) може бути представлено у вигляді

$$\mathbf{P}^k = \{q_1^k, q_2^k, \dots, q_n^k\}, \quad (2)$$

де - q_i^k позиція, яку займає i -та альтернатива в ранжируванні k -го агента.

Групове консенсусне ранжирування, засноване на концепції відстані, полягає у визначенні ранжирування, найближчого по деякій мірі до всіх індивідуальним ранжирування, тобто

$$\arg \min_{\mathbf{P}} \sum_{k=1}^K d(\mathbf{P}^k, \mathbf{P}) \rightarrow \hat{\mathbf{P}}. \quad (3)$$

Вирішення задачі (3) називається медіанним консенсусним ранжируванням або у відповідному контексті просто медіаною.

Розглянуто три відомих на сьогодні консенсусних медіани, які представляють собою вирішення задачі пошуку ранжирування, мінімально віддаленого від індивідуальних ранжирування агентів у відповідних просторах:

- медіана Кука-Сейфорда - в просторі позицій альтернатив [4],
- медіана Литвака - в просторі векторів переваг [5],
- медіана Кемені - в просторі парних порівнянь [6].

Доказано [7], що всі три медіанні ранжирування еквівалентні з точки зору виконання аксіом відстані, і доказано, що пошук всіх вказаних медіанних ранжирувань є NP-задачею, тобто задачею неполіноміальної обчислювальної складності, вже при числі

альтернатив $n > 5$ задача не вирішується в реальному масштабі часу. Далі будемо називати задачі пошуку консенсусного медіанного ранжирування з $n > 5$ задачами великої розмірності. В той же час в практичних задачах таких, скажімо, як Web-пошук, розмір множини альтернатив може сягати десятків і існує реальна потреба отримання рішення в реальному часі.

На сьогоднішній день запропоновано багато шляхів вирішення цієї проблеми. Основним напрямком є формулювання задачі консенсусного медіанного ранжирування як задачі цілочисельного програмування з подальшим використанням для її розв'язання методів гілок та меж, або представлення проблеми як задачі про призначення з подальшим розв'язанням угорським методом, або методом транспортної таблиці з нульовими попиту і пропозицією [7]. З цієї точки зору в процесі дослідження було розглянуто і практично перевірено більше 40 наближених алгоритмів обчислення консенсусних медіанних ранжирувань, опублікованих в різних джерелах. Найкращі результати отримано з наближеним алгоритмом обчислення медіани Кемені, що запропонований Литваком [5] і поєднує в собі точність, відсутність жорстких вимог до продуктивності обчислювальних ресурсів, алгоритмічну логічність і простоту.

Проілюструємо застосування цього алгоритму в задачі пошуку консенсусного ранжирування в задачі великої розмірності. Для розробки серверної частини системи підтримки прийняття рішень (СППР) абітурієнтами, що поступають на IT-спеціальності Інституту комп'ютерних систем Одеського національного політехнічного інституту, була проведена колективна експертна оцінка якостей, знань і умінь, необхідних абітурієнту для успішного навчання на відповідній спеціальності. Для оцінки необхідних якостей для п'яти IT-спеціальностей: 113 «Прикладна математика», 121 «Інженерія програмного забезпечення», 122 «Комп'ютерні науки», 123 «Комп'ютерна інженерія», 126 «Інформаційні системи та технології», 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології», були сформовані шість колективів експертів чисельністю відповідно 8, 15, 16, 12, 16, 10 персон з провідних викладачів випускаючих кафедр. Кожному з експертів був запропонований список альтернатив, що складається з 30 якостей. Після попередньої обробки експертної інформації число з виділенням найбільш значущих альтернатив їх число було зменшено до 10. Наближений алгоритм Литвака було реалізовано в таблицях MS Excel без застосування спеціальних систем комп'ютерної алгебри. Час розрахунку на стандартній обчислювальній платформі не перевищив 48 мс з 10-ма альтернативами та 2,4 с з повним набором 30-ти вихідних альтернатив. Вірність розрахунку була перевірена з використанням комплексу Matlab-програм, заснованих на вирішенні задачі пошуку медіани Кемені як задачі цілочисельного програмування з використанням методу гілок та меж [8]. Результати розрахунку цілком співпадають, при цьому Matlab-програми витрачають на вирішення задачі приблизно в 2 рази більше процесорного часу.

Таким чином, встановлено, що наближений алгоритм Литвака дозволяє отримати медіанне ранжирування Кемені з мінімальними обчислювальними витратами. Результати дослідження дозволяють рекомендувати наближений алгоритм Литвака обчислення медіани Кемені для використання в задачах пошуку колективного ранжирування в задачах великої розмірності.

1. Cook W.D. Priority ranking and consensus formation. / W.D. Cook, L.M. Seiford // Management Science. – 1978. – Vol. 24. – No. 16. – PP. 1721-1732.
2. Волошин О. Ф. Моделі та методи прийняття рішень / О. Ф. Волошин, С. О. Мащенко. – К. : ВПЦ "Київський університет", 2010. – 336 с.
3. Bury H. Application of Kemeny's Median for Group Decision Support / H. Bury, D. Wagner

// In: Yu X., Kasprzyk J. (eds.): Applied Decision Support with Soft Computing / Studies in Fuzziness and Soft Computing. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2003. – Vol.124, – PP.235-262.

4. Cook W.D. A general framework for distance-based consensus in ordinal ranking models / W.D. Cook, M. Kress, L.M. Seiford // European Journal of Operational Research. – 1997. – Vol. 96. – Iss. 2. – PP. 392-397.

5. Литвак Б.Г. Экспертная информация: Методы получения и анализа / Б. Г. Литвак. – М.: Радио и связь, 1982. – 184 с.

6. Kemeny, J. Mathematics without numbers / J. Kemeny // Daedalus. – 1959. – Vol. 88. – PP. 577-591.

7. Самохвалов Ю.Я. Экспертное оценивание. Методический аспект / Ю. Я. Самохвалов, Е. М. Науменко. — Киев: ДУИКТ, 2007. — 262 с.

8. Compute the median ranking according to the Kemeny axiomatic approach [Електронний ресурс]: – Режим доступу: <https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52235-compute-the-median-ranking-according-to-the-kemeny-axiomatic-approach?focused=3889946&tab=function&requestedDomain=true> (дата звернення 30.12.2017) – Назва з екрана.

УДК 621.316.1

**Кузнецов В.Г. д.т.н., чл.-кор. НАНУ, Тугай Ю.І. д.т.н., с.н.с.,
Нікішин Д.А., аспірант**

(Інститут електродинаміки Національної академії наук України)

ФОРМУВАННЯ УЗАГАЛЬНЕНОГО ПОКАЗНИКА ЯКОСТІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ З ЗАСТОСУВАННЯМ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ

Сучасні системи електропостачання (СЕС) є високотехнологічними системами і мають багаторівневу ієрархічну структуру. В них, внаслідок об'єктивних тенденцій розвитку, постійно підсилюється взаємозв'язок і взаємозумовленість процесів. В зв'язку з появою й широким поширенням нових технологічних процесів та систем, впровадженням джерел розосередженої генерації енергії умови функціонування СЕС все в більшому ступені відрізняються від проектних. Електрична енергія є товаром, який СЕС постачає споживачеві. Кожен споживач розрахований для роботи при певних параметрах електромагнітного поля і тому для його нормальної роботи повинна бути забезпечена необхідна якість електроенергії (ЯЕ).

Традиційно ЯЕ визначається сукупністю її показників, при яких споживачі можуть нормально працювати та виконувати закладені в них функції. Загальноприйнятим є нормування окремих показників ЯЕ шляхом використання стандартів, наприклад, [1]. Але в них нормування окремих показників здійснюється за умови, що в даний момент має місце тільки один вид порушення ЯЕ. Тобто, одночасна дія декількох спотворюючих факторів не розглядається і не враховується.

Тому в роботі [3] був запропонований узагальнений показник ЯЕ, що враховує кумулятивну дію спотворень, які визначаються коефіцієнтами несиметрії напруги за зворотною послідовністю і гармонійних складників напруги:

$$K_c^V = \sqrt{0,250K_{2U}^2 + 0,224 \sum_{n=2}^{\infty} K_{U(n)}^2 / (n\sqrt{n})}, \quad (1)$$

де K_{2U} – коефіцієнт несиметрії напруги за зворотною послідовністю;

$K_{U(n)}$ – коефіцієнт n – го гармонійного складника.

Виходячи з граничного значення коефіцієнта несиметрії напруги $K_{2U} = 2\%$, які наведені в стандарті, було отримано граничне значення узагальненого показника $K_c^V = 1\%$, тобто для нормального режиму роботи електроустаткування необхідно $K_c^V \leq 1\%$. Таким чином показано, що при сумісній дії двох спотворюючих факторів необхідне їх більш жорстке обмеження у порівнянні з нормами, що використовуються окремо. Це важливий висновок, оскільки ринок електроенергії розглядає проблему ЯЕ з точки зору ефективності роботи як основного обладнання енергосистем, так і користувачів електроенергії.

Але якщо звернутися до аналізу, в процесі якого було отримано коефіцієнти в виразі (1), то можна побачити, що були використані усереднені значення для асинхронних двигунів і синхронних машин. В той же час при вирішенні задачі оптимізації режиму конкретної СЕС за критеріями зменшення втрат та покращення ЯЕ [2] необхідно використовувати значення узагальненого показника ЯЕ саме для цієї системи, до якої підключено відповідну категорію споживачів.

Крім того при традиційному застосуванні стандартів задача оцінки ЯЕ спрощується до бінарного логічного висновку. Тобто можна зробити висновок про відповідність або не відповідність ЯЕ встановленим нормам, але не має можливості визначити, в якій мірі показники ЯЕ відповідають цим нормам. Це істотно знижує інформативність оцінки ЯЕ і не дозволяє в повній мірі відстежити динаміку зміни ПКЕ в процесі оптимізації. Зазначені питання можна зняти, застосувавши нечіткий підхід [4] при оцінці ЯЕ.

При нечіткому підході ступінь відповідності нечітких значень ЯЕ нечітким нормам ЯЕ можна оцінити по їх перетину.

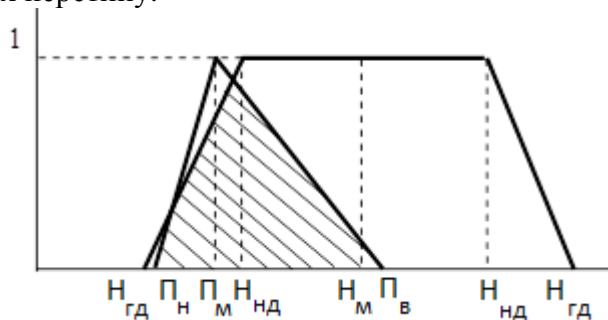


Рис. 1. Нечітке нормування ЯЕ

На рисунку:

- $H_{ГД}$, $H_{НД}$, $H_{М}$ – значення норм ЯЕ, відповідно: гранично допустимі, нормально допустимі, модальне;
- $P_{Н}$, $P_{В}$, $P_{М}$ – значення показника ЯЕ, відповідно: нижнє, верхнє, модальне.

Перетин нечітких чисел в загальному випадку має функцію приналежності, відмінну від трикутної (рис. 1) і висоту $h \neq 1$. Ступінь відповідності показника нормі можна оцінити по площі фігури, утвореної функцією приналежності перетину. Тоді функція приналежності відповідності нечіткого ЯЕ нечітким нормам ЯЕ може бути представлена у вигляді

$$\mu_{ЯЕ} = S / S_{ПЯЕ}$$

Перетин нечіткого інтервалу з сігнлтоном можна оцінити не по площі перетину фігур під функціями належності, а за виразом

$$\mu_{ЯЕ} = \min(\mu_{НЯЕ}, \mu_{ПЯЕ})$$

Таким чином, можна отримати набір значень функцій приналежності відповідності

нечітких показників ЯЕ нечітким нормам КЕ для довільного показника якості електроенергії.

Був проведений аналіз моделі узагальненого показника якості електроенергії з урахуванням нечіткості інформації щодо значень коефіцієнтів впливу окремих показників якості, що входять до його складу. Показано, що за умов нечіткості коефіцієнтів моделі доцільно використовувати на практиці ідентифікацію стану роботи електроустаткування за трьома класами: «нормальний», «з можливістю додаткових втрат електроенергії і без зниження терміну роботи», «з суттєвими втратами електроенергії і зниженням терміну роботи». При визначенні границь класів врахована невизначеність вимірювання окремих показників якості, що входить до складу узагальненого показника. Оскільки операції над нечіткими множинами однозначно проектується на операції з їх функціями приналежності, то можна записати для узагальноної характеристики ЯЕ :

$$ЯЕ = \bigcap_{i=1}^{N_{ПЯЕ}} ПЯЕ_i; \quad \mu_{ЯЕ} = \min_i(\mu_{ЯЕ_i}) \quad (2)$$

де $N_{ПЯЕ}$ - число розглянутих локальних показників якості. Узагальнений показник, що оцінює якість електроенергії буде числом з діапазону [0, 1].

Вираз (2) відображає найпростіший підхід до формування узагальненого показника якості електроенергії. Але якщо для конкретної СЕС структурувати показники якості системою пріоритетів задачі, то за допомогою алгоритмів нечіткого виводу Сугено або Мамдані можна знайти більш адекватне значення узагальненого показника якості.

1. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения: ГОСТ 13109-97. (Межгосударственный стандарт).
2. Кузнецов В.Г. Оптимізація режимів систем електропостачання з урахуванням впливу джерел спотворення / В.Г.Кузнецов., Ю.І.Тугай, Д.А.Нікішин // Вісник ХНТУСГ ім. Петра Василенка. – 2017. – Вип. 186. – С. 3–4.
3. Кузнецов В.Г. Узагальнений показник якості енергії в електричних мережах і системах / В.Г. Кузнецов., О.Г. Шполянський, Н.А. Яремчук // Технічна електродинаміка. -2011- №3- С.46-52.
4. Mauris G., Lassere V., Foulley L. A fuzzy approach for the expression of uncertainty in measurement // - Measurement. - 2001. - №29. - С. 109-121.

УДК 519.633.2

Мехедов Є. В., студент

(Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна)

ОПТИМІЗАЦІЯ АЛГОРИТМІВ ПОБУДОВИ ЛОКАЛЬНИХ МАП РЕЛЬЄФУ ДЛЯ НАЗЕМНОЇ НАВІГАЦІЇ

У сьогодишньому світі багато уваги приділяється космосу, дослідженню нових планет. У 2012 році на Марс був відправлений марсоход Curiosity. Для нього вирішувалась задача переходу від точки А до точки Б в умовах обмеженої бачимості. Проблема актуально для різних безпілотників, які мають рухатися у заданому напрямку, у випадку коли зв'язок з об'єктом втрачений або обмежений (наприклад

марсоход Curiosity).

Отже є данні марсохода, а саме головними характеристиками візка є його довжина, ширина (незмінювальні характеристики), кут нахилу, кут відхилення від цілі та кути відхилення (кут крену та кут тангажу).

На основі цих даних можна будувати локальну карту.

У роботі [1] розглянуті методи апроксимації функцій багатьох змінних з використанням методів інтерполяції та інтерфлетатії функцій і деякі їх застосування в сучасних комп'ютерних технологіях. Ці методи використовуються з метою побудови рівнянь складових ліній і поверхонь в неявній формі з використанням функцій які належать до заданого класу диференційованості. Завдання побудови неявних рівнянь поверхонь і кривих знаходять широке застосування на практиці. Побудова рівнянь поверхонь в неявній формі з можливістю вибору параметрів моделі поверхні дозволяє отримати математичні моделі поверхонь зі свідомо заданими властивостями. Наприклад побудова математичних моделей аеродинамічних поверхонь з урахуванням не тільки геометричних властивостей але і фізичних властивостей поверхонь, таких як теплопровідність, міцність та інші [2, 3]. Тому доцільним є вирішення цих питань з використанням математичної моделі поверхні за допомогою вибору її параметрів за допомогою деяких критеріїв. Подібний підхід є доцільним при побудові математичних моделей аеродинамічних поверхонь.

1. Сергієнко І. В., Литвин О. Н., Методи обчислювань, орієнтовані на сучасні комп'ютерні технології – Кібернетика і системний аналіз. – 2007 - №1 – с 56 - 72.

2. Снигирев В. Ф., К зачаче аналитического построения поверхностей летательных аппаратов – Авиационная техника - 1983 - №4 – С 100 – 102

3. Снигирев В. Ф., Применение функциональных сплайнов для построения поверхностей летательных аппаратов – Авиационная техника - 1984 - №4 – С 77 – 80

УДК 519.9 : 519.87

**Наконечний О.Г., д.ф.-м.н., професор, Зінько П.М., к.ф.-м.н., доцент,
Шевчук Ю.М., аспірант**

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ПОШИРЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Предметом аналізу є моделі розповсюдження інформації з нестационарними параметрами. В роботах [1] – [2] розглядалися основні аспекти моделювання за допомогою системи нелінійних диференціальних рівнянь процесу поширення інформації, особливостями якого є наявність внутрішнього (міжособистісне спілкування) та зовнішнього (ЗМІ) впливів на індивіда. Постановки задач про гарантоване оцінювання параметрів за результатами спостережень та методи їх розв'язання запропоновані в [3] – [6].

Нехай на інтервалі $t \in [0, T]$ спостерігається вектор функція $x(t) \in R^n$, що є узагальненим розв'язком рівняння:

$$\dot{x}(t) = F(t, x(t))\varphi(t) + f(t, x(t)) + \eta(t),$$

де $F(t, x(t))$ – задана матрична функція розмірності $n \times m$, $f(t, x(t)) \in R^n$ – задана

вектор функція, $\varphi(t) \in R^m, \eta(t) \in R^n$ – невідомі вектор функції.

Припускається також, що $F(t, x(t))$ та $f(t, x(t))$ – обмежені та неперервні на інтервалі $[0, T]$ функції своїх аргументів, функція $\varphi(t) \in Q, t \in [0, T]$, де Q є клас $(k-1), k > 1$ раз неперервно диференційованих вектор функцій для яких існує узагальнена похідна k -го порядку; також припускається, що $\varphi(t)$ та $\eta(t)$ належать деяким відповідним множинам диференційованих з квадратом функцій.

Задача полягає в знаходженні оптимальної в певному сенсі оцінки функції $\varphi(t) \in Q, t \in [0, T]$ при заданих спостереженнях $x(t), 0 \leq t \leq T$ та відомих обмеженнях на функції $\varphi(t)$ та $\eta_1(t) = \int_0^t \eta(\tau) d\tau$.

Припустимо, що $(\varphi(t), \eta_1(t)) \in G$, де множина G задається у вигляді:

$$G = \{(\varphi(t), \eta_1(t)) : \Phi(\varphi(t), \eta_1(t), k) \leq \gamma^2(T)\}$$

$$\Phi(\varphi(t), \eta_1(t), k) = \int_0^T q_1^2(\tau) |\varphi^{(k)}(\tau)|^2 d\tau + \int_0^T q_2^2(\tau) |\eta_1(\tau)|^2 d\tau.$$

Тут $q_i(t), i = 1, 2$ – неперервні функції на $[0, T]$ такі, що при деякому числовому параметрі $c > 0$ виконуються нерівності $q_i^2(t) \geq c, i = 1, 2; \gamma^2(T)$ – відоме число.

Уведемо позначення

$$y(t) = x(t) - x(0) - \int_0^t f(\tau, x(\tau)) d\tau, \quad \psi(t) = \int_0^t F(\tau, x(\tau)) \varphi(\tau) d\tau,$$

$$G_1 = \{\varphi(t) : \Phi(\varphi(t), y(t) - \psi(t), k) \leq \gamma^2(T)\}$$

Означення 1. Функцію $\hat{\varphi}(t), 0 \leq t \leq T$, яка знаходиться з умови $\hat{\varphi}(t) \in \underset{\varphi(t) \in G_1}{\text{Arg min}} \Phi(\varphi(t), y(t) - \psi(t), k)$, назовемо *оптимальною за функціоналом*.

Означення 2. Функцію $\hat{\varphi}_1(t), 0 \leq t \leq T$, що знаходиться з умови:

$$\inf_{\varphi_1(t) \in G_1} \sup_{\varphi_2(t) \in G_1} \|\varphi_1(t) - \varphi_2(t)\| = \sup_{\varphi_2(t) \in G_1} \|\hat{\varphi}_1(t) - \varphi_2(t)\| = \sigma, \quad (1)$$

де $\|\varphi(t)\| = \left\{ \int_0^T |\varphi(\tau)|^2 d\tau \right\}^{1/2}, \quad (2)$

назовемо *гарантованою L_2 -оцінкою* функції $\varphi(t)$, а величину σ – *гарантованою L_2 -похибкою* функції $\hat{\varphi}_1(t)$.

Для прикладу розглянемо математичну модель поширення двох видів інформації у спільноті чисельністю $N = 100$. Позначимо через $x_s(t), s = \overline{1, 2}$ – спостереження за числом суб'єктів, що сприйняли інформацію s -го типу в момент часу $t, 0 \leq t \leq 8$, при невідомих похибках спостереження $\eta_{11}(t)$ та $\eta_{21}(t)$, а також невідомому нестационарному параметрі зовнішнього впливу для першого інформаційного потоку $\varphi(t), 0 \leq t \leq 8$. Тоді процес поширення інформації можна представити у вигляді моделі:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \varphi(t)(100 - x_1(t) - x_2(t)) + 0.003x_1(t)(100 - x_1(t) - x_2(t)) + \eta_{11}(t), \\ \dot{x}_2(t) = (0.15 + 0.001x_2(t))(100 - x_1(t) - x_2(t)) + \eta_{21}(t), \\ x_1(0) = 40, x_2(0) = 10. \end{cases}$$

Розрахувавши гарантовану L_2 -оцінку функції $\varphi(t), 0 \leq t \leq 8$ згідно з формулами (1),(2), на її основі отримаємо прогноз для кількості прихильників першого інформаційного потоку, що зображений на рис.1.

Новизна дослідження полягає в постановці задачі знаходження гарантованих L_2 -

оцінок параметрів математичної моделі з нестационарними параметрами та гарантованих L_2 -похибок для даних оцінок і побудові алгоритмів її розв'язання. Результати числового експерименту дозволяють говорити про практичну важливість даного підходу, зокрема, наведений підхід можна використати і для математичних моделей поширення інформації із спеціальним виглядом зовнішніх впливів.

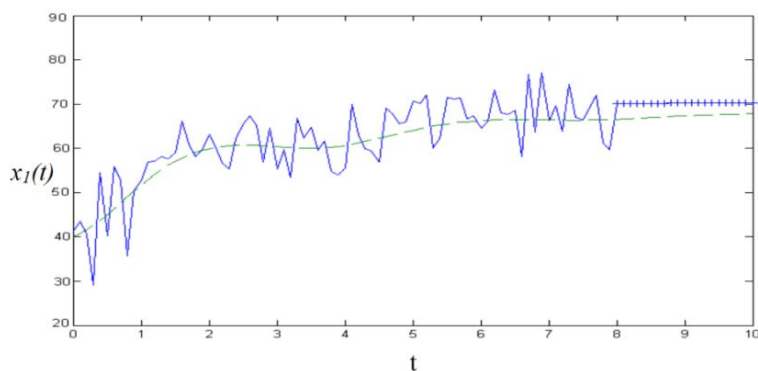


Рис.1. Динаміка прихильників першого інформаційного потоку, де пунктирною лінією зображена кількість прихильників першого інформаційного потоку, суцільною – зображено спостереження $x_1(t)$ на інтервалі $[0,8]$, та позначками «+» – прогноз на інтервалі $(8,10]$.

1. *Наконечний О.Г.* Задачі протиборства в системах з динамікою Гомперца / О.Г. Наконечний, П.М. Зінько // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – №3(120). – 2015. – С.50-60.
2. *Наконечний О.Г.* Математична модель розповсюдження інформації з нестационарними параметрами / О.Г. Наконечний, Ю.М. Шевчук // Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – №3. – 2016. – С.98-105.
3. *Наконечний О.Г.* Прогнозні оцінки в математичних моделях поширення інформації за невизначеностей / О.Г. Наконечний, П.М. Зінько, Ю.М. Шевчук // Системні дослідження та інформаційні технології. – №4. – 2017. – С.54-65.
4. *Nakonechnyi O.* Best-mean estimates in models of information confrontation / Oleksandr Nakonechnyi // Abstracts XXIV International Conference “Problem of decision making under uncertainties”. – Cesky Rudolec, Czech Republic. September 1–5. – 2014. – PP.114–115.
5. *Nakonechnyi O.* Estimates of unsteady parameters in model of information confrontation / Oleksandr Nakonechnyi, Petro Zinko // Abstracts XXVIII International Conference “Problem of decision making under uncertainties”. – Brno, Czech Republic. August 25–30. – 2016. – PP.82–83.
6. *Nakonechnyi O.* Guaranteed predictive estimation in models of information confrontation / Oleksandr Nakonechnyi, Petro Zinko, Iuliia Shevchuk // Abstracts XXX International Conference “Problem of decision making under uncertainties”. – Vilnius, Lithuania. August 14–19. – 2017. – PP.91–92.

Секція 5. ПРОБЛЕМИ АВТОМАТИЗАЦІЇ, КЕРУВАННЯ, ОПТИМІЗАЦІЇ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ТЕХНІЧНИХ, ТЕХНОЛОГІЧНИХ, ТЕХНОГЕННИХ ТА ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

УДК 621.182.12

Гаращенко В.І., Дейнека О.Ю., Гаращенко О.В.

(Національний університет водного господарства та природокористування, м.Рівне, Україна)

РОЗРАХУНОК СПІВВІДНОШЕННЯ РАДІУСІВ КОРПУСА ТА ПОЛЮСА МАГНІТНОГО ФІЛЬТРА

Відоме застосування магнітного методу осадження забруднюючих домішок в намагніченій феромагнітній фільтруючій загрузці [1,2]. Перевагою даного методу є висока швидкість фільтрування рідких середовищ, до 300м/год, а при фільтруванні висококонцентрованих середовищ, наприклад стічних вод металургії, де концентрація заліза досягає 80-120мг/дм³ - до 1000м/год [1,2]. Крім того, метод дозволяє очищати рідкі середовища з температурою до 500°С, а регенерація фільтруючої загрузки проводиться без використання хімічних реагентів. Осадження домішок відбувається в намагніченій феромагнітній фільтруючій загрузці. В точках контакту гранул загрузки створюється магнітне поле з градієнтом $\approx 1 \times 10^{12} - 1 \times 10^{14} \text{ A}^2/\text{м}^3$. Такі умови дозволяють осаджувати в загрузці домішки розмірами 0,01-10мкм [1,2,3].

Реалізація даного методу здійснюється в магнітних (електромагнітних) фільтрах. Немагнітні циліндричні корпуса 1 заповнюються, як правило, гранульованою феромагнітною фільтруючою загрузкою 2, а на зовнішній поверхні корпусів розміщують намагнічуючу систему у вигляді електромагнітів (котушка+магнітопровід), полюса яких бічною поверхнею прилягають до корпусів фільтра. Корпуса з електромагнітами конструктивно формують таким чином, що вони утворюють замкнений магнітний контур з феромагнітною фільтруючою загрузкою.

Для раціонального використання магнітного потоку, що створюється електромагнітною (магнітною) системою фільтра необхідне виконання умови $S_1=S_2$ (рис.1).

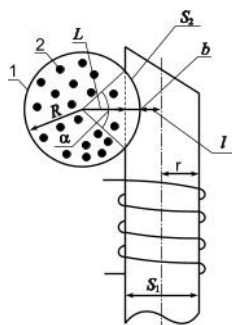


Рис.1. Схема для розрахунку співвідношення радіусів корпуса та осердя магнітного фільтра

У випадку $S_1 < S_2$, осердя полюса електромагніта буде працювати в режимі магнітного перенасичення і середнє значення індукції магнітного поля, в об'ємі пористої феромагнітної загрузки 2, буде менше необхідного розрахункового значення. У випадку $S_1 > S_2$ площа поверхні осердя магніта не зможе пропустити увесь магнітний

потік, що генерується намагнічуючою системою.

Виконаємо простий розрахунок:

$$S_1=S_2 \text{ (1); } S_1=\pi r^2 \text{ (2); } S_2 \cong \pi a \cdot b \text{ (3); } a = \alpha R = 2 \arccos\left(\frac{L}{R}\right) \cdot R, \quad (1)$$

де a і b - довжини великої і малої півосей еліпса;

$$b = 2\sqrt{r^2 - l^2} \text{ (5); } S_2 = 4\pi \cdot \arccos\left(\frac{L}{R}\right) \cdot R\sqrt{r^2 - l^2}, \quad (2)$$

Використовуючи наведені співвідношення, отримуємо:

$$4R \int_0^{\arccos\frac{L}{R}} \sqrt{r^2 - (r - R \cos \alpha + L)^2} d\alpha = \pi r^2, \quad (3)$$

Розв'язання рівняння (3) дозволяє встановити залежність характерного розміру l від радіуса r осердя тангенціального електромагніта.

На рис.2. зображено графіки залежності характерного розміру l від радіуса r осердя тангенціального електромагніта.

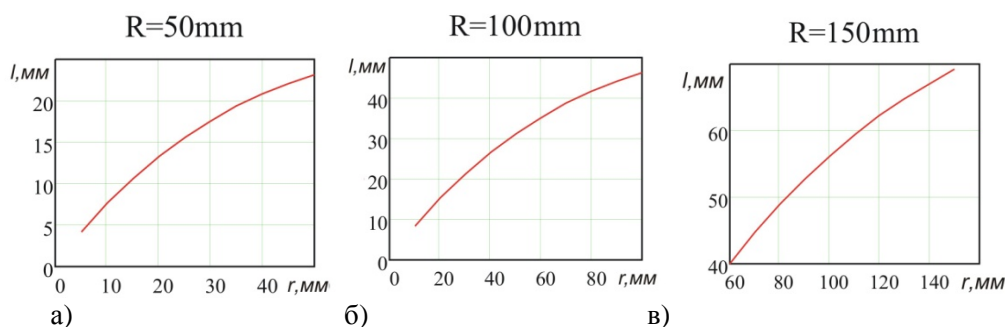


Рис.2. Залежність характерного розміру l від радіуса r осердя тангенціального електромагніта

1. *Гаращенко В.И.* Исследование активных параметров процесса магнитной очистки водных сред теплоэнергетики / Гаращенко В.И., Астрелин И.М., Гаращенко А.В. // *Вода и экология: проблемы и решения.* СПб., №4, 2014, с.10-24.

2. *Сандуляк А.В., Гаращенко В.И.* // *Электромагнитные фильтр-осадители.* Львов. «Вища школа» 1982. 72с.

3. *Гаращенко В.И.* Осаждение дисперсной фазы примесей жидких сред в намагнитченной ферито-ферромагнитной загрузке /Гаращенко В.И., Гаращенко А.В., Лукьянчук А.П. // *Журнал физической химии,* №4, т.86, 2012, с.685-688.

УДК 621.182.12

Гаращенко О.В., Гаращенко В.І., Древецька В.В.

(Національний університет водного господарства та природокористування, м.Рівне, Україна)

АНАЛІТИЧНЕ ОБГРУНТУВАННЯ ПРОЦЕСУ ОСАДЖЕННЯ МАГНІТНИХ ДОМІШОК В НАМАГНІЧЕНИХ ФЕРОМАГНІТНИХ ЗАГРУЗКАХ

Водні середовища різних галузей промисловості (теплової, атомної енергетики, металургії, хімічної промисловості) внаслідок неперервної корозії та зносу обладнання збагачуються домішками продуктів корозії. Дослідами засвідчено, що значна частина

цих домішок, до 70-90%, володіють магнітними властивостями. Для їх видалення з водних середовищ перспективним є метод осадження магнітних домішок в намагнічених феромагнітних загрузках.

Встановлено, що на магнітну частинку, яка знаходиться в неоднорідному магнітному полі, діє пондеромоторна (магнітна) сила. Магнітна сила, що діє на частинку, визначається потенціальною енергією, набутою частинкою під час її намагнічування.

Якщо розміри осаджуваної частинки незначні, то напруженість магнітного поля і градієнт модуля напруженості приймають однаковими в об'ємі W , тоді:

$$F_M = \mu_0 \cdot \chi_T \cdot W \cdot H \cdot \text{grad} H, \quad (1)$$

μ_0 – абсолютна магнітна проникність вакууму; χ_T – магнітна сприйнятливості частинки; H – напруженість магнітного поля.

Відомо, що магнітна сприйнятливості χ феромагнітних матеріалів може в сотні тисяч разів перевищувати магнітну сприйнятливості парамагнітних речовин. Відповідно пондеромоторна сила F_M , що діє на феромагнітне тіло в неоднорідному магнітному полі, буде в сотні тисяч разів більше сили, що діє на тіло з парамагнітного матеріалу. На цьому засновано очищення водних (рідких) середовищ від магнітних домішок в намагнічених феромагнітних фільтруючих загрузках. Розглянемо інші сили, окрім магнітної, які діють на рухомі магнітні домішкові частинки у водному середовищі. До них відноситься сила опору рідкого (водного) середовища, яка пропорційна відносній швидкості частинки і виражається формулою Стокса.

$$F_c = 3\pi d \eta (\bar{V} - \bar{V}_q) K_q, \quad (2)$$

де d – еквівалентний ефективний діаметр частинки; η – динамічна в'язкість рідини (водного середовища); \bar{V}, \bar{V}_q – швидкості рідини і частинки; $\bar{V} - \bar{V}_q = V_n$ – середня швидкість рідини в порових прошарках; K_q – динамічний коефіцієнт форми частинки (для частинки з співвідношенням осей 0,25-4 K_q).

Для високодисперсних частинок використання формули Стокса має певні обмеження. При доведенні цієї формули вважалось, що не існує стрибка швидкості у поверхні частинки, тобто прилеглий до цієї поверхні нескінченно тонкий шар середовища нерухомий по відношенню до частинки. Це твердження справедливе, якщо товщина граничного шару, в якому відбувається зміна швидкості у поверхні частинки, набагато більша довжини вільного пробігу молекул середовища. В цьому випадку внаслідок багатократних зіткнень молекул по товщині граничного шару забезпечується поступова зміна швидкості. Для високодисперсних частинок товщина граничного шару співмірна з розміром частинок і з довжиною вільного пробігу. Для таких частинок припущення про нерухомість тонкого шару рідини несправедливе. Навпаки, у поверхні частинки має місце стрибок швидкості, що еквівалентно прослизанню частинки відносно середовища.

Завдяки прослизанню опір руху кулькоподібної мікрочастинки повинен зменшуватись. Це враховано у вигляді поправки до формули Стокса, яка була розрахована Кенінгемом.

$$F_c = \frac{3\pi d \eta V_n K_q}{(1 + A \cdot l_m / 0,5d)}, \quad (3)$$

де l_m – еквівалентна довжина вільного пробігу молекул. Стала A залежить від властивостей поверхні частинки. Так, для шорстких кулькових частинок $A=0,7$. Розрахунки показують, що поправка Кенінгема має значення для частинок еквівалентним діаметром не більше 1 мкм.

Наступний крок в розширенні області використання аналітичних формул при розрахунку опору руху кулькових частинок зробив Осеєн. Він використав формулу Стокса, в якій частково врахував інерційні члени.

$$F_c = 3\pi d \eta V_n K_q \left(1 + \frac{3}{16} R_e \right), \quad (4)$$

Формула Осеєна застосовується в більш широкому діапазоні чисел Рейнольдса, ніж формула Стокса. Експериментальні дослідження засвідчують, що формула Осеєна застосовується при $R_e < 1$. На магнітне осадження феромагнітних частинок в намагніченій кульковій загрузці, окрім магнітної, стоксової сили, впливають додатково сили тяжіння, виштовхування, інерційна сила.

Запишемо ці сили в загальному вигляді:

$$\text{інерційна:} \quad \bar{F}_i = \rho_q \cdot W \cdot d\bar{V}_q / dt, \quad (5)$$

$$\text{тяжіння:} \quad \bar{F}_m = \rho_q \cdot W \cdot \bar{g}, \quad (6)$$

$$\text{виштовхувальна:} \quad \bar{F}_e = -\rho_p \cdot W \cdot \bar{g} \quad (7)$$

де ρ_q, ρ_p – густина частинки і рідини; g – прискорення вільного падіння; W – об'єм частинки.

З врахуванням всіх сил, запишемо в загальному вигляді рівняння:

$$m_q \frac{d\bar{V}}{dt} + \bar{F}_m + \bar{F}_o + \bar{F}_m + \bar{F}_e = 0 \quad (8)$$

Для визначення основних параметрів магнітного осадження виконана порівняльна оцінка немагнітних сил F_c, F_i, F_m, F_e у випадку знаходження частинки в приконтатній зоні намагнічених феромагнітних гранул. При оцінці сил, враховуючи, що основна маса домішкових частинок мають розміри > 1 мкм, а число Рейнольдса > 1 , поправки Кенінгема і Осеєна не враховуються.

Запишемо:

$$\bar{F}_i \approx (\pi d^3 / 6) \rho_q \cdot V_n^2 / 2r_0 \quad (9)$$

де r_0 – радіус зони магнітного захвату.

Значення результуючих двох сил F_m, F_e складає

$$F_{m.e.} = \pi(\rho_q - \rho_p) \cdot d^3 \cdot g / 6, \quad (10)$$

$$F_c \approx 3\pi d \cdot \eta \cdot V_n. \quad (11)$$

Розрахунки засвідчують, що при очищенні рідин від домішкових частинок розміром до 50 мкм інерційними силами F_i можемо знехтувати, оскільки вони на 2-8 порядків менші стоксових сил F_c . Видно, що сили $F_{m.e.}$ в порівнянні з F_c значно менші в широкому інтервалі розмірів частинок, тому їх також можна не враховувати при очищенні рідких середовищ. З врахуванням вищенаведеного аналізу рівняння (8) запишемо:

$$m_q \frac{d\bar{V}_q}{dt} + \bar{F}_m + \bar{F}_c = 0 \quad (12)$$

При наявності основної маси високодисперсних домішкових частинок, інерційні сили будуть ще менші, при цьому рівняння (12) запишеться:

$$\bar{F}_m + \bar{F}_c = 0 \quad (13)$$

Тоді умова магнітного осадження (захвату) в скалярному вигляді матиме вигляд:

$$\bar{F}_m \geq \bar{F}_c \quad (14)$$

З врахуванням (1) і (2) умову (14) запишемо:

$$\frac{1,33 \cdot 10^{-7} \chi_m \cdot W \cdot HgradH}{d\eta (\bar{V} - \bar{V}_q) K_q} > 1 \quad (15)$$

Грицук І.В.¹, д.т.н., професор, Волков В.П.², д.т.н., професор, Грицук Ю.В.³, к.т.н., доцент, Волков Ю.В.², аспірант

¹ Херсонська державна морська академія, м. Херсон, Україна,

² Харківський національний автомобільно-дорожній університет, м. Харків, Україна,

³ Донбаська національна академія будівництва і архітектури, м. Краматорськ, Україна)

РЕАЛІЗАЦІЯ МОНІТОРИНГУ СУДНОВИХ ЕНЕРГЕТИЧНИХ СИСТЕМ З ВИКОРИСТАННЯМ БОРТОВИХ ІНФОРМАЦІЙНО-ДІАГНОСТИЧНИХ КОМПЛЕКСІВ

Закордонні системи Schmitz Cargobull (Trailerconnect), TMD (TEXA Mobile Diagnostics), Caretrack (Швеція, **Volvo Construction Equipment**), ruDi (Німеччина, Fritz Rensmann Maschinenfabrik (Дортмунд)), Dynafleet, GM OnStar, Caterpillar, ДЛН-системи (США), *Mycarevent* (ЄС), *MRLN* (США) [1] дозволяють здійснювати моніторинг, контроль та керування транспортними засобами (ТЗ) за наявності мереж GPRS/GSM. Саме таку тенденцію забезпечують виробники ТЗ та розробники сучасних систем моніторингу. Метою є організація моніторингу параметрів технічного стану під час експлуатації ТЗ, керування працездатністю ТЗ, забезпечення сервісу тощо. Реалізація забезпечується за рахунок комунікацій між транспортним засобом і віддаленим комп'ютером робочого місця системи керування [1, 2]. Але для більшості систем (як названих, так і менш поширених) основним недоліком можна вважати відсутність оцінки спектру сучасних умов експлуатації ТЗ при взаємодії з визначенням параметрів технічного стану ТЗ.

Аналогічні питання можуть виникати при застосуванні систем моніторингу, діагностики та управління працездатністю на водному транспорті. Крім того, виникає необхідність враховувати специфіку суднових енергетичних систем (СЕС), як складних об'єктів [3]. Причиною цього можна вважати різноманітність і складність обладнання, що побудовано і працює за різними фізичними принципами (механічні, електромеханічні, гідравлічні, електронні тощо); суттєвою складністю обладнання і режимами його роботи; обмеженими можливостями відновлення суднового устаткування через недостатню кількість і невисоку кваліфікацію обслуговуючого персоналу тощо.

Відповідно до Регламенту радіозв'язку для забезпечення стійкого зв'язку з наземними технічними службами використовуються встановлені на морських і річкових суднах системи передачі даних на базі рухомого, фіксованого або радіомовного супутникового зв'язку, наприклад ИНМАРСАТ (стандарти С, М, Fleet, BGAN), Iridium, Globalstar, Orbcomm тощо [4, 5]. Така реалізація забезпечується використанням на об'єктах транспортного призначення систем моніторингу і діагностування таких виробників, як «General Electric» (Великобританія), «Mitsubishi» (Японія), «Siemens» (Німеччина), «Alstom» (Швейцарія) тощо [5].

Комп'ютерні мережі систем моніторингу СЕС водного транспорту дозволяють визначати наступні параметри технічного стану: параметри головного двигуна (ГД); параметри допоміжного котла; параметри допоміжних дизелів електростанції; електричні параметри поточного стану генераторів; контроль рівнів палива, мастила, води в паливних, витратних, водяних танках і танках питної води; контроль різних напруг суднової мережі, а також стану напруги суднових акумуляторних батарей;

контроль роботи механізмів, що забезпечують роботу ГД (паливних, масляних насосів, насосів охолоджуючої води 1- та 2-го контурів, турбіни) тощо. Після передачі даних, що відповідають поточному стану системи, на віддалений стаціонарний пункт, команди від якого приймаються системою керування судном для управління. Однак, такий моніторинг має недоліки, серед яких слід окремо виділити наступні: не виділення приймача глобальної навігаційної супутникової системи (GPS) як основного компоненту моніторингу; не передбачено можливість фрагментарного зчитування вмісту «чорного ящика», в якому зберігаються зібрані дані від різних пристроїв контролю параметрів СЕС з боку пунктів моніторингу по каналах супутникового зв'язку тощо [4, 5].

Аналіз публікацій дозволив визначити, що, хоча питанням дослідження систем моніторингу і діагностування та обслуговуючих їх систем передачі даних приділяється значна увага, питання поліпшення характеристик судових систем моніторингу присвячено обмежена кількість робіт. Причиною цього можна вважати особливості та труднощі вирішення практичних завдань оптимізації експлуатаційних показників таких систем [4, 5].

Забезпечення моніторингу стану СЕС вимагає поєднання самого процесу моніторингу параметрів технічного стану з використанням електронних картографічних навігаційно-інформаційних систем з електронними мапами (ECDIS) при під'єднанні до систем керування суден. Це дозволяє з одного робочого місця керувати ресурсами ходового містка, тобто на одному інформаційному електронному екрані судоводій має можливість в реальному режимі часу спостерігати положення свого судна на електронній мапі одночасно відносно навігаційних небезпек, рухомих і нерухомих об'єктів, вирішувати завдання вибору оптимального та безпечного маршруту руху і бачити параметри СЕС.

Перехід від принципів експлуатації СЕС за призначеними ресурсними показниками до експлуатації за технічним станом систем дозволить досягти високих техніко-економічних показників експлуатації СЕС. Але такий перехід вимагає вирішення концептуальних проблемних питань організації моніторингу в необхідному обсязі.

Віртуальне підприємство з експлуатації транспорту «ХНАДУ-ТЕСА» [1] добре зарекомендувало себе та підтвердило можливості дистанційного використання для моніторингу стану ТЗ у складі бортових інформаційно-діагностичних комплексів (БІДК), дослідження діагностичних параметрів і визначення працездатності ТЗ при їх експлуатації в умовах інформаційних можливостей ITS з використанням ІПК «Віртуальний механік «HADI-12»», «Service Fuel Eco «NTU-HADI-12»», «**MonDiaFor** «HADI-15», «IdenMonDiaOperCon «HNADU-16»» [1] і, відповідно, може буде адаптовано для роботи СЕС.

Грунтуючись на наведеному вище, можна прогнозувати подальший розвиток систем моніторингу параметрів технічного стану ТЗ у складі БІДК. В якості основних напрямків можна визначити наступні: розвиток систем з відкритою модульною архітектурою моніторингу, адаптованою під ТЗ, що дозволить стандартизувати діагностику для різних видів ТЗ і використовувати інтелектуальні модулі обслуговування при дистанційному визначенні потреби в технічному обслуговуванні і ремонті (ТО і Р) для конкретного ТЗ; розробка й застосування більш ефективних алгоритмів діагностики несправностей і обґрунтування операцій ТО і Р агрегатів і систем різних виробників; розвиток алгоритмів, що застосовуються у бортових блоках керування, для більш точної оцінки стану ТЗ, діагностики несправностей у реальному часі й одержання більш повної й точної інформації про причини несправностей.

В.П. Матейчик, П.Б. Комов, І.В. Грицук, М. Смешек, Т.В. Волкова, М.П. Цюман / Під ред. Волкова В.П. – Харків: Вид-во НТМТ, 2015. – 246 с.

2. *Говорущенко Н.Я.* Системотехніка транспорту / Н.Я. Говорущенко, А.Н. Туренко. – Харків: РІО ХГАДТУ, 1999. – 468 с.

3. *Вычужанин В.В.* Информатизация дистанционного диагностирования состояния сложных технических систем [Текст] / В.В. Вычужанин, С.Н. Коновалов // Информатика и математические методы в моделировании, 2016. – Том 6, №1. – С. 303-311.

4. *Шibaева Н.О.* Основные проблемы и концепции автоматизации структуры системы дистанционного мониторинга судовых технических систем [Текст] / Н.О. Шibaева, В.В. Вычужанин // Материалы IV международной научно-практической конференции «Информационные управляющие системы та технології», Одесса, 2015. – С. 84-86.

5. *Доронін В.В.* Радіонавігаційні прилади та системи: посібник для вищих морських навчальних закладів / В.В. Доронін // – Київ : КДАВТ, 2007. – 472 с.

УДК 681.51

Данченков Я.В., к.т.н., доцент, Герус Л.П., магістрант

(Національний університет водного господарства та природокористування, м.. Рівне, Україна)

ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ СПІВВІДНОШЕННЯ ГАЗ-ПОВІТРЯ КОТЛОАГРЕГАТУ З КОРЕКЦІЄЮ ПО КАЛОРИЙНОСТІ ВИХІДНИХ ГАЗІВ

На сьогоднішній день, газ який потрапляє до споживачів не має постійного складу тому що є сумішшю газів [1]. Основний показник якості природного газу це теплота згоряння або калорійність. Відповідно чим вища калорійність, тим менший обсяг газу необхідно витратити для нагрівання. Внаслідок цього однією з основних задач системи автоматичного регулювання (САР) котла є забезпечення оптимального використання палива при оптимальній подачі повітря, а на виході отримання максимального значення нагрівання теплоносія. При цьому потрібно враховувати якісний склад палива.

У зв'язку з вищепереліченим було розроблено та досліджено дві системи автоматичного регулювання з використанням:

- 1) залежності вихідної температури пари від співвідношення газ-повітря;
- 2) залежності вихідної температури пари від калорійності вихідних газів.

Використавши експериментальні дані відносно залежності ККД від співвідношення газ-повітря, стало можливим здійснити дослідження взаємопов'язаної системи автоматичного регулювання парового котла. Моделювання було проведено в середовищі Matlab пакеті Simulink.

Для детальнішого вивчення питання було здійснено моделювання САР температури від співвідношення газ-повітря і отримана перехідна характеристика.

В ході дослідження було проведено експеримент зміни температури в часі відносно калорійності вихідних газів.. На основі експериментальних даних була побудована залежність температури в часі відносно калорійності вихідних газів (рис.1). Також був промодельований контур регулювання температури вихідної пари від калорійності вихідних газів та отримана перехідна характеристика.

На основі даних перехідних характеристик та експериментальних даних зміни температури в часі від калорійності вихідних газів було

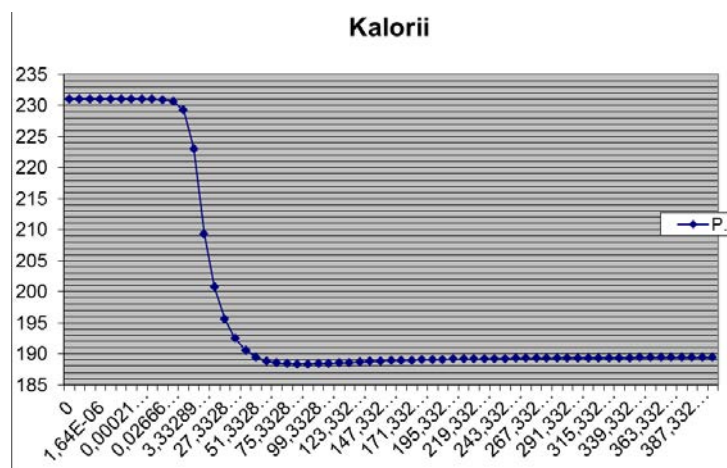


Рис.1. Графік зміни температури в часі відносно калорійності вихідних газів.

побудовано тривимірний графік зміни таких параметрів в часі, як температура та калорійність вихідних газів (рис.2).

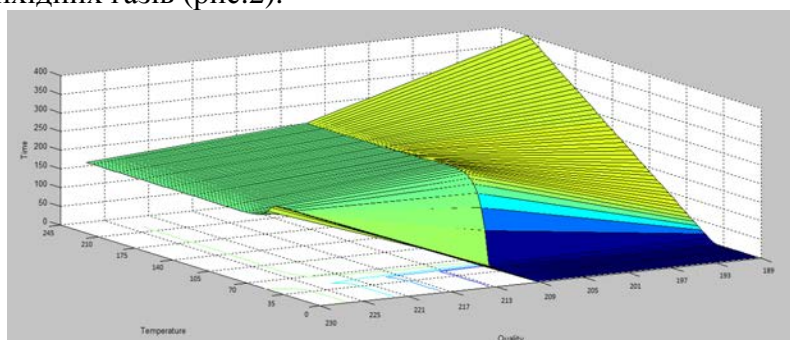


Рис.2. 3-D модель залежності температури вихідної пари в часі від калорійності димових газів.

З рис.2 видно що при температурі вихідної пари, яка становить 230 °С калорійність димових газів стає мінімальною 189 Ккал.

Тобто розроблена взаємопов'язана система автоматичного регулювання температури вихідної пари з корекцією за калорійністю вихідних газів, дозволяє досягти максимальне, за показниками ККД котлів марки Е-1-0,9Г які застосовуються для нагрівання теплоносія

1. В. И. Бондаренко, Г. Б. Варламов, И. А. Вольчин, И. Н. Карп, О. В. Колоколов.. Энергетика: история, настоящее и будущее. Т. 1. От огня и воды к электричеству - К., 2005. - 304 с.

УДК 681.5.004.9

Древецкий В.В., д.т.н., професор, Ковела І.М., к.т.н., доцент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна, НУ «Львівська політехніка», м. Львів, Україна)

АДАПТИВНІ СИСТЕМИ АВТОМАТИЧНОГО КЕРУВАННЯ З САМОНАСТРОЮВАННЯМ ПАРАМЕТРІВ

В другій половині 70-х років минулого століття розробники автоматичних систем керування (АСК) отримали в своє розпорядження засоби мікропроцесорної техніки. Це створювало враження, що можна буде реалізувати ідеологію оптимального

адаптивного керування та досягти радикального підвищення якості керування при апріорі невідомій математичній моделі об'єкта, яка до того ж може змінюватися непередбачуваним чином.

Перші серійні мікропроцесорні регулятори з оптимальними адаптивними алгоритмами для систем керування технологічними процесами з'явилися в середині 80-х. Проте практика їх використання не виправдала сподівань і після цього розробники контролерів практично в усіх країнах світу повернулися до традиційних ПІД-алгоритмів, про що свідчать останні каталоги продукції найвідоміших фірм-виробників ПЛК – *ABB, Siemens, Schneider Electric, Honeywell, Foxboro, Yokogawa, Emerson*, тощо. Принципово новим у цих засобах є поява в їх складі модулів автоматизованого настроювання (*auto-tuner*), однак застосовані в цих модулях алгоритми базуються не на теорії адаптації, а переважно на суто прагматичних методах, запозичених з досвіду кваліфікованих налагоджувачів автоматичних систем регулювання.

Аналіз контролерів, що виробляються відомими фірмами, наведений в роботі [1], підтверджує, що практично в усіх сучасних модифікаціях контролерів передбачаються різні варіанти реалізації функції самонастроювання.

Світовий досвід підтверджує доцільність концепції побудови промислових АСК на основі ПІД-регуляторів з застосуванням алгоритмів автоматизованого настроювання. Це пояснюється тим, що ПІД регулятори є близькими до оптимальних для широкого класу об'єктів, а, по-друге, цьому сприяє накопичений фахівцями досить багатий досвід роботи з ними.

Результати синтезу систем на стадії проектування через низку причин (спрощені методи розрахунку параметрів регулятора, які не враховують нелінійності об'єкта, зокрема, майже завжди існуюче обмеження типу “насичення”), як правило, не задовольняють вимог практики. Вони швидше потрібні для попередньої перевірки пропонуваніх структур алгоритмів і систем, а також порівняння альтернативних варіантів. Тому для введення систем в експлуатацію з реальним об'єктом необхідним є настроювання параметрів регулятора, яке може виконуватися *вручну* або *автоматично*, без участі людини (*самонастроювання – Self - Tuning*). Застосовуються також терміни *автонастроювання (Auto – Tuning)*, адаптивне настроювання (*Adaptive Tuning*). Проте наведена термінологія не є стандартизованою.

Водночас настроювання може виконуватися *повністю автоматично* або *за вимогою*, коли людина-оператор є ініціатором цього процесу. Повністю автоматичне настроювання може ініціюватися при настанні заданої наперед умови, наприклад, при зміні навантаження, або неперервно в часі. Автоматичне настроювання, що ініціюється і здійснюється без участі людини, називається адаптацією. Відповідно керування в цьому випадку називається адаптивним керуванням (*Adaptive Control*). При цьому оновлення параметрів регулятора може здійснюватися неперервно лише за певних умов. Термін “адаптація” є більш загальним поняттям, ніж “самонастроювання” і трактується ширше, як пристосування системи до умов середовища, невідомих об'єктів і шляхів досягнення поставленої мети керування.

Адаптивні системи самоприспосовуються в процесі своєї роботи не тільки шляхом самонастроювання параметрів і структури [2], але й більш широким арсеналом засобів аж до використання можливостей штучного інтелекту. Найбільш розповсюдженими є АСК з адаптацією за перехідними характеристиками, з автонастроюваннями за синусоїдальним ідентифікуючим сигналом [3], за частотними характеристиками методом автоколивань [4], та табличним керуванням [2].

1. Ang K.H. and Chong G.C. and Li Y. PID control system analysis, design and technology. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. 13(4): PP. 559-576. <http://eprints.gla.ac.uk/3817/>.
2. Ковела І.М., Древецький В.В., Ковела С.І. Комп'ютеризовані системи керування. Рівне: Овід. – 2017. – С. 672.
3. Ротач В.Я. Теория автоматического управления. М.: Издательский дом МЭИ. – 2008. – С 396.
4. Денисенко В.В. Компьютерное управление технологическим процессом, экспериментом, оборудованием.– М.: Горячая линия – Телеком. – 2009. – С 608.

УДК 621.314.5

Кінчур О.Ф., старший викладач

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

НЕЙРОМЕРЕЖЕВА СИСТЕМА КЕРУВАННЯ ЕЛЕКТРОПРИВОДОМ НАСОСУ

З метою підвищення енергоефективності в системах водопостачання та водовідведення широко застосовуються частотно-керовані електроприводи [2]. Традиційно, такі приводи реалізують скалярний закон керування $U/f^2 = const$, оскільки динаміка електропривода не суттєво впливає на динаміку системи, та забезпечують підтримку заданого значення тиску в диктуючій точці. З метою підвищення енергетичної ефективності таких систем використовують додаткові контури для забезпечення роботи насосу з максимально-можливим ККД, а також зміну закону керування [3].

Для підвищення енергоефективності системи водопостачання та зменшення непродуктивних втрат води в роботі [1] запропоновано в систему стабілізації тиску в диктуючій точці ввести нейропередиктор (рис. 1), задачею якого є корекція заданого значення тиску залежно від споживання.

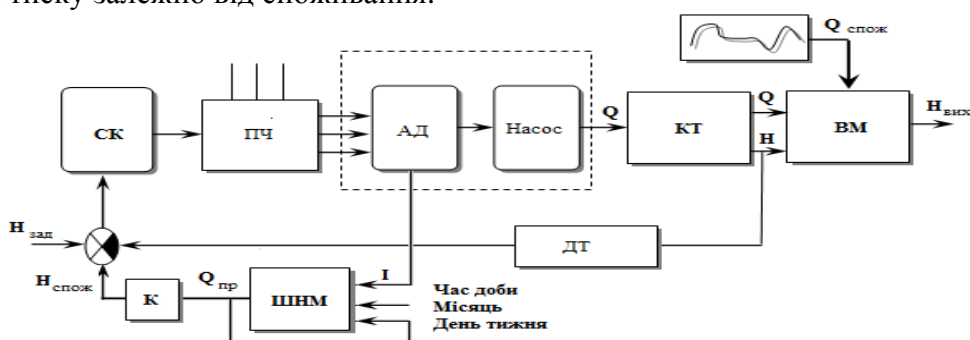


Рис. 1. Структурна схема системи керування з нейропередиктором.

(СК – система керування, ПЧ – перетворювач частоти, АД – асинхронний двигун з к.з. ротором, КТ – короткий трубопровід, ВМ – водопровідна мережа, ДТ – давач тиску, ШНМ – нейропередиктор, К – перетворювач, який узгоджує вихід нейропередиктора з входом системи керування).

Аналіз показників роботи системи «частотно-керований асинхронний електропривід – насос – трубопровід» проведено для реального характеру зміни витрат впродовж

доби, які визначалися за даними знятими щогодини.

Дослідження виконувалися для зміни сигналу завдання тиску пропорційно прогнозованим витратам $H_3 = H_{30} + k_1 Q_{\text{прогн}}$, та пропорційно до квадрату прогнозованих витрат $H_3 = H_{30} + k_2 Q_{\text{прогн}}^2$. Для проведення порівняльного аналізу виконано дослідження традиційної системи з постійним сигналом завдання тиску. Для всіх випадків реалізовано скалярний закон керування .

Отримані динамічні характеристики системи «частотно-керований асинхронний електропривод – насос – трубопровід» в системі регулювання тиску наведено на рис. 2 – 3. Система автоматичного регулювання тиску забезпечує астатичне відпрацювання сигналу завдання тиску (рис. 2). Зменшення напору в системі з прогнозуванням витрат дає змогу зменшити споживання активної потужності електроприводом насосу (рис. 3)

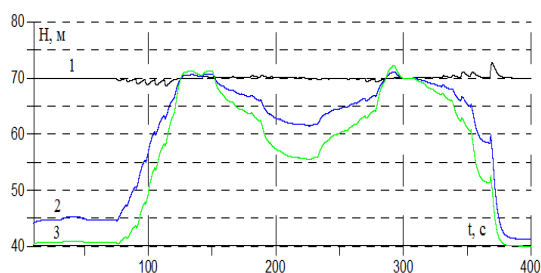


Рис. 2. Напор на виході насосу для законів регулювання:

$$1 - H = \text{const}; 2 - H_3 = H_{30} + k_1 Q_{\text{прогн}};$$

$$3 - H_3 = H_{30} + k_2 Q_{\text{прогн}}^2.$$

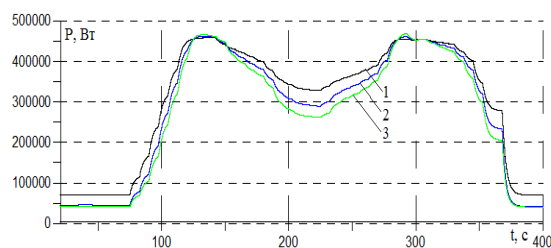


Рис. 3. Споживана активна потужність насосу для законів регулювання:

$$1 - H = \text{const}, 2 - H_3 = H_{30} + k_1 Q_{\text{прогн}},$$

$$3 - H_3 = H_{30} + k_2 Q_{\text{прогн}}^2.$$

Результати виконаних досліджень дають змогу стверджувати, що система керування електроприводом з нейропередиктором дає змогу зменшити споживання активної потужності та збільшити коефіцієнт потужності електроприводу у порівнянні з системою з постійним завданням тиску, причому вищу ефективність має система в якій завдання змінюється пропорційно квадрату прогнозованих витрат.

1. Лозинський А.О. Синтез нейропередиктора системи керування електроприводом насосної станції на основі нейронних мереж прямого поширення сигналу / А.О. Лозинський, О.Ф. Кінчур: Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету. Тематичний випуск. „Проблеми автоматизованого електропривода“. – 2007. – С. 299–300.

2. Попович М.Г. Задачі автоматизації установок водопостачання на основі електромеханічних систем керування / М.Г. Попович, О.І. Кіселичник; Вісник КДПУ імені М. Остроградського. – 2008. – Вип. 3 (50). – Ч. 2. – С. 8–12.

3. Pilchicovs, D. and Dzelzitis, E., 2013. Evaluation of Efficiency Improvement Potential Applying Proportional Pressure Control of Variable Speed Pumps in Water Supply. International Journal of Engineering Science Invention, Vol. 2, Is. 9, pp. 29–38, ISSN (Online): 2319 – 6734, ISSN (Print): 2319 – 6726

УДК 519.633.6

Клюшин Д.А., д.ф-м.н., професор, Тимошенко А.А., аспірант

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

ОПТИМАЛЬНЕ КЕРУВАННЯ ІНТЕНСИВНІСТЮ ТОЧКОВИХ ДЖЕРЕЛ ДЛЯ ЗВОЛОЖЕННЯ ҐРУНТУ

Задача обчислення оптимальної інтенсивності джерел має широке застосування, зокрема для агротехніки та медицини. Пропонується комбінований метод переходу від початкової нелінійної математичної моделі до лінійної відносно обчислюваного параметра [1], з подальшим застосуванням чисельних методів для трьохетапного алгоритму визначення оптимальної потужності [2, 3].

Розглядається задача зволоження обмеженої області ґрунту з відомими початковими умовами, фіксованою вологістю на нижній границі та заданою бажаною функцією вологості у кінцевий момент часу. Загальне рівняння, що описує даний процес, має вигляд:

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[K_x(\omega) \frac{\partial H}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[K_y(\omega) \frac{\partial H}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[K_z(\omega) \frac{\partial H}{\partial z} \right] + \sum_{j=1}^N Q_j(t) \delta(x - x_j) \delta(y - y_j) \delta(z - z_j) - I(\omega, x, y, z, t),$$

$$(x, y, z, t) \in \Omega_0 \times (0, \infty);$$

$$z = z_0, K_z(\omega) - D_z(\omega) \frac{\partial \omega}{\partial z} = \varepsilon(x, y, t);$$

$$z \rightarrow \pm \infty, \omega(x, y, z, t) = \omega_0 = \text{const}, (x, y, z, t) \in \Gamma^0 \times [0, \infty);$$

$$x, y \rightarrow \pm \infty, \frac{\partial \omega}{\partial x} = \frac{\partial \omega}{\partial y} = 0;$$

$$\omega(x, y, z, 0) = \varphi(x, y, z), (x, y, z) \in \bar{\Omega}.$$

За допомогою підстановки Кірхгофа рівняння можна звести до лінійного вигляду (за виконання необхідних умов):

$$L\Theta = \frac{\partial \Theta}{\partial \tau} - \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \eta^2} - \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \zeta^2} + 2 \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} = -f(\xi, \eta, \zeta, \tau) + 2\pi \sum_{j=1}^N q_j(\tau) \delta(\xi - \xi_j) \delta(\eta - \eta_j) \delta(\zeta - \zeta_j), (\xi, \eta, \zeta, \tau) \in \Omega \times (0, \infty).$$

$$\zeta = \zeta_0, \Theta - 0.5 \frac{\partial \Theta}{\partial \zeta} = \varepsilon_0(\xi, \eta, \tau) + \tilde{k}_0;$$

$$\zeta \rightarrow \infty, \Theta = 0; \xi, \eta \rightarrow \pm \infty, \frac{\partial \Theta}{\partial \xi} = \frac{\partial \Theta}{\partial \eta} = 0, (\xi, \eta, \zeta, \tau) \in \Gamma \times [0, \infty).$$

$$\Theta(\xi, \eta, \zeta, 0) = \varphi_1(\xi, \eta, \zeta), (\xi, \eta, \zeta) \in \bar{\Omega}.$$

Дане рівняння досліджується за допомогою чисельних методів. Критерій оптимальності представляється як різниця між значенням вологості, отриманим за даної потужності у кінцевий момент часу та бажаною функцією вологості φ , яка залежить лише від координат.



$$\min_{q_1} \left(\sum_{i=1}^N (\Theta(i, \tau_{end}; q_1) - \varphi(i))^2 + \alpha q_1^2 \right)$$

Середнє лінійне відхилення, отримане в результаті моделювання для лінійної функції вологості, склало 4.66% при параметрі регуляризації рівному 0.01. Для функції вологості у вигляді константи відхилення склало 7.66%.

1. Новосельский С.Н. Расчёт нестационарного влагопереноса при капельном внутриводном орошении / С.Н. Новосельский С.Н. Шульгин // Изв. АН СССР. МЖГ – №4. – Калинин – 1981. – С. 74-81.

2. Lyashko S.I. Identification of point contamination source in ground water / S.I. Lyashko, D.A. Klyushin, V.V. Shevchenko, K. // International Journal of Ecology and Development. – Vol.19. – Nr.F06. – Fall 2006. – PP.36-43.

3. Вабищевич П.Н. Численное решение задачи идентификации правой части параболического уравнения / П.Н. Вабищевич // Известия высших учебных заведений. Математика. – №1 (488). – 2003. – С. 29-36.

УДК 004.942:631.67

**Ковальчук В.П.¹, д.т.н., Демчук О.С.², к.т.н., Демчук Д.О.³, студент,
Войтович О.П.¹, аспірант**

¹Інститут водних проблем і меліорації, м. Київ, Україна

²Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна

³Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ ОДНОМІРНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ВОЛОГОПЕРЕНЕСЕННЯ

Оцінювання вологості ґрунту є одним з широко використовуваних підходів при розробці технологій управління зрошенням та водорегулюванням. Багаточислові моделі вологоперенесення базуються на балансовому одномірному диференціальному рівнянні нестационарного вологоперенесення в ґрунті відносно невідомої функції вологості $\theta(z, \tau)$, яке описує насичено-ненасичений водний потік в ґрунтовому профілі для негетерогенного середовища [1-2] (рівняння Річардса):

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial z} \left[k(z, \theta) \frac{\partial (\psi_m + \psi_p)}{\partial z} - k(z, \theta) \right] - I_\theta, \quad (1)$$

де θ - об'ємна вологість ґрунту, м³ води на м³ ґрунту; ψ_m - капілярно-сорбційний потенціал, векторна сума капілярних і сорбційних сил твердої фази ґрунту та її скелету; ψ_p - потенціал гідростатичного тиску (вище рівня ґрунтових вод рівний нулю); $k(z, \theta)$ - коефіцієнт вологоперенесення (гідралічна провідність ґрунту); I_θ - функція внутрішніх стоків (джерел) вологи, тобто об'єм вологи, який видаляється з одиниці об'єму ґрунту за одиницю часу (в основному це споживання води рослинами та фізичне випаровування, тобто евапотранспірація або сумарне випаровування); вісь z спрямована вниз.

Очевидно, що рівняння (1) не замкнуте і повинно доповнюватись співвідношеннями,

що виражають залежності, індивідуальні для різних типів ґрунтів: $k = k(z, \theta)$, $\psi = \psi(z, \theta)$. Ідентифікація водно-фізичних властивостей ґрунтів для моделі може здійснюватись залежно від наявної вхідної інформації: за даними лабораторних експериментів над зразками ґрунту непорушеної структури з різних горизонтів ґрунтового профілю, що характеризують індивідуальні властивості досліджуваних ґрунтів [3]; при відсутності вказаних ґрунтових зразків за допомогою програми «Rosetta» USDA [4], що базується на напівемпіричній моделі Ван-Генухтена [3], за наявності інформації про гранулометричний склад і щільність складення ґрунту.

Модель розраховує баланс вологи: прихід за рахунок опадів, поливів та підґрунтового зволоження, зростання або зменшення вологості цього шару ґрунту, перетік за межі розрахункового шару під дією гравітації, витрата вологи рослинами і випаровування з ґрунту (евапотранспірація) під дією погодних чинників. Отже, вона потребує поточних і прогнозних погодних даних – випадання опадів і даних для розрахунку поточної і прогнозної евапотранспірації сільськогосподарської культури, яка вирощується на конкретному полі.

Значення евапотранспірації може бути розраховане за наземними даними мережі Гідрометцентру України, Інтернет метеостанцій з використанням відомих розрахункових методик [5-6], а також оцінено методами дистанційного зондування Землі. Найбільш доступний спосіб обчислення значення фактичної та прогнозної евапотранспірації за розрахунковими методиками [5-6] базується на використанні даних погодних сервісів [7-8] про температуру, вологість повітря тощо.

Таким чином, на основі даних прогнозу погоди моделюється вологоперенесення, прогнозується вологість ґрунту, тобто отримуються нові знання про стан вологості ґрунту, на основі яких СППР генерує певне управлінське рішення.

Публікація містить результати досліджень, проведених при грантовій підтримці Держаного фонду фундаментальних досліджень за конкурсним проектом (проект Ф76/95-2017).

1. Дзекунов Н.Е., Жернов И.Е., Файбишенко Б.А. Термодинамические методы изучения водного режима зоны аэрации. М.: Недра, 1987. 177 с.
2. Ковальчук П.І., Пендак Н.В., Ковальчук В.П., Волошин М.М. Системна оптимізація водокористування при зрошенні: монографія. Рівне: НУВГП, 2008. 204с.
3. Коломієць С.С., Яцик М.В., Ковальчук В.П., Пужай О.М. Ґрунтово-гідрофізичне забезпечення математичного моделювання водного режиму меліорованих земель // Меліорація і водне господарство, 2005. Вип. 92. С. 65-75.
4. Rosetta Version 1.0 (Free downloaded program). U.S.Salinity Laboratory ARS-USDA, [Електронний ресурс], URL: <http://www.ussl.ars.usda.gov>, (дата звернення: 10 жовтня 2017).
5. Штойко Д.А., Писаренко В.А., Бичко О.С., Слаженко Л.І. Розрахункові методи визначення сумарного випаровування і строків поливу с.-г. культур // Зрошувальне землеробство, 1977. С. 3-8.
6. Allen R.G., Pereira L.S., Raes D., Smith M. Crop evapotranspiration - Guidelines for computing crop water requirements - FAO Irrigation and drainage paper 56. [Електронний ресурс], 1998, URL: <http://www.fao.org/docrep/X0490E/X0490E00.htm> (дата звернення: 10.12.2017).
7. Sinoptik UA, [Електронний ресурс], URL: <https://ua.sinoptik.ua/>, (дата звернення: 6 листопада 2017).
8. Gismeteo UA, [Електронний ресурс], URL: <https://www.gismeteo.ua/>, (дата звернення: 6 листопада 2017).

(¹Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна;

²Національний авіаційний університет, м.Київ, Україна)

ПРИНЦИПИ ПОБУДОВИ СИСТЕМИ ДІАГНОСТУВАННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СКЛАДНИХ КОНСТРУКЦІЙ

Досвід створення автоматизованих систем діагностування (АСД) технічного обладнання дозволяє визначити ряд основних принципів щодо розробки таких систем. Слід відзначити також, що формулювання і систематизація основних положень дозволяють визначити круг задач, які підлягають вирішенню внаслідок побудови такої АСД [1,2,3].

Можна розглядати АСД як специфічну систему управління, специфіка якої заключається саме в управлінні технічним станом об'єкта діагностування (ОД), і тому при створенні АСД використовуються деякі принципи теорії систем управління та контролю. Отже, АСД є сукупністю об'єкта діагностування, апаратно – програмних засобів та оперативного персоналу.

Включення в систему кожного із названих елементів передбачає їхній взаємозв'язок, взаємний вплив та необхідність узгодження характеристик, що визначає системний підхід до створення засобів діагностування (Див. Рис.1). Це обумовлює необхідність монтування первинних перетворювачів в конструкцію ОД, розробки автоматизованих методів діагностування, а також засобів, здатних надійно функціонувати в умовах експлуатації та своєчасно видавати оператору інформацію у зручній формі, а також вимагає узгодження енергетичних та часових характеристик елементів АСД.

Конструкція і технологічне призначення об'єкта визначає структуру АСД: види основних та допоміжних діагностичних параметрів, їхні граничні рівні вимірювання та частотні властивості; необхідну точність вимірювання та розрахунку діагностичних критеріїв; вид зв'язку та топологію системи; алгоритми діагностування об'єкта і його структурних одиниць; можливу глибину і точність діагностування; місце знаходження і умови роботи оператора.

В якості ОД розглядаємо сталеві конструкції затворів гідротехнічних споруд з єдиним центром управління. Для цих об'єктів розроблені зовнішня система діагностування (СД) та дві вмонтовані СД, що призначені для функціонування у складі об'єктів технологічного обладнання в умовах експлуатації.

Первинність мети та методів для синтезу апаратно – програмних засобів очевидні. Метою діагностування є отримання інформації про технологічний стан ОД, на основі якої здійснюється локалізація відмов і прогнозування залишкового ресурсу, а в ряді випадків здійснюється вплив на об'єкт, що попереджає створення аварійних ситуацій.

В системах більш високого рівня забезпечується автоматичне корегування зміни робочих параметрів та стабілізація технологічного процесу на основі методів адаптивного управління.

На початковому етапі створення АСД на якісному рівні формується мета, яка при практичній реалізації формує набір цілей для блоків, що складають систему [4]. Формування дерева цілей є складною задачею, оскільки необхідне чітке розуміння, що потрібно зробити і скласти точне формулювання термінів, характерних для даної системи.

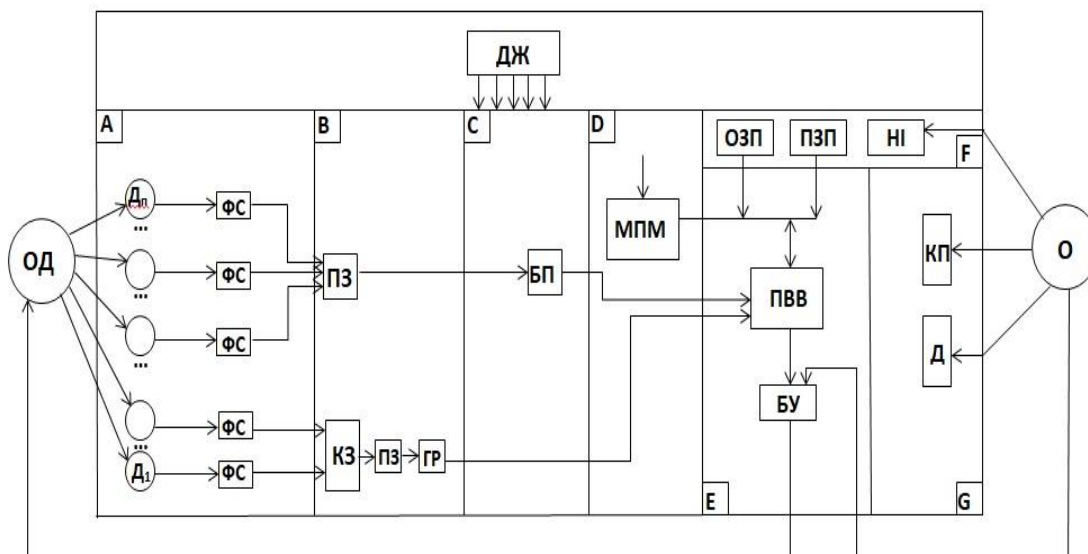


Рис.1. Структурна схема АСД:

ОД - об'єкт діагностування; $D_1 \dots D_n$ – давачі; ФС – пристрій формування сигналів; ПЗ – передавач зв'язку; ГР – схема гальванічної розв'язки; КЗ – концентратор зв'язку; БП – блок перетворення; ДЖ – джерело живлення; МПМ – мікропроцесорний модуль; ОЗП та ПЗП – оперативний та постійний запам'ятовуючий пристрій; НІ – накопичувач інформації; КП – клавішний пристрій; Д – дисплей; БУ – блок управління; ПВВ – пристрій вводу – виводу; О – оператор.

Для вмонтованих інформаційно – діагностичних систем вихідна мета сформульована наступним чином: отримати інформацію про стан технологічного середовища і технічний стан об'єкта, а також забезпечити безпеку об'єкта при недопустимих змінах параметрів в процесі експлуатації. На основі даної вихідної мети були сформульовані технічні вимоги до системи в цілому та для кожного блоку окремо.

Для зовнішньої інформаційно – діагностичної системи вихідна мета сформульована наступним чином: провести вимірювання, порівняти значення робочих параметрів з заданими та оцінити якість виготовлення об'єкта [5]. Ця система реалізована на основі використання ЕВМ, атестованих давачів робочих параметрів, метрологічного та програмного забезпечення.

Важливе значення для створення АСД мають методи діагностування, які визначають трудомісткість діагностування, тривалість та об'єм розрахункових процесів, складність апаратних та програмних засобів, продуктивність системи, надійність діагностичної інформації, ступінь повноти діагностування та глибину пошуку [1,2,6]. Метод діагностування пов'язує об'єкт, апаратні та програмні засоби в єдину систему, визначає алгоритми програм діагностування і дозволяє шляхом перетворення інформації, що міститься у змінах форми і частотного вмісту діагностичних параметрів, встановлювати взаємозв'язок між ознакою технологічного стану об'єкта і ознакою зміни структури діагностичних сигналів.

При розробці математичного забезпечення використані методи амплітудно – часових інтервалів, метод контрольних рівнів та метод решітчастих функцій. Дані методи виявились ефективними та їхнє використання дозволило розробити алгоритм обробки інформації, провести формалізацію процедури встановлення діагнозу та зробити вибір розрахункового ядра АСД.

1. Диллон Б., Сингх Ч. Инженерные методы обеспечения надежности систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 318 с.
2. Дружинин Г.В. Надежность устройств автоматики. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 480 с.

3. *Л.В.Кузьмич*. Сучасний стан засобів та методів контролю деформацій та механічних напружень складних технічних систем/ Четверта міжнародна наукова конференція «Вимірювання, контроль та діагностика і технічних системах» (ВКДТС-2017), 31 жовтня-2 листопада, 2017р. Збірник тез доповідей. – Вінниця: ПП «ТД «Едельвейс і К», 2017. – С.106.

4. *Квасніков В. П.* Шляхи підвищення точності вимірювання деформації та механічних напружень / В. П. Квасніков, Т. І. Ганєва // Метрологія та прилади. – Київ, 2015. - № 6. – С. 15-18.

5. Технические средства диагностирования:Справочник/В.В. Клюев, П.П.Пархоменко и др.:Под ред. В.В.Клюева. М.:Машиностроение,1989.- 672с.

6. *Вальков В.М.* Микроэлектронные управляющие вычислительные комплексы: Системное проектирование и конструирование. Л.: Машиностроение, 1990. – 221 с.

УДК 621.311.001.57

Кучанський В.В. к.т.н., Лиховид Ю.Г., аспірант, Мельничук В.А., магістр

(Інститут електродинаміки Національної академії наук України)

ДОСЛІДЖЕННЯ ГАРМОНІЙНИХ ПЕРЕНАПРУГ В ЛІНІЇ ЕЛЕКТРОПЕРЕДАЧІ НАДВИСОКОЇ НАПРУГИ ЗА ДОПОМОГОЮ ШТУЧНОЇ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ

В лініях електропередачі надвисокої напруги (ЛЕП НВН) перевищення найбільшого допустимого робочого значення напруги (перенапруги) становлять особливу небезпеку, оскільки ці лінії мають невеликий резерв міцності ізоляції через її високу вартість. Причини появи синусоїдних перенапруг на основній частоті добре вивчені, а заходи для їх запобігання широко використовуються.

В той же час, при включенні на підстанції під напругу автотрансформатора, що знаходиться в режимі холостого ходу, виникає насичення магнітопроводу. Це спричиняє появу струмів намагнічування з істотним вмістом гармонійних складових, перш за все другої гармонійної складової і, таким чином, джерело струму, що генерує гармонійні складові, виявляється підключеним до ЛЕП НВН [3]. Як правило, значення гармонійних перенапруг мають велику кратність і є тривалими, тому можуть привести до відключення ЛЕП НВН засобами релейного захисту або спричинити пошкодження ізоляції устаткування.

Задача дослідження гармонійних перенапруг вимагає врахування кореляції, яка існує між багатьма нечітко заданими параметрами [4]. Для дослідження цього класу перенапруг була застосована штучна нейронна мережа (ШНМ) [2]. Вибір структури (ШНМ) здійснюється відповідно з особливостями і складністю завдання. Для вирішення деяких окремих типів завдань вже існують оптимальні конфігурації [1, 2]. Якщо ж завдання не може бути зведене до жодного з відомих типів, розробнику доводиться вирішувати складну проблему синтезу нової конфігурації. При цьому необхідно враховувати, що можливості мережі зростають зі збільшенням числа комірок мережі, щільності зв'язків між ними і числом виділених шарів. Для дослідження резонансних перенапруг запропоновано використовувати ШНМ з архітектурою багатошарового персептрона (БП) (рис. 1).

Важливу роль при моделюванні процесів з використанням ШНМ відіграє попередня підготовка моделі, яка полягає у використанні програмного інструментарію для вибору, навчання, тестування і використання ШНМ. Зокрема, для вирішення поставленої в роботі задачі множиною вхідних даних *Input* є: значення напруги джерела живлення

$U_{дж}$, час замикання полюсів вимикача δ , ємність фази ЛЕП НВН C_ϕ , нахил кривої намагнічування трансформатора L_{sat} і залишковий магнітний потік Φ_0 :

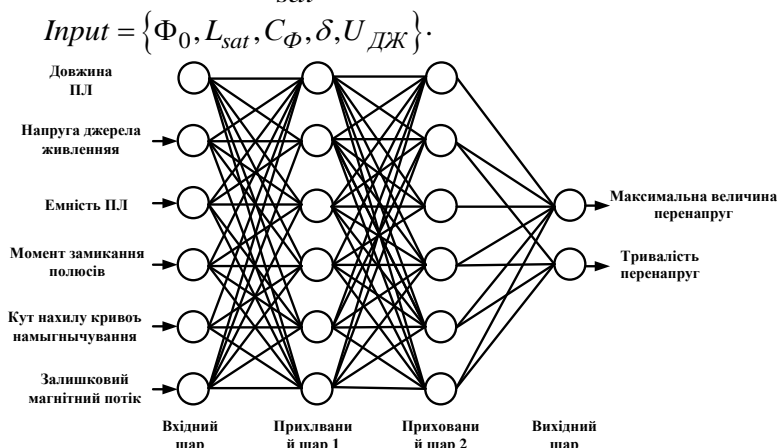


Рис. 1. Штучна нейронна мережа з архітектурою багатошарового перцептрону

Важливу роль, при моделюванні внутрішніх резонансних перенапруг магістральної електричної мережі з використанням ШНМ, грає попередня підготовка моделі, яка полягає в застосуванні програмного інструментарію для вибору, навчання, тестування і використання ШНМ [1]. На рис. 2 представлено керуване навчання ШНМ для кожного з вхідних сигналів з метою моделювання внутрішніх резонансних перенапруг в магістральній електричній мережі. Для навчання ШНМ застосовується імітаційна модель ЛЕП НВН (ІМЛ).

Працездатність ШНМ перевіряється на тестовій вибірці, яка складається зі значень, що не брали участі в навчанні ШНМ. Якщо ШНМ визначає тривалість і значення максимальних перенапруг із тестової вибірки, то підготовка ШНМ завершена, якщо ні – то проводиться повторна підготовка ШНМ.

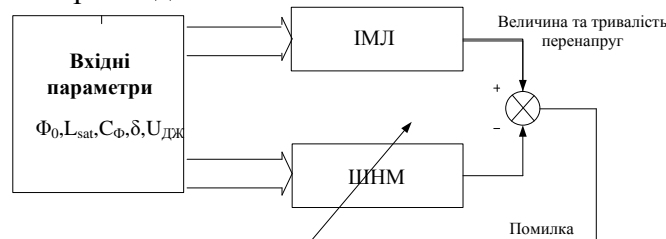


Рис. 2. Керуване навчання ШНМ

Для порівняння на рис. 3 наведено графіки з результатами аналізу перенапруг в ЛЕП НВН за допомогою ІМЛ і ШНМ.

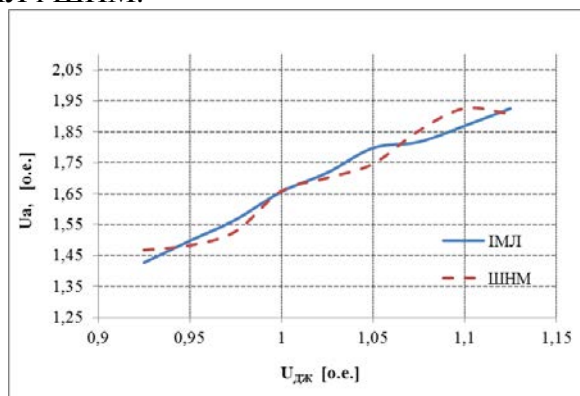


Рис. 3. Результати моделювання на ШНМ та ІМЛ

Використання розробленої ШНМ забезпечує ефективну обробку великих обсягів інформації про параметри схеми ЛЕП НВН та її режиму. Тому результати досліджень дозволяють забезпечити впровадження спеціальних заходів по запобіганню виникнення небезпечних аномальних режимів з гармонійними перенапругами. Зокрема, це стосується відповідного налагодження засобів керованої комутації елегазовими вимикачами в розподільчих пристроях підстанцій надвисокої напруги [5]. При правильному виборі моменту розмикання контактів відносно миттєвих значень синусоїдної напруги енергосистеми можна запобігти появі гармонійних складових.

1. Аксенов С.В. Организация и использование нейронных сетей (методы и технологии) / С.В. Аксенов, В.Б. Новосельцев. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 128с.
2. Галушкин А.И. Теория нейронных сетей/ А.И. Галушкин – М.:ИПРЖР, 2010 – 496 с.
3. Кузнецов В.Г. Дослідження резонансних перенапруг на ультрагармоніках парної кратності на ЛЕП 750 КВ / В.Г. Кузнецов, Ю.І Тугай, В.В. Кучанський, О.Г. Шполянський // Праці Інституту електродинаміки НАН України. – К.: ІЕД НАНУ, 2011. – Вип. 29. – С. 122–128.
4. Тугай Ю.І. Дослідження впливу параметрів ЛЕП НВН на аномальні перенапруги / Ю.І. Тугай, В.В. Кучанський, Р.В. Пляшко // Праці Інституту електродинаміки НАН України. – К.: ІЕД НАНУ, 2014. – Вип. 37. – С. 52–58.
5. Kuchansky V.V. The application of controlled switching device for prevention resonance overvoltages in nonsinusoidal modes // 2017 IEEE 37th International Conference on Electronics and Nanotechnology (ELNANO) – p.394-399.

УДК 519.688

Мартинюк С.Ю., к.т.н., доцент, Орлова А.М., к.т.н., доцент, Зошук В.О., к.т.н., доцент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

АВТОМАТИЗОВАНИЙ КОМПЛЕКС ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСІВ ОЧИЩЕННЯ ВОДИ НА ПІНОПОЛІСТИРОЛЬНОМУ ФІЛЬТРІ

Для підготовки води на господарсько-питні потреби використовуються різні технологічні схеми, що залежить від якості води в джерелі водопостачання, вимоги до якості води у споживача, продуктивності, місцевих умов тощо [1]. В таких схемах, як правило, використовуються фільтрувальні споруди, від ефективності роботи яких залежить не тільки якість очищеної води, але й її собівартість. Одним з економічно доцільних завантажень є пінополістирол, який має ряд техніко-економічних переваг, порівняно із іншими матеріалами [2].

Пінополістирольні фільтри можуть використовуватися в двоступеневих реагентних схемах освітлення і знебарвлення або в одноступеневих схемах у якості контактних пінополістирольних фільтрів, в схемах знезалізнення води, для попереднього очищення поверхневих вод, для доочищення стічних вод [1,2]. Для підвищення надійності роботи та зменшення впливу людського фактору застосовується автоматизація роботи фільтрів. В першу чергу це стосується переведення фільтрів з режиму фільтрування в режим промивання та навпаки. Фільтри на промивання можуть виводитися за величиною граничних втрат напору (рівнем води), погіршенням якості фільтрату, за часом роботи або за об'ємом профільтрованої води.

Звичайно, виведення фільтрів на промивання за погіршенням якості фільтрату

вимагає датчиків контролю концентрації забруднюючих речовин у фільтраті, що значно здорожує систему автоматизації. Тому, доцільно використовувати першу або третю умови. Для цього фільтри можуть обладнуватися промивними засувками з електро-, гідро- або пневмоприводом та засобами їх управління.

Нами розроблений автоматизований комплекс дослідження процесів очищення води на пінополістирольному фільтрі, який дозволяє комплексно досліджувати технологічні показники і автоматизацію роботи фільтрів. Даний комплекс розроблений на базі технологічної схеми знезалізнення води з напірним фільтром та аерацією на ре циклі [3]. Застосування такої схеми дозволяє відмовитися від використання додаткового обладнання, яке необхідне для введення окисників у воду.

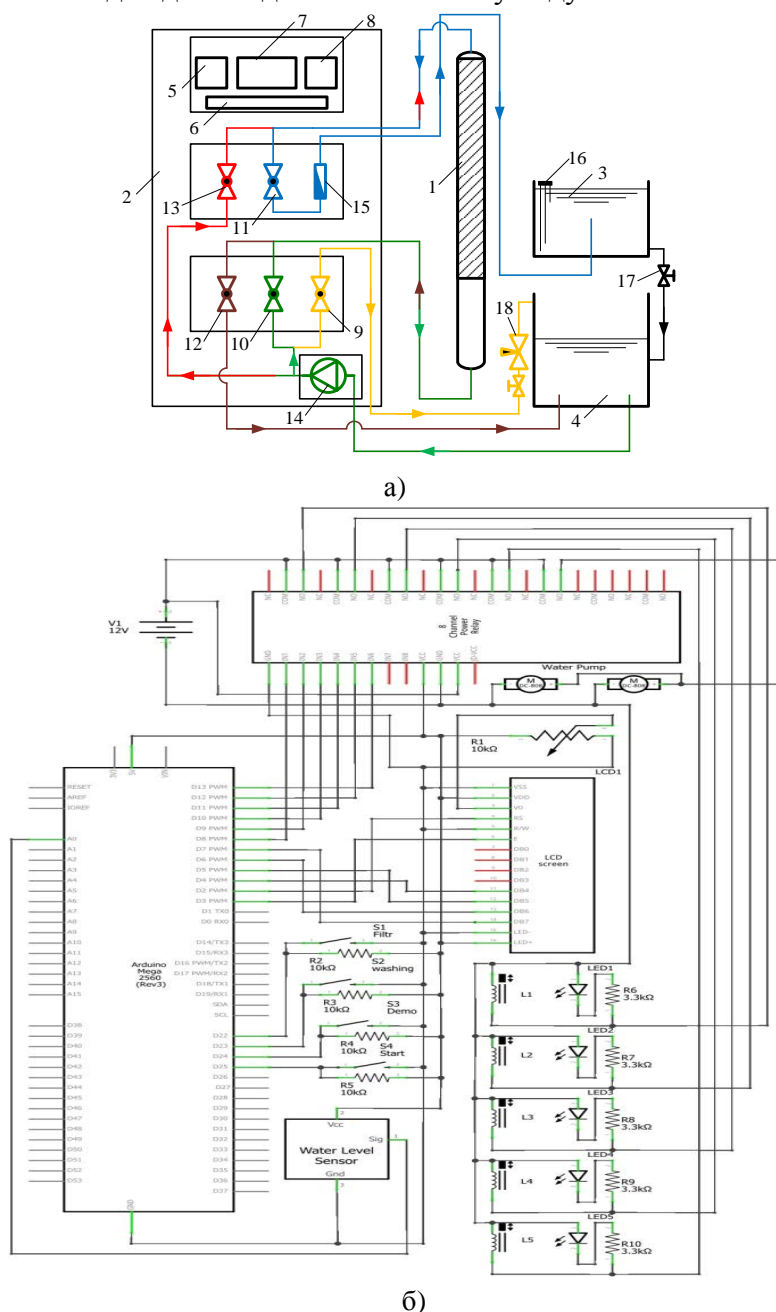


Рис. 1. Схеми автоматизованого комплексу

а) технологічна схема; б) електрична схема;

1 – фільтрувальна колона; 2 – стенд; 3 – бак фільтрату; 4 – бак неочищеної води; 5 – блок живлення; 6 – релейний модуль; 7 – дисплей; 8 – мікроконтролер; 9-13 – електромагнітні клапани; 14 – насос; 15 – витратомір; 16 – датчик рівня; 17 – кран; 18 – аератор



Автоматизований комплекс складається з прозорої фільтрувальної колонки з пінополістирольним завантаженням, бачків, що імітують свердловину та напірний бак очищеної води, стенду, на якому розміщено блок живлення, мікроконтролер ATmega2560, дисплей, релейний модуль, електромагнітні клапани, витратомір, мембранний насос, кнопки управління та індикації режимів роботи (рис. 1). Кнопки управління передбачають ручне переключення в режими фільтрування, промивання, демо-режим, який імітує роботу пінополістирольного фільтра в двох режимах за спрощеним алгоритмом, та ручне включення мембранного насосу. Також передбачено ручну зупинку роботи автоматики.

В режимі фільтрування електромагнітні клапани 9-11 відкриті а 12, 13 – закриті. Насосом вода забирається з баку неочищеної води і подається в нижню частину фільтрувальної колони, де проходить через пінополістирольне завантаження, і відводиться з верхньої частини у бак фільтрату. Коли рівень води в баку фільтрату досягне максимального, давач рівня 16 подає сигнал на мікроконтролер і насос вимикається. Імітація водовідбору здійснюється шляхом частково відкритого крана 17. При зниженні рівня води в баку фільтрату до мінімального знову вмикається насос і відбувається фільтрування води.

Режим промивання відбувається шляхом закриття електромагнітних клапанів 9-11 та відкриття 12, 13. Насосом вода забирається з бака 4 і подається в верхню частину фільтрувальної колони, відбувається розширення пінополістирольного завантаження.

Демо-режим демонструє роботу по двом режимам тобто режим фільтрування та режим промивки по часовому проміжку. Спочатку включається режим фільтрування через 1 хв, включається режим промивки і через 2 хв, переключается знову на режим фільтрування тощо. За необхідністю кожен з трьох вищеописаних режимів можна призупинити вимкнувши мембранний насос.

Отже, розроблений нами автоматизований комплекс дозволяє комплексно вивчати роботу пінополістирольних фільтрів в технологічних схемах очищення води та розробляти і досліджувати різні схеми та алгоритми автоматизації їх роботи.

1. Підготовка води на пінополістирольних фільтрах: монографія / Орлов В.О., Мартинов С.Ю., Орлова А.М., Зошук В.О., Куницький С.О.. – Рівне: НУВГП, 2017. – 175с.
2. Technological schemes of water purification with polystyrene foam filters / V. Orlov, S. Martynov, A. Orlova, V. Zoschuk, M. Meddur, S. Yatsunov // Zagrozenia jakości wód powierzchniowych i metody działań ochronnych. – Lublin : KUL, 2014. – С. 203–215.
3. Пат. на корисну модель 91986 Україна. МПК В 01 D 24/00, С 02 F 1/64. Напірна установка для знезалізнення підземних вод / В. О. Орлов, С. Ю. Мартинов, К. С. Корнійчук. – № u 2014 01556 ; заявл. 17.02.14 ; опубл. 25.07.14. Бюл. № 14.

ДК 681.51:004

Матус О. В., студентка, Маркопольський В. О., магістр

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна), e-mail: matus_sv@ukr.net

РОЗРОБКА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ КЕРУВАННЯ ЛІНІЄЮ З ВИРОБНИЦТВА КОМБІКОРМІВ

Сучасний стан розвитку комбікормової промисловості потребує переходу на більш високий рівень виробництва, значного розширення асортименту і поліпшення якості продукції [1]. Широке застосування повинні знайти і нові технологічні процеси, спрямовані на поглиблену переробку сировини на модульних автономних установках.

Технічна оснащеність лише 40% комбикормових заводів в Україні відповідає сучасним технічним вимогам, а 60% потребують реконструкції та дооснащення [2]. Тому капітальні вкладення, матеріальні і трудові ресурси вигідно сконцентрувати у першу чергу на реконструкції діючих комбикормових підприємств, впровадженні на них провідних технологій і конкурентоспроможного устаткування із сучасним програмним забезпеченням.

Зважаючи на це, запропонована автоматизована лінія з виробництва комбикормів шляхом впровадження нових програмних та апаратних рішень, які забезпечують реалізацію всього спектру функцій необхідних для найбільш ефективного та зручного управління технологічним процесом, який включає в себе три основних етапи, а саме: зважування компонентів згідно рецептури, моління та змішування помолу і добавок.

Систему керування лінією з виробництва комбикормів розроблено на базі PLC фірми Schneider Electric Modicon TM241CEC24T та SCADA системи Vijeo Citect. Програмне забезпечення для керування процесом розроблено в середовищі SoMachine мовами програмування FBD, ST, CFC.

Проаналізувавши дану лінію виробництва – розроблено алгоритм роботи, особливість якого в тому, що запуск здійснюється з кінця лінії, тобто спочатку відкривається заслінка в бункер з готовою продукцією, а потім послідовно вмикаються приводи двигунів від заслінки до ваг. У разі виникнення аварійної ситуації, процес виробництва зупиняється.

Програма для PLC розбита на підпрограми:

- програма зважування компонентів;
- програма автоматичного запуску обладнання;
- програма рецептів;
- програма завантаження дробарки;
- програма завантаження сировини в мішалку;
- програма відвантаження готової продукції.

Також розроблений зручний графічний інтерфейс ARM оператора в середовищі Vijeo Citect (рис.1), який включає можливість налаштування, управління та індикації параметрів автоматизованої системи керування процесом виготовлення комбикормів.

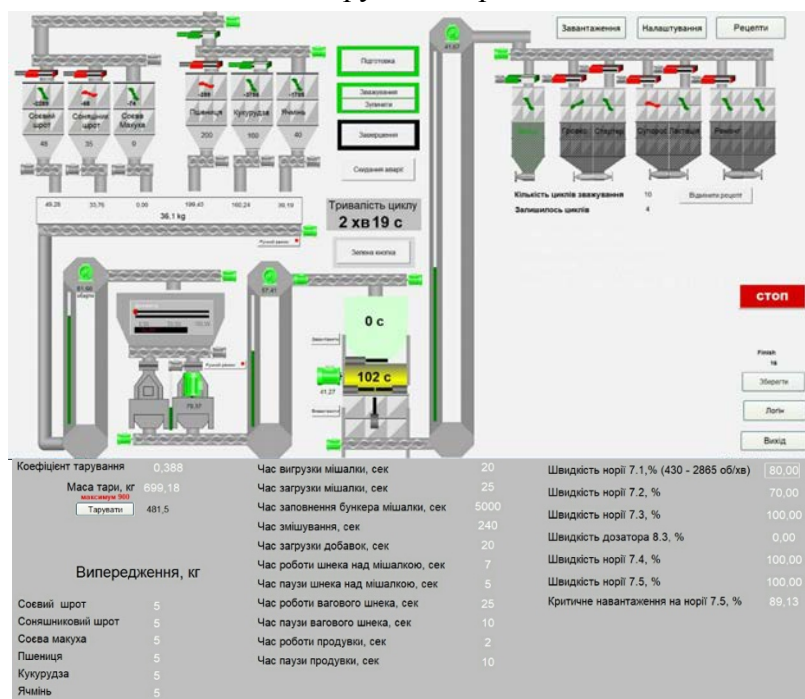


Рис.1 Інтерфейс реалізованої програми

Отже, впровадження нових програмних та апаратних рішень для керування лінію з виробництва комбікормів максимально сприятиме зростанню обсягів готової продукції шляхом економії часу на її виробництво та надасть можливість автономного управління при мінімальній кількості обслуговуючого персоналу.

1. Волкова С.Ф. Розвиток комбікормового виробництва як основа забезпечення продовольчої безпеки України / С.Ф. Волкова, К.О. Щербатова // Економіка харчової промисловості. – 2015. – № 2(26). – С. 13-17. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/echp_2015_2_4

2. Кулаковська Т.А. Огляд ринку комбікормової промисловості України / Т.А. Кулаковська, Е.В. Колесник // Економіка харчової промисловості. – 2015. – № 2(26). – С. 25-30. – Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/echp_2015_2_6

УДК 519.6:621.382.233

Мороз І.П., к. ф.-м. н., доцент

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна)

АЛГОРИТМ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЛАСТІ ІНЖЕКТУЮЧИХ КОНТАКТІВ ІНТЕГРАЛЬНИХ Р-І-N-СТРУКТУР, ЩО ПРИЗНАЧЕНІ ДЛЯ КОМУТАЦІЇ НВЧ СИГНАЛІВ

Важливим елементом радіолокаційних систем є комутатор електромагнітного надвисокочастотного (НВЧ) поля. Для комутації НВЧ поля широко використовуються напівпровідникові пристрої - р-і-n-діоди [1-5]. Комутація електромагнітного поля відбувається за рахунок формування в активних областях діодів (і-областях) електронно-діркової плазми завдяки інжекції носіїв заряду з контактних областей [1-6]. Розподіл електронів та дірок в і-області, а отже й керуючі характеристики, залежать від способу формування інжектуючих контактів, який визначається на етапі проектування комутаторів.

На технічні характеристики комутаторів накладаються ряд умов, інколи взаємовиключаючих. Наприклад, коефіцієнт пропускання електромагнітних хвиль (ЕМХ) комутатора повинен сягати максимуму при відсутності керуючого струму, який подається на комутатор і прямувати до нуля при наявності струму. Метою даної роботи є розробка алгоритму оптимізації геометричних розмірів контактних областей інтегральних р-і-n-структур (у структурі система р-і-n-діодів формується на одній із поверхонь напівпровідникової пластини).

На рис. 1 схематично показано елемент поверхнево-орієнтованої інтегральної р-і-n-

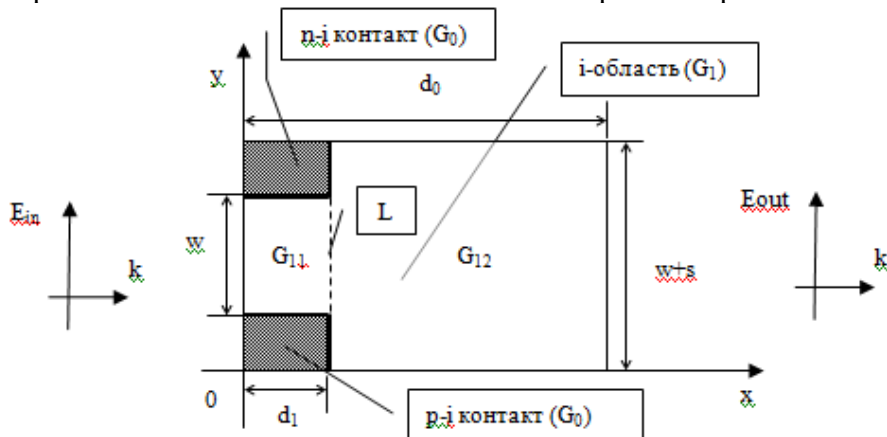


Рис. 1. 2D-модель елемента поверхнево-орієнтованої інтегральної р-і-n-структури

структури (аналогічні елементи періодично повторюються вздовж осі ОУ). Інжектуючі контакти р-і-n-структури знаходяться у приповерхневому шарі.

Оскільки властивості електронно-діркової плазми в і-області ($G_1=G_{11} \cup G_{12} \cup L$, $G_{11}=\{(x,y): 0 < x < d_1, s/2 < y < w+s/2\}$, $G_{12}=\{(x,y): d_1 < x < d_0, 0 < y < w+s\}$, $L=\{(x,y): x=d_1, s/2 < y < w+s/2\}$) визначають комутуючі характеристики р-і-n-структури, то алгоритм оптимізації доцільно почати із пошуку розподіл інжектіваних в і-область заряджених частинок.

Вважаємо, що в області власного напівпровідника (G_1) відбувається процес амбіполярної дифузії електронів та дірок (рух у самоузгодженому електричному полі) [7-9]. Концентрація носіїв заряду $n(x,y,t)$, яка встановлюється в результаті цього процесу, описується рівнянням:

$$\Delta n - \frac{n}{L_D^2} = \frac{\partial n}{\partial t}, \quad (1)$$

де $L_D = \sqrt{DT}$, D-коефіцієнт амбіполярної дифузії, T-об'ємний час життя неурівноважених (інжектіваних) носіїв заряду.

Для отримання розв'язку задачі в аналітичному вигляді застосуємо метод декомпозиції [10]. В області G_{11} рівняння (1) доповнюємо граничними умовами (впливом границі при $x=0$ нехтуємо):

$$\begin{cases} \nabla n - \gamma_p n \Big|_{\substack{0 \leq x \leq d_1 \\ y=s/2}} = -\frac{J}{2eD_p}, \\ \nabla n - \gamma_n n \Big|_{\substack{0 \leq x \leq d_1 \\ y=w+s/2}} = \frac{J}{2eD_n}. \end{cases} \quad (2)$$

де $\gamma_{n,p} = \frac{\alpha_{n,p}}{2D_{n,p}}$ – коефіцієнти рекомбінації на границях області, $D_{n,p}$ – коефіцієнти дифузії відповідно електронів та дірок. Коефіцієнти рекомбінації вводяться феноменологічним чином. J – густина керуючого струму (струму інжекції).

В області G_{12} рівняння (1) доповнюємо граничними умовами виду:

$$\left. \begin{aligned} n(x,0) \Big|_{d_1 < x < d_0} &= n(x,w+s) \Big|_{d_1 < x < d_0}, \\ \nabla n - \beta n \Big|_{x=d_0} &= 0 \end{aligned} \right\} \begin{cases} \nabla n - \gamma_p n \Big|_{\substack{0 \leq y \leq s/2 \\ x=d_1}} = -\frac{J}{2eD_p}, \\ \nabla n - \gamma_n n \Big|_{\substack{w+s/2 \leq y \leq w+s \\ x=d_1}} = \frac{J}{2eD_n}, \\ n \Big|_{\substack{s/2 \leq y \leq w+s/2 \\ x=d_1-\delta}} = n \Big|_{\substack{s/2 \leq y \leq w+s/2 \\ x=d_1+\delta}}, \end{cases} \quad (3)$$

де β , – коефіцієнт рекомбінації на поверхні інтегральної структури. Коефіцієнт рекомбінації вводиться феноменологічним чином.

Для вивчення динамічних процесів в р-і-n-структурах використовуємо наближення малого гармонічного сигналу, отже $n(t) \sim e^{i\Omega t}$, де Ω – кругова частота коливань процесу.

Рівняння (1) із врахуванням викладених наближень набуває вигляду:

$$\Delta n - k_D^2 n = 0, \quad \text{де } k_D^2 = \frac{1}{L_D^2} (1 + i\Omega T). \quad (4)$$

Рівняння (4) з граничними умовами (2),(3) розв'язуємо методом Фур'є [11]. В

результаті отримуємо функцію $n(x, y)$ в аналітичному вигляді, яка використовується для обчислення діелектричної проникності активної області $\varepsilon(x, y)$ [7]:

$$\varepsilon(x, y) = \varepsilon_L - \frac{e^2 n(x, y)}{\varepsilon_0 \omega} \left(\frac{1}{m_e^* (\omega - i\nu_e)} - \frac{1}{m_h^* (\omega - i\nu_h)} \right),$$

де $m_{e, h}^*$ - ефективні маси електронів та дірок, $\nu_{e, h}$ - частоти зіткнень, ε_L - діелектрична проникність кристалічної ґрадки, ε_0 - діелектрична стала, ω - кругова частота коливань зовнішнього електромагнітного поля.

Наступним кроком розробки алгоритму оптимізації геометричних розмірів інжектуючих контактів є залучення математичних моделей проходження ЕМХ через інтегральну р-і-n-структуру для отримання функції, що визначає коефіцієнт

проходження хвиль $T = \frac{|E_{out}|^2}{|E_{in}|^2}$, де E_{in} - амплітуда електричної складової падаючої на р-

і-n-структуру ЕМХ, E_{out} - амплітуда хвилі, що проходить через р-і-n-структуру (рис. 1). Скористаємось однією із найпростіших математичних моделей, яка описує проходження ЕМХ через двошарову пластину (кожна із пластин однорідна) [10]. В результаті розв'язання хвильового рівняння у підобластях двошарової пластини із залученням умов неперервності на границях розділу шарів отримуємо вираз, що визначає коефіцієнт проходження електромагнітних хвиль [10]:

$$\begin{aligned} T^{-1}(s, w, J) = & (\cos k_2(s, w, J)(d_0 - d_1)h \cos k_1(s, w, J)d_1 - \\ & - \frac{1}{2} \left(\frac{k_1(s, w, J)}{k_2(s, w, J)} + \frac{k_2(s, w, J)}{k_1(s, w, J)} \right) \sin k_2(s, w, J)(d_0 - d_1) \sin k_1(s, w, J)d_1)^2 + \\ & + \frac{1}{4} \left(\cos k_2(s, w, J)(d_0 - d_1)h \sin k_1(s, w, J)d_1 \left(\frac{k_1(s, w, J)}{k_0} + \frac{k_0}{k_1(s, w, J)} \right) + \right. \\ & \left. + \sin k_2(s, w, J)(d_0 - d_1) \cos k_1(s, w, J)d_1 \left(\frac{k_0}{k_2(s, w, J)} + \frac{k_2(s, w, J)}{k_0} \right) \right)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Величини k_0, k_1, k_2 ($k(s, w, J) = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_{eff}(s, w, J)}$) - хвильові числа відповідно у хвильоводі, першому та другому шарі р-і-n-структури. Оскільки виділені підобласті неоднорідні, то використовується метод усереднення діелектричної проникності, в основі якого лежить співвідношення [12]:

$$\frac{1}{\varepsilon_{eff}} = \frac{1}{w+s} \int_0^{w+s} \frac{dy}{\varepsilon(y)} \quad (6)$$

Коефіцієнт проходження оптимізуємо у комплексі з накладанням обмежень на розміри області G_0 [13,14]:

$$T(\tilde{s}, \tilde{d}, J=0) - T(\tilde{s}, \tilde{d}, J \neq 0) \rightarrow \max \text{ при } 0 \leq \tilde{s} \leq (s+w)/2, 0 \leq \tilde{d} \leq d_0.$$

1. Pozar M. Microwave Engineering / M. Pozar. – N.Y.: Wiley, 2010. – 736 p.
2. Kwok K. Complete Guide to Semiconductor Devices / K. Kwok. – N.Y.: Wiley-Interscience, 2002. – 740 p.
3. Sze S. Physics of Semiconductor Devices / S. Sze, K. Kwok K. – N.Y.: Wiley-Interscience, 2006. – 815 p.
4. СВЧ устройства на полупроводниковых диодах. Проектирование и расчет. / Под. ред.

Мальского И.В., Сестрорецкого Б.А. – М.: Советское радио, 1969, – С. 414-572.

5. *Адирович Э. И.* Токи двойной инжекции в полупроводниках / Э. И. Адирович, П. М. Карагеоргий-Алкалаев, А. Ю. Лейдерман. – М.: Советское радио, 1978. – 320 с.

6. *Либерман Л.С.* О сопротивлении *p-i-n*-диода на СВЧ / Л.С. Либерман // Электронная техника. Полупроводниковые приборы. – в. 5. – 1971. – С.16-21.

7. *Владимиров В.В.* Плазма полупроводников / В.В. Владимиров, А.Ф. Волков, Е.З. Мейлихов. – М.: Атомиздат, 1979. – 256 с.

8. *Yu P.Y.* Fundamentals of Semiconductors / P.Y. Yu, M. Cardona. – N.Y.: Springer, 2010. – 775 p.

9. *Бонч-Бруевич В.Л.* Физика полупроводников / В.Л. Бонч-Бруевич, С.Г. Калашников. – М.: Наука, 1990. – 685 с.

10. *Никольский В.В.* Электродинамика и распространение радиоволн / В.В. Никольский, Т.И. Никольская. – М.:Наука, 1989. – 543 с.

11. *Тихонов А. Н.* Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М.: Наука, 1976. – 735 с.

12. *Витлина Р.* Отражение электромагнитных волн от поверхности с мелким рельефом/Р. Витлина, А. Дыхне//ЖЭТФ. – т. 99. – в. 6. – 1991. – С. 1758-1771.

13. *Зайченко Ю. П.* Дослідження операцій. 7-ме вид / Ю. П. Зайченко. – К.: Слово, 2006. – 816 с.

14. *Попов Ю.Д.* Методи оптимізації / Ю.Д. Попов, В.І. Тюття, В.І. Шевченко. – К.: Електронна бібліотека факультету кібернетики, 2003. – 218 с.

УДК 519.63:532.5

Сафоник А.П., д.т.н., професор, Пасічник В., аспірант

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

АВТОМАТИЗАЦІЯ ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРОХІМІЧНОГО ОЧИЩЕННЯ СТІЧНИХ ВОД

Для очищення стічних вод від різних розчинних і диспергованих домішок застосовують електрохімічні методи, одним з яких є процес електрокоагуляції. Цей процес протікає на електродах при проходженні через стічну воду постійного електричного струму, дозволяє витягати зі стічних вод цінні продукти при відносно простому технологічному схемою очищення без використання хімічних реагентів.

Такий процес можна використовувати для очищення стічних вод при невисокому вмісті колоїдних частинок і низької стійкості забруднень, типу нейтрального або слаболужного середовища при густині струму не більше 10-15 А/м², відстані між електродами не більше 20 мм і швидкості руху не менше 0,5 м/с [1, 2].

Для забезпечення допустимої концентрації домішок у стічних водах на базі електрохімічного методу – електрокоагуляції розроблено систему, до складу якої входять електрокоагулятор, пісколовка, первинний відстійник, первинний освітлювач, аераційний басейн, 3 давача рівня осаду, датчик концентрації шестивалентного хрому у воді, програмованого логічного контролера S7-300, 3 регулюючі клапани, частотно керований компресор (рис. 1).

Для забезпечення допустимої концентрації шестивалентного хрому в стічних водах використовується система до якої входять аналоговий давач типу СХ-2, контролер,

випрямляч, який керує величиною поданої напруги на електрокоагулятор.

Керування рівнем осаду відбувається шляхом включення чи виключення відповідного клапану автоматично або в наслідок дій оператора.

З метою виявлення відхилень у технологічному процесі і у випадку відхилення критичних параметрів здійснити повідомлення оператора для його втручання шляхом включення сирени.

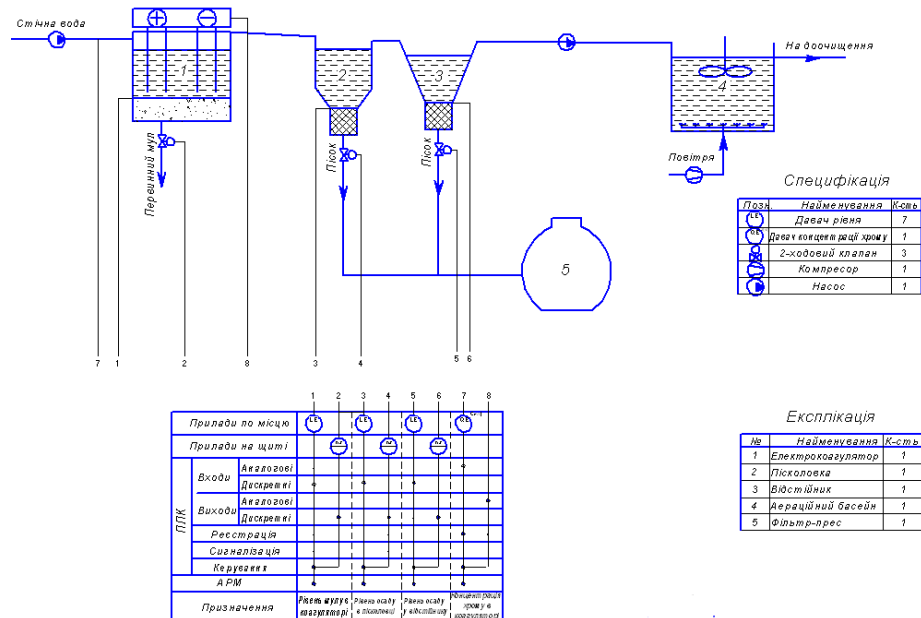


Рис. 1. Функціональна схема автоматизації електрокоагулятора

Для реалізації даного проекту використовуючи Simatic Step7 написано програму керування процесом, за спеціально створеною символічною таблицею з описом входів, виходів, міток з їх символічними, апаратними іменами та коментарями.

Розробивши проект на базі електрокоагулятора ми отримаємо систему, що забезпечує очищення стічних вод до рівня допустимої концентрації домішок, як дисперсного так і розчинного типу. Також дана система регулює концентрацію шестивалентного хрому на виході електрокоагулятора, рівень важких мінеральних домішок (піску) в пісок, рівень осаду в відстійнику та рівень осаду в відстійнику. В свою чергу контролює такі технічні параметри, як: оберти змішувача аераційного басейну, аварійний рівень води в всіх його частинах.

1. Родионов А.И., Кузнецов Ю.П., Зенков В.В., Соловьев Г.С. Оборудование, сооружения, основы проектирования химико-технологических процессов защиты биосферы от промышленных выбросов / Родионов А.И., Кузнецов Ю.П., Зенков В.В., Соловьев Г.С. Учебное пособие для вузов. – М., Химия, 1985. —352 с.

2. В. О. Смирнов, В. С. Білецький. Флотаційні методи збагачення корисних копалин / В. О. Смирнов, В. С. Білецький — Донецьк: Східний видавничий дім, 2010. — 492 с.

УДК 519.633.2

Сафоник А.П., д.т.н., професор, Таргоній І.М., аспірант

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне,
Україна)

РОЗРОБЛЕННЯ ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ПРОЦЕСУ ЕЛЕКТРОКОАГУЛЯЦІЇ

Розвиток промисловості призводить до погіршення стану навколишнього середовища. Одним з шляхів зменшення техногенного навантаження на водойми є використання сучасних систем очищення стічних вод різними методами. До прогресивних напрямів в технології водоочищення відносять метод електрокоагуляції [1, 2].

Актуальною задачею для методу електрокоагуляції є розробка системи автоматизації, яка б на основі отриманих даних про вхідну концентрацію забруднення визначала б мінімальну силу струму при якому будуть дотримуватися екологічні норми щодо цільового компоненту.

Першим кроком для вирішення поставленого завдання є розробка імітаційної моделі процесу електрокоагуляції, дослідження якої дозволить отримати залежність впливу вхідної концентрації на величину прикладеної сили струму. Для дослідження використаємо модельну задачу процесу очищення стічних вод від забруднення запропонованому в [3]. Особливостями такої постановки проблеми є те, що в системі рівнянь (1) враховано процеси, що проходять в реакторі, як сукупність взаємодії різних факторів в залежності від: концентрації завислих речовин у воді, прикладеної сили струму та інших. Враховуючи вище сказане прийшли до наступної модельної задачі:

$$\begin{cases} \frac{dC}{d\tau} = \frac{L}{V}(C_{vx} - C) - (a_0 + a_1t + a_2C + a_3I), \\ T_2 \frac{dt}{d\tau} = \frac{(a_0 + a_1t + a_2C + a_3I)VH}{KS} - (t - t_z) - \frac{c\rho L(t - t_{vx})}{KS}; \end{cases} \quad (1)$$

$$C(0) = C_0, \quad t(0) = t_0, \quad (2)$$

де C - концентрація цільового компоненту у воді, C_{vx} - концентрація забруднення на вході в електролізер, t - температура води в реакторі, t_z - температура зовнішнього середовища, t_{vx} - температура вхідної рідини, I - сила струму, $a_0...a_3$ - емпіричні коефіцієнти, S - площа поверхні робочої зони апарата, L - об'ємні витрати рідини, V - об'єм робочої зони електролізера, c - питома теплоємність рідини, ρ - густина води, K - коефіцієнт тепловіддачі, H - тепловий ефект процесу(реакції електрокоагуляції), T_2 - стала часу.

Використавши систему рівнянь (1) та умов (2) розроблено імітаційну модель для моделювання зміни концентрації забруднення у воді на вході та виході фільтра. В результаті моделювання при сталій вхідній концентрації іонів нікелю, швидкості потоку та при різній густині струму отримано динаміку зміни концентрації забруднення з часом.

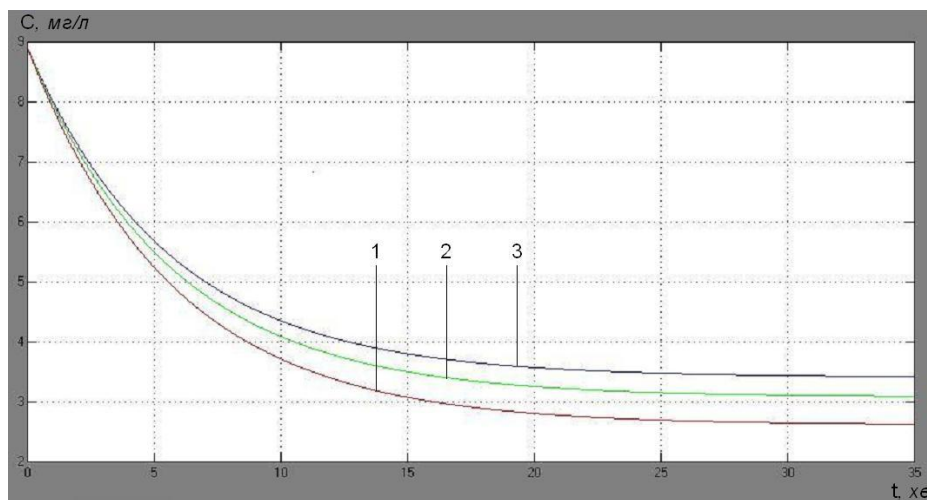


Рис.1. Зміна концентрації забруднення іонами нікелю на виході з коагулятора з часом при силі струму $I = 0,5625 \text{ A}$ - крива 3, $I_1 = 0,75 \text{ A}$ - крива 2, $I_2 = 1 \text{ A}$ - крива 1

Розроблена імітаційна модель дозволяє досліджувати вплив вхідної концентрації завислих речовин у воді, прикладеної сили струму, швидкості потоку на якість очищення стічних вод. Це дозволить розробити систему автоматизації, що забезпечуватиме мінімальні витрати електроенергії при дотриманні екологічних норм щодо довкілля.

1. *Кругликов С.С.* Локальная электрохимическая очистка промывных вод гальванотехники от ионов тяжелых металлов в щелевом диафрагменном электрокоагуляторе с нерастворимым анодом./ С.С. Кругликов, Д.Ю. Тураев, А.А. Бородулин // Гальванотехника и обработка поверхности. – 2004. – 12, № 4. – С. 35.

2. *Сафоник А.П.* Моделювання процесу очищення води фільтром-освітлювачем із шаром завислого осаду / Сафоник А. П., Таргоній І. М. // Проблеми машиностроения. – Т. 17 – 2016. – №4. – С. 36–43.

3. *Гончаров Ф.І.* Аналітичне дослідження електролізних процесів системи безпечного водопостачання промислових об'єктів / Ф.І. Гончаров, В.М. Штепа // Вісник НАУ. – 2010. – № 10. – С. 240-244.

УДК 004.9

Сопронюк Т. М., к. фіз.-мат. н., доцент

(Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, м. Чернівці, Україна)

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ АЛГОРИТМУ FREQUENT PATTERN-GROWTH STRATEGY (FPG) ЗАСОБАМИ МОВИ R

Аналіз ринкового кошика (market basket analysis) включає в себе пошук найбільш частих типових, шаблонних покупок в супермаркетах (пошук асоціативних правил). Аналіз ринкового кошика проводиться для визначення комбінацій товарів, які пов'язані між собою. Це може бути корисним для рекомендації продуктів. Типові приклади - дані (набір продуктів) в супермаркеті або дані web-кліків. Компанія Amazon, наприклад, використовує аналіз асоціативних правил для перехресного продажу товарів. Компанія

рекомендує клієнтам товари, ґрунтуючись на їх історії покупок та історії покупок інших клієнтів, які придбали той самий товар.

Основним алгоритмом, який застосовується для отримання асоціативних правил, є алгоритм Apriori (автор Rakesh Agrawal).

В R [1-3] існує пакет *arules* для побудови правил асоціації, Він використовує алгоритм Apriori. За допомогою розробки правил асоціації можна ідентифікувати елементи, які часто купуються разом.

У даному повідомленні демонструється інший, більш ефективний, алгоритм FP-Growth [1-3]. Візуалізація відбувається засобами пакету *igraph* мови R.

FP-Growth ефективно працює з будь-якою розподіленою системою, орієнтованою на mapReduce. FP-Growth розв'язує проблеми, що існують в Apriori, за допомогою спеціальної структури (дерева FP-Tree). У FP-Tree кожен вузол представляє елемент і його поточний лічильник, а кожна гілка представляє конкретну асоціацію.

Продемонструємо застосування алгоритму FP-Growth на прикладі аналізу кошиків у супермаркеті.

Далі наведено фрагменти R-скрипта та візуалізація окремих структур даних.

Нехай ми маємо транзакції у вхідному csv-файлі:

```
>library(arules)
>library(igraph)

. . .
> file <- "transactions.csv"
## read transactions from csv-file
data <- strsplit(readLines(file), "[[:space:]]")
## create transaction data set
> tr <- as(data, "transactions")
> inspect(tr)
  items
[1] {bear,butter,cheese,milk,bread}
[2] {bear,butter,cheese,shampoo}
[3] {bear,cheese,milk,bread}
[4] {butter,cheese,milk,bread}
[5] {butter,cheese}
[6] {butter,milk,bread}
[7] {cheese,milk,bread}
```

Крок 1: підрахунок всіх предметів у всіх транзакціях і сортування їх за спаданням частот.

```
## read dataframe from csv-file
> df<-read.csv(file, head=F, stringsAsFactors=FALSE)
> freq<-rev(sort(table(unlist(df), exclude = "")))
> print(freq)
  cheese    milk  butter   bread   bear shampoo
      6      5      5      5      3      1
```

Крок 2: фільтрування транзакцій (приклад фільтру: кожен елемент має з'являтися щонайменше двічі).

```
. . .
> print(suffixes)
[1] "cheese" "milk" "butter" "bread" "bear"
```

Крок 3: побудова дерева FP-Tree (рис.1).

Кількість ребер, направлених у вершину, навантажену назвою продукту, відповідає частоті продукту. Вершини з однаковими префіксами в іменах вважається ідентичними,

наприклад, *bear*, *bear.1*, *bear.2*.

Крок 4: побудова умовних дерев для кожного предмету. Умовне дерево для продукту *butter* представлено на рис. 2.

Об'єднуючи умовні дерева для кожного продукту, отримуємо результат роботи алгоритму (популярні набори предметів).

Як бачимо, алгоритм FP-Growth зберігає в пам'яті компактну версію бази даних у вигляді дерев. Він більш масштабний, ніж алгоритм Apriori, через лінійний час роботи.

FP-Growth Tree

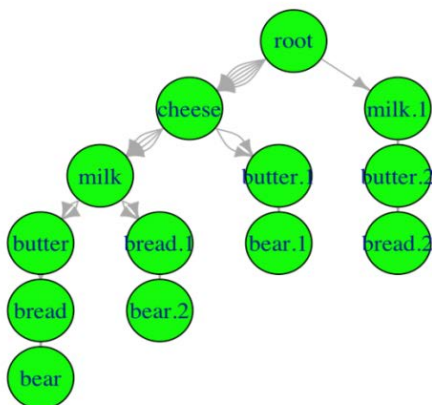


Рис.1. Дерево FP-Tree

Conditional FP-tree for butter

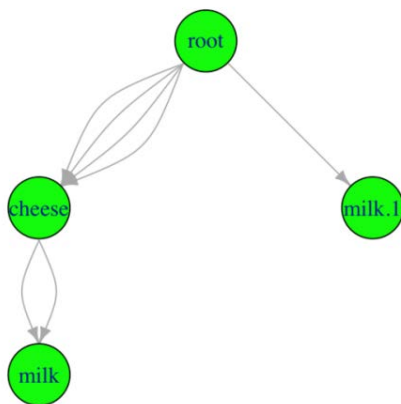


Рис.2. Умовне дерево FP-Tree для продукту «масло»

1. Pawel Cichosz. Data Mining Algorithms: Explained Using R / Pawel Cichosz// John Wiley & Sons. – 2015. – 716 p.
2. Biter Makhabel. Learning Data Mining with R / Biter Makhabel.z// Packt Publishing Ltd. – 2015. – 314 p.
3. B. Santhosh. Implementation of Web Usage Mining Using APRIORI and FP Growth Algorithms. /B.Santhosh Kumar, K.V.Rukmani // Int. J. of Advanced Networking and Applications. – Volume: 01, Issue:06. – 2010. – PP. 400-404.

УДК 004.052.2+519.179.2

Супруненко О.О., к.т.н., доцент

*(Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького, м. Черкаси,
Україна)*

КОМБІНОВАНИЙ ІНСТРУМЕНТАРІЙ ПОБУДОВИ ІМІТАЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ПРОГРАМНОЇ СИСТЕМИ

При побудові та аналізі складних моделей програмних систем нерідко виникає потреба вийти за рамки обраної методології моделювання. Наприклад, у ідею потоків не вписуються дискретно-подієві системи, поведінка яких керується подіями. У системно-динамічних моделях часто необхідно відобразити дискретні події чи певні характеристики об'єктів різних видів, які безпосередньо не відображаються засобами системної динаміки. У таких випадках використовують скриптові мови для інтеграції додаткових програмних модулів з моделлю, що значно ускладнює процес розробки та аналізу імітаційної моделі, потребуючи участі висококваліфікованих фахівців [1-2]. Для вирішення даної проблеми пропонується розширити характеристики одного з розповсюджених дискретно-подієвих інструментів імітаційного моделювання, мереж Петрі. В наш час їх інтерпретації бурхливо розвиваються, так вони знайшли застосування при моделюванні потоків робіт [3], при побудові моделей програмних та програмно-апаратних систем [2, 4] та при розв'язанні багатьох інших прикладних задач.

Причиною стрімкого зростання кількості інтерпретацій мереж Петрі є прагнення пристосування вдалого аналітично-графічного інструментарію до певних прикладних задач, а також намагання уникнути критичних властивостей. Але коли в одній моделі потрібно відобразити різноманітні підсистеми, використати вузькоспеціалізований інструментарій моделювання не вдається. Тому виникає проблема розвитку інструментарію моделювання на основі мереж Петрі, який можливо гнучко використовувати для взаємопов'язаних прикладних задач.

У роботі описані характеристики елементів моделі та правила побудови і функціонування імітаційної моделі програмної системи, сформованої на базі кількох інтерпретацій мереж Петрі (PN) [4].

Підґрунтям для запропонованого підходу слугувала обставина, що одні інтерпретації PN, що побудовані на основі класичних мереж Петрі, можуть бути шляхом еквівалентних перетворень однозначно переведені у інші інтерпретації [4]. При побудові підсистем моделі використовуються інтерпретації (безпечні, числові, оціночні, кольорові з додатковими часовими властивостями та з інгібіторними дугами), які найбільш вдало відображають особливості модельованої системи.

Взаємодія між підсистемами моделі відбувається через узгоджуючі вершини місць і переходів, які відповідають найбільш навантаженій інтерпретації PN і дозволяють передавати динамічні елементи – мітки – враховуючи результат роботи кожної підсистеми. Визначено правила взаємодії підсистем імітаційної моделі, побудованої з використаннями комбінованого інструментарію.

При побудові кожної підсистеми моделі початковим елементом є вершина / вершини переходу, кінцевим елементом моделі – вершина / вершини місця, аналогічно побудові WF-патернів у роботі [5]. Перед збиранням підсистем у єдину модель їх перевіряють на живість, неконфліктність та відновлюваність початкової розмітки в «контролюючих» вершинах місць.

Узгодження підсистем імітаційної моделі проводиться за правилами, які визначають, як будуть передаватися результати функціонування підсистем, що відпрацювали, до наступних підсистем, що почнуть функціонувати у наступний момент часу, через узгоджуючі вершини такими відношеннями:

$$P_i^\bullet = \{p_{i1}, p_{i2} \dots p_{in}\}, \left| K_{P_i}^\bullet \right| = \left| \bullet K_{t_r} \right|; \bullet T_i = \{t_{j1}, t_{j2} \dots t_{jm}\}, \left| \bullet K_{T_j} \right| = \left| K_{p_r}^\bullet \right|.$$

Також важливим є визначення початкової та кінцевої розміток для незамкнених моделей: $\vec{m}_0^{(u)} \xrightarrow{(\tau_1, \dots, \tau_d)} \vec{m}_E^{(u+d)}$. При цьому, по закінченні функціонування моделі розмітка «контролюючих» вершин місць має відновитися: $\vec{m}_0^{(c)} = \vec{m}_E^{(c+d)}$.

Запропонований підхід та комбінований інструментарій для побудови і аналізу імітаційних моделей дозволяє гнучко проводити опис різнорідних підсистем моделі, формувати бібліотеку патернів для подальшого використання при побудові імітаційних моделей.

1. Лиссов П.М. Технология створення програмного комплексу для моделювання фізіологічних систем. // Проблеми програмування, спецвипуск. – 2008. – № 2-3. – С. 770-776.
2. Карнов Ю. Г. Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5. – СПб.: БХВ-Петербург, 2006. – 400 с.
3. W.M.P. van der Aalst. Three good reasons for using a Petri-net-based workflow management system. / Eindhoven University of Technology. URL: <http://wwwis.win.tue.nl/~wvdaalst/publications/p52.pdf> (Date of access: 09.01.16).
4. Kuzmuk V.V. The means for the description of information flows in dynamic models of medical hardware-software systems / V.V. Kuzmuk, O.A. Suprunenko // Theoretical and Applied Science. – Vol 15. – Nr 7. – 2014. – PP. 11-18.
5. Suprunenko O.A. Combined tools simulation Workflow based graph models // Theoretical and Applied Science. – Vol 23. – Nr 3. – 2015. – PP. 153-158.

УДК 519.7, 519.8

Цегелик Г.Г., д.ф.-м.н., професор, Краснюк Р.П., аспірант

(Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, Україна)

ЗАСТОСУВАННЯ АЛГОРИТМУ МУРАШИНОЇ КОЛОНІЇ У ЗАДАЧАХ ОПТИМІЗАЦІЇ РОЗМІЩЕННЯ РЕПЛІКАЦІЙНИХ БАЗ ДАНИХ

Алгоритм мурашиної колонії запропоновано у роботі [2] в якості методу розв'язку комбінаторних оптимізаційних задач. Згідно з загальною схемою алгоритму – мураха є програмним агентом, який є особоною великої колонії та використовується для розв'язку певного завдання. Мураха отримує набір простих правил, які дозволяють йому обирати шлях у графі. Побудова розв'язку здійснюється шляхом переміщення за станами задачі згідно з деяким ймовірностним правилом. Далі наведемо модифікацію цього алгоритму, що використовує ідею *Max-Min Ant System (MMAS)* [3] для задач розміщення реплікаційних баз даних, що наведені у праці [1].

Не зменшуючи загальності, можемо стверджувати, що задачі розміщення реплікаційних баз даних [1] можуть бути приведені до наступної задачі оптимізації:

$$F = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, x_{ij} = \{0,1\}, i = 1, 2, \dots, m, j = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

та додаткових умов щодо шуканих параметрів задачі x_{ij} , які не є критичними для ілюстрації загальної схеми алгоритму. У формулі (1) відомі коефіцієнти d_{ij} визначають «загальні витрати» щодо розміщення i -ї бази даних у j -му вузлі інформаційної системи.

За алгоритмом *MMAS* маємо три додаткові умови до загальної схеми мурашиного алгоритму:

- в оновленні феромонів бере участь тільки найкращий за поточну ітерацію мураха;
- значення рівня феромонів обмежено інтервалом $[L_{\min} > 0, L_{\max}]$;
- на початку алгоритму рівень феромонів для усіх вузлів встановлюється на рівні L_{\max} , що забезпечує краще дослідження простору розв'язків задачі на початковому етапі.

Наведемо кроки ітераційного алгоритму, коли на кожній ітерації колонія (множина) мурах генерує набір розв'язків у відповідності до рівнів феромонів. Серед отриманих результатів вибирається найкращий, що буде оновлювати ці рівні феромонів.

Крок 0. Вибирається величина похибки обчислень ε , значення максимальної кількості ітерацій t_{\max} , задається інтервал зміни рівня феромонів $[L_{\min}, L_{\max}]$, значення параметрів «жадібності» алгоритму q та швидкості випаровування феромонів ρ . Для кожного вузла інформаційної системи покладається рівень феромону на рівні L_{\max} , встановлюється індекс ітерацій $t = 1$ та попереднє значення цільової функції $F_0 = n \cdot (\max_{i,j} d_{ij})$.

Крок 1. Ініціалізація мурашиної колонії одним із можливих способів:

- випадкове покриття – початково мурахи у вузлах інформаційної системи розміщуються випадковим чином, коли кількість мурах та вузлів системи можуть не співпадати;
- розміщення колонії у фокусі – уся колонія мурах на кожній ітерації знаходиться в одному вузлі інформаційної системи. Кількість мурах у колонії може бути довільною.

Крок 2. Розрахунок розв'язку задачі (1) для кожного мураха з колонії за використання ймовірностей

$$p_{m,t}(i, j) = \begin{cases} \frac{[L_t(i, j)]^q [d_{ij}]^{q-1}}{\sum_{l \in M_{i,m}} [L_t(i, l)]^q [d_{il}]^{q-1}}, & j \in M_{i,m} \\ 0, & j \notin M_{i,m} \end{cases} \quad (2)$$

де у виразі (2): $L_t(i, j)$ – рівень феромонів, коли t – номер поточної ітерації, i та j визначають відповідно індекси бази даних та вузла інформаційної системи; $M_{i,m}$ – множина ще не використаних вузлів інформаційної системи, де може бути розміщено базу з індексом i для m -го мураха колонії, q – параметр, що визначає «жадібність» алгоритму: за умови $q = 0$ вибір вершини визначатиметься найнижчими «загальними витратами» d_{ij} , а умова $q = 1$ визначає вибір вузла лише рівнем феромонів, що зумовлює швидке виродження результату до одного субоптимального розв'язку.

Зауважимо, що формування множини $M_{i,m}$ на кожному кроці алгоритму здійснюється з використанням додаткових умов щодо шуканих параметрів задачі x_{ij} відповідної оптимізаційної задачі

Крок 3. Вибір найкращого розв'язку $x_{ij,t}^{best}$ на поточній ітерації з умови отримання найменшого значення цільової функції з (1): $F_t = F(x_{ij,t}^{best}) = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n d_{ij} x_{ij,t}^{best}$.

Крок 4. Перевірка умов припинення ітерацій: знайдені значення цільової функції на двох останніх ітераційних кроках алгоритму не перевищують похибки обчислень $|F_t - F_{t-1}| < \varepsilon$ або перевищено максимальну кількість ітерацій $t > t_{max}$. За виконання цих умов знайдені на поточному кроці значення $x_{ij,t}^{best}$ формують розв'язок відповідної оптимізаційної задачі. Інакше переходимо до кроку 5.

Крок 5. Збільшуємо значення індексу ітерації t на одиницю, здійснюємо перерахунок рівня феромонів за формулою

$$L_{t+1}(i, j) = \begin{cases} L_{min}; & L^* \leq L_{min}, \\ L^*; & L_{min} \leq L^* \leq L_{max}, \quad L^* = \rho \cdot L_t(i, j) + \Delta L_t(i, j), \\ L_{max}; & L^* \geq L_{max}, \end{cases}$$

де $\rho \in (0,1)$ – швидкість випаровування феромонів, $\Delta L_t(i, j) = x_{ij,t}^{best}$ – внесок найкращого за ітерацію мурахи у загальний рівень феромонів у вузлах інформаційної системи, та повертаємося до кроку 1.

З практичної точки зору у задачах розміщення реплікаційних баз даних не є необхідним отримання глобального мінімуму – достатнім є отримання локального оптимального розв'язку, що забезпечується вибором коефіцієнту ρ близьким до одиниці та коефіцієнту $\rho > 0.5$. Як показали числові експерименти, алгоритм мурашиної колонії забезпечує отримання оптимального розв'язку задач розміщення реплікаційних баз даних за 250-500 ітерацій з довільною точністю. Ефективність застосування алгоритму зростає зі збільшенням розмірності задачі – кількості вузлів n розподіленої інформаційної системи.

1. Цегелик Г.Г. Математичне моделювання оптимального розміщення реплікаційних баз даних / Г.Г. Цегелик, Р.П. Краснюк // Обчислювальні методи і системи перетворення інформації: Тези доповідей IV науково-технічної конференції (28-30 вересня 2016 р., м. Львів). – Львів, 2016. – С. 40-43.

2. Dorigo M. Ant Colony System: A Cooperative Learning Approach to the Traveling Salesman Problem / M. Dorigo, L.M. Gambardella // IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 1997. – Vol. 1, # 1. P. 53-66.

3. Stützle T. Max-Min Ant System / T. Stützle, H. H. Hoos // Future Generation Computer Systems, 2000. – Vol. 16, Issue 8. – P. 889-914.

**Секція 6. МОДЕЛЮВАННЯ ФІЗИЧНИХ, ТЕХНІЧНИХ І СОЦІАЛЬНИХ
СИСТЕМ**

УДК 517.958

Nomirovskii D.A., DSc., Professor

(Taras Shevchenko National University of Kyiv, Kyiv, Ukraine)

**GENERALIZED SOLVABILITY AND OPTIMIZATION OF A PARABOLIC SYSTEM WITH
DISCONTINUOUS SOLUTION**

When heat and mass transmission problems in a domain with thin low-penetrating insertions such as paint layers, refractories, gas gaps, thin liquid layers, laminas, cracks, edges of metal granules are studied, these zones are usually eliminated from the domain where the heat and mass transmission takes place and interface conditions on the surfaces of insertions are established. As a result, this approach leads to a boundary-value problem in a disconnected domain. There are an enormous number of papers, for example [1-4], concerning this problem, but many general questions of solvability and optimization of parabolic systems with discontinuous solutions are still open.

Another approach to investigate the heat and mass transmission problems in a domain with thin low-penetrating insertions consists in a replacement of the original partial differential equation and corresponding interface conditions by several first order partial differential equations, which themselves take account of the interface conditions. In the approach, the eliminated insertion is returned to the domain of transmission again, but the equations' coefficients become distributions. In [5], under the approach, a general parabolic system with distributional coefficients has been considered. In order to apply the results from [5], even if the insertions are situated on smooth surfaces and the right-hand side of the equation is of the form $F = (f, 0)$, some additional facts about the range of operators have to be proved. In this report we simplify some of the statements and prove theorems about solvability and optimization of the parabolic system with distributional coefficients.

1. Schechter M. A generalization of the problem of transmission // Ann. Soc. norm. super. Pisa, 1960. – Vol. 14. – P.207-236.
2. Roitberg Ya. Boundary value problems in the spaces of distributions. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999. – 288p.
3. Deineka V.S., Sergienko I.V., Skopetsky V.V. Models and methods of solution of the problems with conjugation conditions. Kyiv: Naukova dumka, 1998. – 614p. (in Russian)
4. Semenov V.V. Solvability of a parabolic transmission problem with the condition of a generalized proper lumped source // Differential Equations, – 2005. – V. 41, N.6. – P. 878-886.
5. Nomirovskii D.A. Generalized solutions and controls of a singular parabolic system // Reports of the National Academy of Sciences of Ukraine, – 2003. – N.10. – P. 30-35.

ТЕХНОЛОГІЇ ФОРМУВАННЯ ІНФОРМАЦІЙНИХ РЕСУРСІВ ДЛЯ НЕЗРЯЧИХ КОРИСТУВАЧІВ

У сучасному інформаційному суспільстві для ефективного інформаційного супроводу навчального процесу осіб з обмеженими можливостями необхідне переосмислення традиційних форм подання інформації. Розробляються та вдосконалюються інформаційні технології, методи та засоби, що реалізують формування ресурсів електронних бібліотек спеціалізованими інформаційними продуктами, що інтегрують різнотипову інформацію для забезпечення інформаційних потреб осіб з різними фізичними вадами. Потреба формування інформаційних ресурсів, електронних бібліотек для цієї категорії громадян стала особливо актуальною у зв'язку з воєнними діями, що відбуваються на території України.

Саме електронні бібліотеки у інформаційному суспільстві перетворюються на зручні засоби для збереження інформаційних ресурсів, що забезпечують інформаційну підтримку та супровід освітніх та соціокомунікаційних процесів для осіб з особливими потребами. Електронна бібліотека забезпечує зручний доступ до інформаційних ресурсів у режимі онлайн.

При формуванні інформаційного ресурсу для незрячих користувачів доцільно накопичувати електронні документи у DAISY форматі. Проведений авторами аналіз функціональних можливостей технологій, що фіксуються стандартом DAISY, дозволяє стверджувати, що він може використовуватись для якісного забезпечення широкого спектру вимог, притаманних процесам створення баз даних/знань, які містять мультимедійну інформацію для незрячих, оскільки забезпечує створення аудіо контенту з використанням механізмів гнучкої навігації. Користувачі мають змогу прослуховувати таку книгу не лише лінійно, засоби навігації надають можливість здійснювати переходи з розділу в розділ, підрозділ, параграф, сторінку. У документах в DAISY форматі передбачена можливість відзначення закладками певних місць у тексті для повторного його прослуховування та проставлення голосових міток [1].

Одним із актуальних завдань, що постали перед розробниками інформаційно-технологічного сервісу для людей з вадами зору є вирішення питань формування мультимедійного структурованого контенту для зручної взаємодії незрячого із інформаційним ресурсом засобами комп'ютера. На рис. 1 зображено структурну схему процесу взаємодії незрячого користувача із електронною бібліотекою. За допомогою спеціально облаштованого автоматизованого робочого місця та програмного інтерфейсу незрячий користувач має змогу самостійно отримати доступ до бібліотечних фондів та знайти потрібну книгу чи підручник для читання. Для ефективного використання незрячим користувачем технічних видань, що містять формульне подання контенту розроблені програмно-алгоритмічні засоби озвучення математичних формул українською мовою.

Розроблені засоби дають можливість подавати україномовні технічні тексти за допомогою синтезатора мови, наповнювати DAISY книги технічним контентом і конвертувати математичні формули у текстовий опис. Невід'ємною складовою засобу озвучення є спеціальна система правил, що забезпечує коректне перетворення математичних формул, поданих у різних варіантах запису MathML. Система правил

складається з алгоритмів запису математичних символів, операторів, загальних та уточнених виразів.

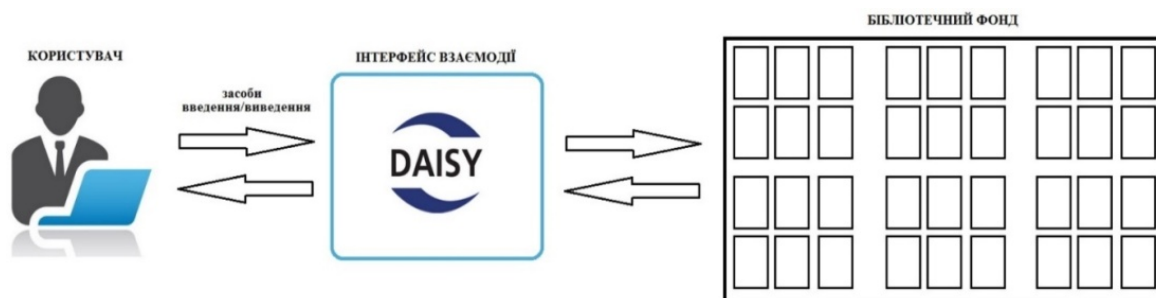


Рис. 1. Процес взаємодії незрячого користувача з електронною бібліотекою

Для перетворення MathML на текст використовується модель трансформації синтаксичного дерева, основана на правилах. Враховуючи поширеність мови MathML, її деревоподібну структуру та наявність засобів перетворення формул, записаних у різних форматах до мови MathML, вважаємо за доцільне використовувати її для внутрішнього запису формул. Мову MathML вибрано як проміжну для розроблення засобів озвучення формул.

Формула, записана мовою MathML, має деревоподібну структуру, що дає змогу однозначно описати семантику математичного виразу в інформаційній системі. Запис математичної формули мовою MathML можна зобразити у вигляді дерева, вершинами якого є операції та операнди. При цьому, кожен вузол дерева відповідає певній схемі компонування, а його гілки або нащадки – підвиразам. Інакше кажучи – це графічне представлення математичної формули, що показує, як саме теги MathML повинні бути вкладені один в одного для правильного відображення заданого математичного виразу на екрані (рис. 2).

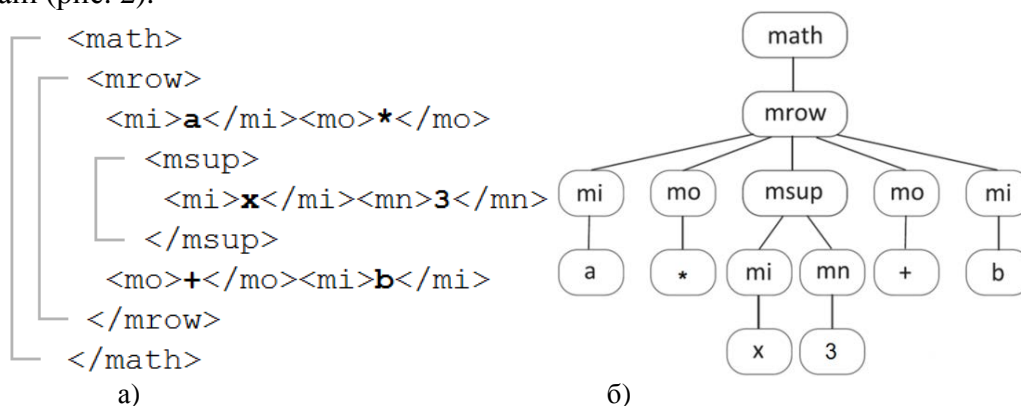


Рис. 2. Запис формули $a * x^3 + b$ мовою MathML (а), її зображення у вигляді дерева (б)

Для перетворення математичних формул, поданих у різних варіантах запису MathML (презентаційний та семантичний), на текст українською мовою, розроблено спеціальну систему правил. Система складається з правил запису математичних символів, операторів, загальних та уточнених виразів.

1. Automating Tactile Graphics Translation [Текст] / R.E. Ladner, M.Y. Ivory, R. Rao, S. Burgstahler, D. Comden, S. Hahn, M. Renzelmann, S. Krisnandi, M. Ramasamy, B. Slabosky, A. Martin. A. Lacenski, S. Olsen, D. Croce. // Proc. of 7th Int. ACM Sigaccess Conf. on Computers and Accessibility, January 2005, New York. – New York, 2005. – S. 50–57.

УДК 536.7

Волощук В.А., к.т.н., доцент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕОБОРОТНИХ ПРОЦЕСІВ У ТЕПЛОАСОСНИХ УСТАНОВКАХ МЕТОДАМИ ПОГЛИБЛЕНОГО ЕКСЕРГЕТИЧНОГО АНАЛІЗУ

Для підвищення ефективності використання потенціалу вхідного енергоносія в теплоенергетичній системі необхідно зменшувати необоротність процесів при передачі та перетворенні енергії. Науково обґрунтована методологія кількісної оцінки таких необоротностей базується на поєднанні першого та другого законів термодинаміки. Найбільш поширеними методами при цьому є методи ексергетичного аналізу. Так званий поглиблений ексергетичний аналіз на сьогоднішній день є новим етапом розвитку даного методу і розроблений він представниками німецької школи прикладної термодинаміки [1].

Огляд літературних джерел показав, що методологія поглибленого ексергетичного аналізу реалізована, в основному, на прикладі холодильних машин або теплоасосних установок (ТНУ) промислового призначення, де розглядається тільки один режим роботи – номінальний [1 - 3]. У випадку роботи ТНУ у складі системи теплозабезпечення будинку має місце мінливість його режимів роботи, що визначається впливом погодно-кліматичного чинника, як всередині опалювального сезону, так і у багаторічному періоді.

Мета роботи – кількісна оцінка необоротностей та визначення можливостей їх зниження у ТНУ системи теплозабезпечення будинку методами поглибленого ексергетичного аналізу з урахуванням сезонних коливань режимів роботи.

В методах ексергетичного аналізу необоротність процесів передачі та перетворення енергії оцінюється за допомогою деструкції ексергії.

В роботі розглянуто ТНУ типу «повітря-вода» та «вода-вода». Аналіз здійснювався на основі математичного моделювання. Загалом розроблена математична модель ТНУ складається із системи більше 30-ти алгебраїчних рівнянь, яка розв'язувалася числовим методом.

Аналіз отриманих даних показав, що частка деструкції ексергії в кожному елементі ТНУ є різною в різні періоди опалювального сезону. Відповідно, на відміну від апробованих на практиці підходів з ексергетичної оцінки ТНУ, де розглядається тільки один режим роботи системи, для адекватної оцінки ТНУ в складі системи теплозабезпечення будинку, через мінливість режимів роботи, пропонується використовувати динамічний метод аналізу на основі квазістаціонарного підходу з розрахунковим часовим кроком 24 год із подальшим інтегральним оцінюванням ексергетичних критеріїв за допомогою їх сезонних значень.

З точки зору практичного удосконалення теплоенергетичної системи необхідно виділяти саме ту деструкцію ексергії, яку можна уникнути за рахунок удосконалення k -го елемента і включає в себе частину деструкції, яка впливає безпосередньо на даний елемент, та частину, яка впливає на інші елементи $E_{D,k}^{AV,\Sigma}$ [1, 2].

На рис. 1, для прикладу, показані сезонні значення внутрішньо залежної і тієї, що можна уникнути, деструкції ексергії та зовнішньо залежної і тієї, що можна уникнути, деструкції ексергії для кожного компонента ТНУ типу «повітря-вода». Причому

остання складова у свою чергу розподілена кількісно на ті інші елементи ТНУ, від яких вона залежить.

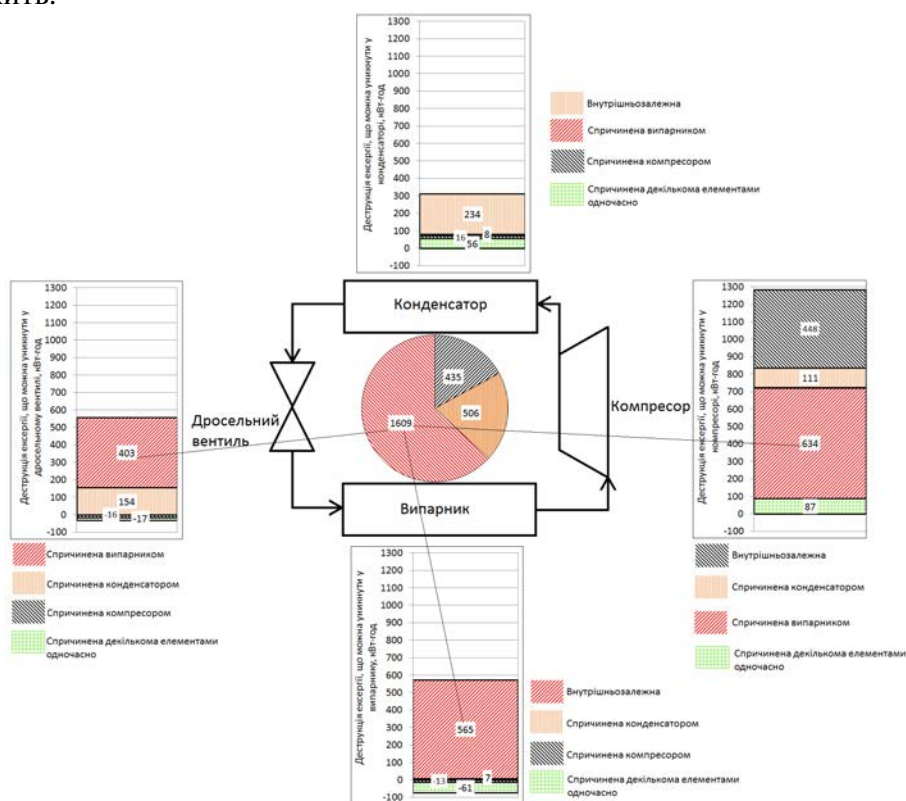


Рис.1. Сезонні за опалювальний період значення деструкції ексергії, кВт-год, що можна уникнути за рахунок удосконалення k-го елемента ТНУ

Як видно із рис. 1, найбільше значення деструкції ексергії, що можна уникнути, обумовлене необоротністю процесів у випарнику і становить $E_{D,EV}^{AV,\Sigma,year} = 1609$ кВт-год. У конденсаторі та компресорі ці частини деструкції відповідно становлять $E_{D,CD}^{AV,\Sigma,year} = 506$ кВт-год та $E_{D,CM}^{AV,\Sigma,year} = 435$ кВт-год тобто відповідно у 3 та 3,7 рази менше, ніж у випарнику.

Отже, для даного випадку теплозабезпечення будинку за допомогою ТНУ типу «повітря-вода», найбільшу частку деструкції ексергії у тепловому насосі можна знизити за рахунок удосконалення випарника, а саме зниження необоротності при передачі теплоти у цьому елементі шляхом зменшення температурного напору.

В роботі [4], для порівняння, наведена аналогічна реалізація поглибленого ексергетичного аналізу ТНУ типу «вода-вода» з тією ж встановленою потужністю – 12 кВт. В результаті показано, що найбільше сезонне значення сумарної деструкції ексергії, яку можна уникнути у тепловому насосі, належить також випарнику. Для конденсатора ця частина деструкції виявилася на 17 % менша ніж у випарнику. Для компресора ця частина деструкції ексергії є незначною. Деструкція ексергії, яку можна уникнути за допомогою удосконалення дросельного вентиля рівна нулю. Тобто у прийнятих умовах, термодинамічне удосконалення ТНУ можливе за рахунок зменшення необоротностей при передачі теплоти у випарнику та конденсаторі – тобто зниження температурного напору у цих теплообмінниках. При цьому, випарник має більші можливості ніж конденсатор. У компресорі можливості незначні, а дросельний вентиль взагалі не в змозі підвищити термодинамічну ефективність установки.

Наступний етап реалізації методів поглибленого ексергетичного аналізу

базується на поєднанні методів оцінювання впливу необоротностей на економічну та екологічну ефективність системи.

1. *Tsatsaronis G.* Advanced exergy-based methods used to understand and improve energy-conversion systems/ G. Tsatsaronis, T. Morosuk // The 4th International Conference on Contemporary Problems of Thermal Engineering (CPOTE-2016). Program and Proceedings, Gliwice – Katowice, Silesia, Poland, September, 14-16, 2016. – Gliwice – Katowice, Silesia, 2016. – P. 75 - 89.
2. *Morosuk T.* Advanced exergetic evaluation of refrigeration machines using different working fluids / T. Morosuk, G. Tsatsaronis // *Energy*. – 2009. – Vol. 34. – P. 2248–2258.
3. *Erbay Z.* Application of conventional and advanced exergy analyses to evaluate the performance of a ground-source heat pump (GSHP) dryer used in food drying / Z. Erbay, A. Hepbasli // *Energy Conversion and Management*. – 2014. – Vol. 78. – P. 499–507.
4. *Voloshchuk V. A.* Advanced exergetic analysis of a heat pump providing space heating in built environment / V. A. Voloshchuk // *Energetika*. – 2017. – 63(3). – P. 83–92.

УДК 531.8+519.6

Демидюк М.В.¹, к.ф.-м.н., ст.н.с., Гошовська Н.В.², аналітик,
Демидюк В.М.³, студент

¹Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів; ²ПАТ “Концерн Галнафтогаз”, Львів, Львівський національний університет ім. І.Франка, Львів, Україна)

ОПТИМІЗАЦІЯ ПОЛОЖЕННЯ ПОЛЮСА ТА РУХУ ДВОЛАНКОВОГО МАНІПУЛЯТОРА

Під час адаптації маніпуляційної системи до умов технологічної операції важливим є раціональне розміщення (у робочій зоні) нерухої бази маніпулятора. Як свідчать результати числового моделювання руху (заданого режиму) дволанкового маніпулятора, положення полюса (точки закріплення на базі) системи істотно впливає на її енерговитрати [4].

Нижче розглядаємо задачу оптимізації лінійних координат полюса та законів руху дволанкового маніпулятора. Маніпулятор виконує транспортну операцію у горизонтальній площині: протягом заданого часу T переносить вантаж із заданого початкового положення (x_0, y_0) у задане кінцеве (x_T, y_T) . Швидкість вантажу на початку та в кінці руху вважаємо нульовою. У процесі оптимізації враховуємо можливі конфігурації кінематичної структури маніпулятора на початку та в кінці операції.

Кінематична схема досліджуваного маніпулятора зображена на рис.1. Маніпулятор складається із двох ланок (твердих тіл) OA і AB , з'єднаних між собою циліндричним шарніром A . Ланка OA за допомогою циліндричного шарніра O (полюса) зв'язана з нерухою

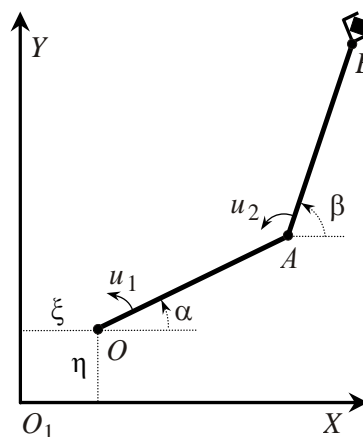


Рис. 1. Кінематична схема маніпулятора

основою (базою). На кінці другої ланки розташовано захоплювач з вантажем, які моделюємо точковою масою m , зосередженою у точці B . Маніпулятор під дією моментів сил $u_1(t)$ і $u_2(t)$, $t \in [0, T]$, виконує плоскопаралельний рух у горизонтальній площині O_1XY . Рівняння руху маніпулятора представляють собою систему двох нелінійних диференціальних рівнянь (другого порядку), які зв'язують між собою параметри, кутові координати ланок $\alpha(t)$, $\beta(t)$ та керування $u_1(t)$ і $u_2(t)$ [1, 2].

Нехай $(\xi, \eta) \in \Omega$ – лінійні координати полюса O у системі координат O_1XY , Ω – множина допустимих значень: $\Omega = \{(\xi, \eta) : (a - b)^2 \leq (x_\tau - \xi)^2 + (y_\tau - \eta)^2 \leq (a + b)^2, \tau = 0, \tau = T\}$, де $a = |OA|$, $b = |AB|$ – довжини ланок маніпулятора. Для оцінки якості руху (керування) маніпулятора використаємо квадратичний функціонал

$$E = \int_0^T [u_1^2(t) + u_2^2(t)] dt, \quad (1)$$

який (за певних припущень) характеризує енерговитрати системи.

Сформулюємо задачу оптимізації. Знайти такі положення полюса O $(\xi, \eta) \in \Omega$ та керування $u_1(t)$, $u_2(t)$, $t \in [0, T]$, при яких маніпулятор виконає задану транспортну операцію з мінімальним значенням функціонала E : $E^* = \min E[\xi, \eta, u_1, u_2]$.

Ефективною в дослідженні сформульованої задачі є методика параметричної оптимізації. Представимо кутові координати маніпулятора $\alpha(t)$, $\beta(t)$ у вигляді лінійної комбінації заданих функцій [1–3]:

$$f = \sum_{i=0}^3 c_i^f t^i + \sum_{i=1}^n [a_i^f g_{1i}^f(t) + b_i^f g_{2i}^f(t)], \quad f \in \{\alpha, \beta\}, \quad (2)$$

де $\{g_{1i}^f, g_{2i}^f\}_{i=1}^n$ – задані на $[0, T]$ функції; $\{a_i^f, b_i^f\}_{i=1}^n$ – невідомі коефіцієнти, які знаходимо в результаті розв'язання відповідної задачі нелінійного програмування; $\{c_i^f\}_{i=0}^3$ – коефіцієнти полінома, за допомогою яких забезпечуємо виконання граничних умов транспортної операції. Необхідні для цього граничні значення кутів α_τ , β_τ внаслідок кінематичної надлишковості маніпулятора (для заданих (x_τ, y_τ)) знаходяться неоднозначно. Загалом маємо чотири можливі конфігураційні положення ланок у моменти часу $\tau = 0$, $\tau = T$: (I) – $\{\alpha_0^-, \beta_0^+\}$, $\{\alpha_T^-, \beta_T^+\}$; (II) – $\{\alpha_0^-, \beta_0^+\}$, $\{\alpha_T^+, \beta_T^-\}$; (III) – $\{\alpha_0^+, \beta_0^-\}$, $\{\alpha_T^-, \beta_T^+\}$; (IV) – $\{\alpha_0^+, \beta_0^-\}$, $\{\alpha_T^+, \beta_T^-\}$. Зазначені граничні конфігурації враховуємо під час розв'язання сформульованої задачі.

Далі, після підставлення введених функцій (2) у рівняння руху маніпулятора знаходимо параметричне сімейство керувань $u_1(t, \mathbf{c})$, $u_2(t, \mathbf{c})$, де $\mathbf{c} = (\xi, \eta, a_1^\alpha, b_1^\alpha, a_1^\beta, b_1^\beta, \dots, a_n^\alpha, b_n^\alpha, a_n^\beta, b_n^\beta)$ – вектор шуканих параметрів. В результаті функціонал (1) перетворюється у функцію багатьох змінних $E(\mathbf{c})$, що зводить вихідну задачу оптимального керування до задачі нелінійного математичного програмування $E(\mathbf{c}) \rightarrow \min_{\mathbf{c}}$. Обмеження $(\xi, \eta) \in \Omega$ задовольняємо методом зовнішніх штрафних функцій.

Наведемо окремі результати розв'язання сформульованої задачі для маніпулятора, параметри якого (разом з характеристиками транспортної операції) відповідають моделі у статті [1]. Аналогічно [1] у параметризації (2) використали тригонометричні

функції при $n = 8$. З метою дослідження впливу параметрів ξ та η на енерговитрати маніпулятора (1) отриману задачу нелінійного програмування розв'язували таким способом: параметри ξ і η шукали (простим перебиранням) на дискретній сітці $\{(\xi_i, \eta_j): \xi_i = -0.8 + 0.1i, \eta_j = -0.5 + 0.1j, i = \overline{0, 23}, j = \overline{0, 26}\}$, решту параметрів (компонент вектора \mathbf{c}) обчислили за допомогою алгоритму циклічного покоординатного спуску (точність за параметрами оптимізації становила 10^{-6} , за значенням цільової функції – 10^{-3}). Отримане мінімальне значення $E^* = 0.654$ ($\xi^* = -0.6, \eta^* = 1.1$), що приблизно в 6 раз є меншим за енерговитрати $E = 4.333$ при $\xi = \eta = 0$.

На рис. 2 показано розподіл мінімальних енерговитрат \tilde{E}^* (за коефіцієнтами параметризації в (2)) на введеній вище сітці $\{(\xi_j, \eta_j)\}$. Тут позначення осі X відповідає параметру ξ , осі Y – параметру η , осі Z – енерговитратам \tilde{E}^* . Бачимо, що для заданої транспортної операції положення полюса маніпулятора суттєво впливає на його енерговитрати.

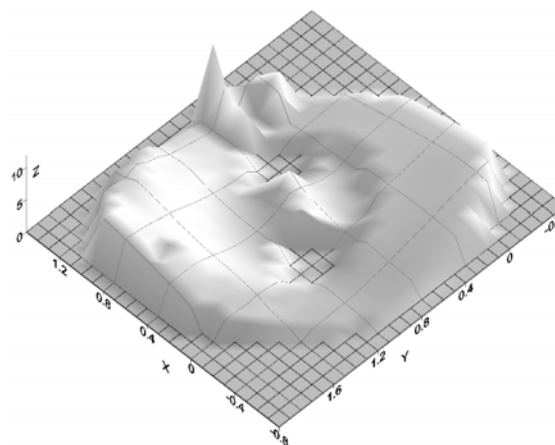


Рис. 2. Розподіл мінімальних енерговитрат

1. Демидюк М.В. Параметрична оптимізація транспортних операцій дволанкового маніпулятора / М.В. Демидюк, Н.В. Гошовська // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2016. – 59, №4. – С. 142-152.

2. Демидюк М.В. Параметрична оптимізація руху дволанкового маніпулятора з використанням ортогональних поліномів / М.В. Демидюк, Н.В. Гошовська // *Прикл. пробл. механіки і математики.* – 2016. – Вип. 14. – С. 140-147.

3. Демидюк М.В. Оптимізація режимів руху та параметрів дволанкового маніпулятора з активними й пасивними приводами / М.В. Демидюк, М.І. Ширко // *Мат. методи та фіз.-мех. поля.* – 2007. – 50, №2. – С. 183-190.

4. Поліщук О.Д. Оптимізація процесів управління дволанкових механічних систем / О.Д. Поліщук // *Прикл. пробл. механіки і математики.* – 2003. – Вип. 1 – С. 90-95.

УДК 024-056.26(477:73)

О.М. Дуда, Н.Е. Кунанець, О.В.Мацюк, В.В. Пасічник

(Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна)

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ВЕЛИКИХ ЗА ОБСЯГОМ ДАНИХ (BIG DATA) В ПРОЕКТАХ «РОЗУМНИХ МІСТ»

Інноваційна парадигма сучасного «розумного міста» все частіше відіграє роль технологічного локомотива у процесах трансформації різних сфер міського буття, таких як транспорт, енергетика, екологія, охорона здоров'я, соціальна інтеграція, освіта

та культура. Однією з ключових характеристик «розумного міста» є інтеграція інформаційних та комунікаційних технологій в контексті ефективної реалізації стратегічних планів розвитку міських громад. На базі такої інтеграції досягається сталий розвиток у сучасних міських громадах, покращення умов життя, зростання добробуту містян та стале економічне зростання сучасних міст, які поступово, але невідворотно трансформуються у соціополіси.

Перспективи розвитку проєктів «розумних міст» характеризуються експоненційним зростанням обсягів інформаційних наборів, що характеризують життєдіяльність міст. Назріла потреба ці великі за обсягом та загалом слабоструктуровані набори даних збирати та накопичувати в хмарних середовищах, або міських центрах аналітичного опрацювання даних. При цьому слід базуватися на розподілених масштабованих та відмовостійких технологіях баз та сховищ даних, які функціонують для реалізації окремих муніципальних сервісів, та засадах спільного їх використання різнотиповими інформаційно-технологічними застосунками [1]. Інформаційна технологія великих за обсягом даних (BigData) характеризується великими обсягами інформаційних слабоструктурованих наборів, високою швидкістю їх накопичення та широким різноманіттям типів даних. Великі за обсягом дані неоднорідні за структурою і мають тенденцію до постійного зростання, тому вимагають нестандартних підходів до зберігання та опрацювання. Для їх ефективного опрацювання ухвалюються комплексні рішення щодо моніторингу, фільтрації, структурування та пошуку ієрархічних зв'язків. Інформаційна технологія великих за обсягом даних дозволяє аналізувати величезну множину змінних, і на основі отриманої інформації виявляти потенційні тренди і формувати науковообґрунтовані рекомендації, розглядаючи певну ситуацію в перспективі. Обсяг даних може зростати в геометричній прогресії, проте можливості їх якісного опрацювання та прийняття на їх основі ефективних рішень обмежені і асимптотично досягають межі. При розробленні методів і процедур для побудови, оновлення моделей, автоматизації процесу прийняття рішень, а також середовищ зберігання великих даних слід застосовувати системний підхід.

Існує чотири типи задач, вирішення яких пов'язане з використанням великих за обсягом даних:

1. Зберігання й керування даними.

Обсяг великих даних, не дозволяє використання традиційних реляційних баз даних для їх зберігання і управління ними.

2. Опрацювання неструктурованої інформації.

Більшість великих за обсягом даних є неструктурованими, і можуть містити текст, відео, зображення і т.д.

3. Аналіз великих даних.

Аналіз великих за обсягом даних складний і довготривалий процес, потребує особливих підходів та засобів опрацювання..

4. Масштабування.

При опрацюванні великих за обсягом даних виникає необхідність зміни деяких масивів даних без суттєвих інформаційних втрат (зокрема засобами шардінгу та реплікації).

Застосунки на базі великих за обсягом даних (BigData) в комплексі з іншими сучасними інформаційними та комунікаційними технологіями (такими як хмарні обчислення, мобільні технології, IoT, геоінформаційні технології, розподілені обчислення та мережі (GRID)) відіграють щораз важливішу роль у реалізації міських інформаційно-технологічних застосунків та сервісів. Ефективно реалізовані технології великих за обсягом даних (BigData) дають змогу муніципальним адміністраціям та

містянам подавати і отримувати цінні відомості, статистичні оцінки, сформовані на основі великої кількості наборів даних, зібраних з різномірних джерел, котрі в свою чергу характеризуються слабкою структурованістю відповідних функцій [2].

Однією з відносно нових інформаційних технологій, що має високий внутрішній потенціал та може ефективно використовуватись для покращення інтелектуальних послуг, що надаються у «розумному місті», є технологія аналітичного опрацювання великих за обсягом даних, котрі генеруються різними джерелами та фіксуються такими пристроями як смартфони, комп'ютери, цифрові давачі, відеокамери, які виступають в якості елементів глобальних систем позиціонування, соціальних мереж, комерційних транзакційних систем і т.п. Ефективне та оперативне аналітичне опрацювання великих за обсягом даних (BigData) дозволяє отримувати цінні відомості з наборів даних, продукованих як сенсорними пристроями, так і джерелами, що мають соціокомунікаційну сутність, і є ключовими чинниками для успішності багатьох сервісних міських програм та застосунків.

Висновки. Зростаючі інформаційні кортежі, що формуються в середовищі «розумних міст» не можуть в повній мірі ефективно опрацьовуватись засобами виключно баз даних і потребують розроблення нових методів, засобів та способів зберігання та комплексного аналітичного опрацювання. Подальшого розвитку потребують комплексні застосунки, що базуються на технологіях великих за обсягом слабоструктурованих даних, та системи їх аналітичного опрацювання в проектах «розумних міст» в поєднанні з іншими класами сучасних інформаційних та комунікаційних технологій. Актуальним є розроблення відповідних інформаційно-технологічних архітектур, орієнтованих на ефективне використання відкритих даних в муніципальних системах підтримки прийняття рішень (DSS), призначених як для міських адміністрацій, так і для пересічних мешканців міст.

1. Borgia, E. (2014). The internet of things vision: key features, applications and open issues. *Computer Communications*, 54, 1–31.
2. Chen, M., Mao, S., & Liu, Y. (2014). Big data: a survey. *Mobile Networks and Applications*, 19(2), 171–209.

УДК 004.031

О.М.Дуда¹, Н.Е.Кунанець², О.В.Мацюк¹, В.В.Пасічник²

¹*Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя,*

²*Національний університет «Львівська політехніка»*

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ІНТЕРНЕТ-ПРИСТОЇВ В ПРОЕКТАХ «РОЗУМНИХ МІСТ»

У дослідників та фахівців, що опрацьовують реальні інноваційні проекти для втілення у сучасних містах, чітко сформувався два профілі концепту "Розумне місто" [1]. З одного боку, це методологічний погляд на технологічно орієнтовану інформаційну та комунікаційну платформу, яка ефективно забезпечує реалізацію ключових обчислювальних алгоритмів та комплексів ІТ сервісів і системно інтегрує чисельні різнотипові пристрої, вбудовані в конкретні міські об'єкти та міське середовище загалом. З іншого боку, більш соціоорієнтована концепція, яка фокусується

на методах, засобах та способах формування нового, заснованого на знаннях міського соціуму та інноваційної високотехнологічної міської економіки. Надійним мостом, який єднає їх в одне ціле, є процеси відбору та ефективного використання даних, пов'язаних з міською діяльністю, їх комплексний аналіз з метою генерації потужних кортежів нових інформаційних сервісів, призначених для оптимізації широкого спектру процесів функціонування сучасного міста, що розглядається фахівцями як гіперскладна система. Технологія інтернет-пристроїв (IoT) багатьма дослідниками та практиками розглядається як одна з ключових інформаційних технологій, зорієнтованих на ефективну реалізацію такого роду функцій. Концепція Інтернет-пристроїв (IoT), запропонована Кевіном Ештоном в 1999 році, коли набули поширення пристрої з інтелектуальними сенсорами, що інтегровані з відповідними комунікаційними засобами. Інтернет-пристрої визначаються як самоорганізовані системи, що не мають концептуальних обмежень, входять до складу конвергентних систем, та призначені для підвищення ефективності протікання процесів в цих системах. В свою чергу, IoT-застосунки [2] визначаються як набори пов'язаних та інтегрованих в середовище ідентифікованих об'єктів або пристроїв, котрі для обміну повідомленнями використовують стандартні протоколи зв'язку. При цьому обмін даними може відбуватися без втручання людини. Результати проведених досліджень дозволяють стверджувати, що кількість підключених сьогодні Інтернет-пристроїв перевищила чисельність населення планети і в їх розмаїтті та різноманітності є доволі багато пристроїв, які можна було б використовувати як уніфіковані блочні рішення при втіленні інноваційних проектів «розумних міст» майбутнього.

В обчислювальному середовищі проектів «розумних міст» фактично експлуатуються чисельні комплекси пристроїв, імplementованих у фізичні об'єкти, що підключені до мережі Інтернет. Вони в свою чергу підтримують набір різноманітних засобів зв'язку та протоколів обміну даними. Така системна інтеграція забезпечує ефективне надання широкого спектру послуг, які формуються завдяки об'єднанню як віртуальних, так і реальних фізичних пристроїв, інноваційних сервісів, що сформовані на базі сучасних інформаційних та комунікаційних технологій.

Інтернет-пристрої мають набори характеристик, які формуються у відповідності до поставлених завдань в тому чи іншому профілі досліджень. У зв'язку з неповнотою сформованості термінологічної бази видається доцільним подати основні означення та терміни, характерні для цього сучасного інноваційного класу інформаційних та комунікаційних технологій. Базовою концепцією технологій Інтернет - пристроїв є реалізація парадигми, згідно з якою «майже всі Інтернет-пристрої пов'язані між собою», що трансформується у реалізацію наступних характеристик:

- Конвергентність – надає можливість опрацьовувати довільні види даних (текст, фотографії, відео та аудіо і т.д.) з допомогою будь-якого технологічного пристрою.
- Зв'язок – дозволяє підключатися будь-де та в будь-який момент.
- Підключення – забезпечує засоби для зв'язку з будь-якою мережею будь-яким шляхом.
- Вміст – доступний з будь-якого місця в будь-який час, без обмежень за змістом.
- Обчислення – доступні для всіх, хто володіє знаннями щодо принципів функціонування, без обмеження тривалості та часу доступу.
- Колекції – множина послуг чи будь-яка окрема послуга є доступною для вирішення довільного переліку завдань.

Авторами спроектована та реалізована інформаційно-технологічна платформа телеметричного обліку витрат води, тепла, газу та електроенергії, яка зорієнтована на втілення в проектах «розумних міст». В базовому варіанті запропонованої платформи використовується декілька поколінь цифрових пристроїв для передачі телеметричних

даних з можливостями підключення до мережі Інтернет за допомогою мережевих інтерфейсів (LAN) та мобільних мереж. Давачі можуть підключатись до цифрових пристроїв з використанням промислового протоколу MBUS. Новіші покоління цифрових пристроїв можуть проводити обмін даними з REST-сервісом на віддаленому веб-сервері в діалоговому режимі. Отримані інформаційні набори щодо спожитих послуг зберігаються у розподіленій масштабованій базі даних програмно-алгоритмічного комплексу з інтерфейсами, реалізованими за допомогою веб та мобільних застосунків. В наступних версіях системи передбачене суттєве розширення її функціональних можливостей з використанням архітектури та методів обміну даними, що притаманні технологіям IoT.

Створюючи застосунки на платформі IoT в проектах "розумних міст", доцільно формувати комплексний системний погляд, який базувався б на процедурах уніфікації відповідної архітектури, інноваційних інформаційно-технологічних принципах та методах взаємодії Інтернет-пристроїв. Узагальнена архітектура проектів класу «розумне місто» із застосуванням IoT представлена на рисунку 1.

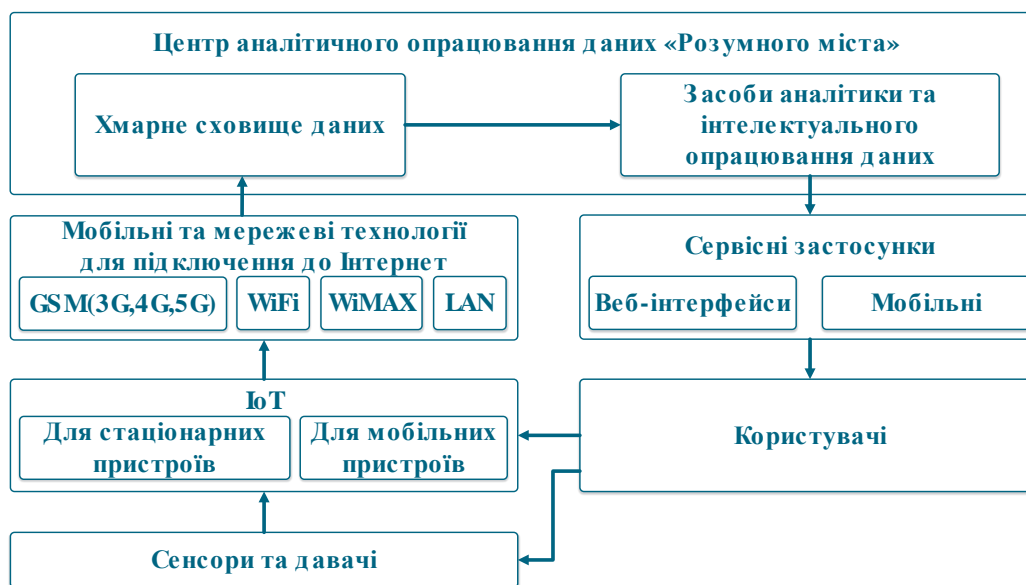


Рис. 1. Узагальнена архітектура проектів класу «розумне місто» із застосуванням IoT

Авторами проаналізовані присутні в проектах сучасних «розумних міст» реалізації та архітектури, сформовані на базі IoT, проведено їх узагальнення та сформульовані принципи комплексного їх застосування з інформаційними технологіями інших класів, таких як хмарні обчислення, великі за обсягом дані (BigData), технології аналітичного опрацювання даних, а також їх інтеграція з інформаційними моделями різномірних процесів та систем, що подаються у формі баз даних, сховищ та просторів даних.

1. Kitchin, R. The real-time city? Big data and smart urbanism. //GeoJournal. Nr79. – 2014. – PP.1–14.
2. J. Gubbi, , Internet of things (iot): A vision, architectural elements, and future directions/R. Buyya, S. Marusic, M. Palaniswami // Future Generation Computer Systems, Vol. 29 - Nr 7. – 2013. - PP. 1645–1660.

УДК 519.87

Івохін Є.В., д.ф.-м.н., професор, Аджубей Л.Т., к.ф.-м.н., доцент,
Науменко Ю.О., аспірант

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

МОДЕЛІ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ ІНФОРМАЦІЇ НА ОСНОВІ РІВНЯННЯ ДИФУЗІЇ

Сучасні інформаційні потоки, котрі розраховані на конкретного споживача, мають, як правило, чітко визначену предметну або цільову спрямованість, що характеризується областю інтересів людини. Для дослідження впливу інформації на соціум потрібно використовувати принципово новий інструментарій, який здатний адекватно відобразити стан динамічної складової процесу розповсюдження інформації [1]. При цьому, розробка нових підходів не відмінняє методики застосування класичних способів аналізу та обробки інформаційних процесів, що реалізується у вигляді так званого механістичного підходу.

В рамках даного підходу розглянемо один з варіантів формалізації процесів розповсюдження інформації. Позначимо через $u(x, t)$ функцію рівня розповсюдження інформації в межах визначеної частки x , $0 \leq x \leq 1$, групи населення, обсяг якої не перевищує наперед заданої величини A .

Будемо моделювати зміну рівня (концентрації) інформації у соціальній або регіональній групі населення за допомогою рівняння дифузії [2]. Цей процес аналогічний розповсюдженню деякої речовини протягом конкретного часового інтервалу $t \in [0, T]$ і може бути описаний скалярним рівнянням:

$$\frac{du}{dt} = -k(t) \frac{d^2 u}{dx^2}, \quad (1)$$

з початковою умовою $u(x, 0) = 0$, $0 \leq x \leq 1$, та крайовою умовою $u(0, t) = 0$, $t \in [0, T]$, де $k(t)$ - коефіцієнт, що характеризує швидкість проникнення інформації (аналог коефіцієнта дифузії) і є пропорційним швидкості зміни частки населення, яка вважається чутливою до впливу зовнішньої інформації.

Склад населення розбивається на 3 підгрупи: частка чутливих до впливу інформації y_1 , частка тих, що вже знаходяться під впливом інформації y_2 , і частка байдужих до інформаційного впливу y_3 . На основі моделі Кермана-Маккендріка [3] можна записати систему диференціальних рівнянь, що описує процес розповсюдження інформації у загальній групі населення, а її розв'язки, відповідно, визначають величини часток окремих підгруп:

$$\begin{aligned} \dot{y}_1(t) &= -y_1(t)y_2(t), \\ \dot{y}_2(t) &= y_1(t)y_2(t) - y_2(t), \\ \dot{y}_3(t) &= y_2(t), \end{aligned} \quad (2)$$

з початковими умовами $y_1(0) = y_2(0) = 0$; $y_3(0) = 1$.

За таких припущень граничне значення частки населення, що відчуває вплив інформації, x_Γ , $0 \leq x_\Gamma(t) \leq 1$, буде залежати від часу, тобто маємо $0 \leq x \leq x_\Gamma(t)$, $x_\Gamma(t) = (y_1(t) + y_2(t)) / A$, $y_1(t), y_2(t)$ - компоненти розв'язку системи (2). Крім цього, можна покласти $k(t) = \mu \dot{x}(t)$.

Шукаємо функцію $u(x, t)$ у вигляді $u(x, t) = X(x(t))$. Тоді для будь-якого моменту часу $t \in [0, T]$ отримуємо розв'язок рівняння (1) $u(x, t) = \mu(1 - e^{-x(t)/\mu})$, що визначає рівень розповсюдження інформації в межах підгрупи, частка якої складає $x_{\Gamma}(t)$ від загальної кількості A , $0 \leq x(t) \leq x_{\Gamma}(t)$.

Цей розв'язок може бути узагальнений за умов припущення, що частина населення, яка має імунітет до впливу інформації, може через деякий час його втратити. Частина населення при цьому стає чутливою до впливу інформації, збільшуючи групу $y_1(t)$, і процес періодично повторюється.

На рис.1 наведено приклад просторово-часового розподілу рівня розповсюдження інформації в групі населення, який розраховано за моделлю (1), (2), отриманої на основі рівняння дифузії.

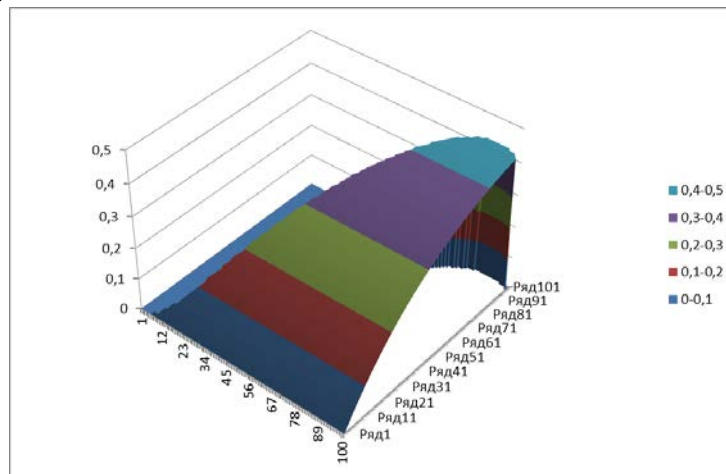


Рис.1. Розподіл рівня розповсюдження інформації з часом (коефіцієнт пропорційності $\mu = 0.5$)

Побудову функції, яка визначає рівень розповсюдження інформації в межах підгруп, що відчувають вплив зовнішньої інформації, можна провести на основі рівняння дифузії (1), розглядаючи дві просторові координати x_1, x_2 . У цьому випадку шукаємо функцію $u(x_1, x_2, t)$ у вигляді $u(x_1, x_2, t) = (X^1(x_1(t)) + X^2(x_2(t))) / 2$. Граничні значення $x_{\Gamma}^1(t), x_{\Gamma}^2(t)$ часток населення, в межах яких розповсюджується інформація, визначатимемо компонентами $y_1(t), y_2(t)$ розв'язку системи (2): $0 \leq x_1 \leq x_{\Gamma}^1(t)$, $0 \leq x_2 \leq x_{\Gamma}^2(t)$, $x_{\Gamma}^1(t) = y_1(t) / A$, $x_{\Gamma}^2(t) = y_2(t) / A$, а коефіцієнт, що характеризує швидкість проникнення інформації, вважатимемо вектор-функцією $k(t) = (k_1(t), k_2(t))^T = \mu(\dot{x}_1(t), \dot{x}_2(t))^T$.

Тоді для будь-якого моменту часу $t \in [0, T]$ отримуємо розв'язок дифузійного рівняння (1) у вигляді $u(x_1, x_2, t) = 0.5\mu((1 - e^{-x_1(t)/\mu}) + (1 - e^{-x_2(t)/\mu}))$, який визначає рівні проникнення інформації в межах підгруп, частки яких подаються величинами $x_{\Gamma}^1(t), x_{\Gamma}^2(t)$ від загальної кількості A .

Моделі дифузії розповсюдження інформації було використано для дослідження і оптимізації потоків рекламної інформації. Дифузійну модель впливу реклами розглянуто також з урахуванням показників динаміки товарів, що отримується на

основі статистичних звітів за результатами діяльності торгівельних підприємств.

В результаті дослідження процесів розповсюдження рекламної інформації за допомогою запропонованого підходу проведено чисельні експерименти. Аналіз результатів моделювання дозволив зробити висновок про адекватність отриманих розрахунків параметрам реальних процесів зміни концентрації інформації в межах конкретно визначених груп населення, що відбувається внаслідок зовнішнього інформаційного впливу.

1. *Брайчевский С.М.* Современные информационные потоки: актуальная проблематика / С.М. Брайчевский, Д.В. Ландэ // Научно-техническая информация. – Сер.1. – Вып. 11. – 2005. – С. 21-33.

2. *Араманович И.Г.* Уравнения математической физики/ И.Г. Араманович, В.И.Левин. - М.: Наука. – 1969. - 288 с.

3. *Хайрер Э.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи / Э.Хайрер, С.Нерсетт, Г.Ваннер. - М: Мир. – 1990. – 512 с.

УДК 330.4

Камінський Р.М., Кунанець Н.Е.

(Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна)

ФУР'Є АНАЛІЗ І ФАЗОВІ ПОРТРЕТИ КОРОТКИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ

Дослідження та моделювання складних систем переважно здійснюють на підставі експериментальних даних, які подаються у вигляді часового ряду, тобто деякого дискретно-неперервного випадкового процесу. Аналіз таких даних можна здійснити двома способами.

Перший спосіб полягає у поданні часового ряду такою узагальненою моделлю

$$y(t) = m(t) + \varphi(t) + \zeta_t,$$

в декартовій системі координат, де $m(t)$ – тренд (загальна тенденція), на рис.1 виділений жирною лінією, $\varphi(t)$ – коливальна складова, ζ_t – випадкова складова, що включає експериментальний шум вимірювання та помилки. Проте, таке подання, фактично, вказує на характер поведінки вимірюваного показника, а не на динаміку всієї системи.

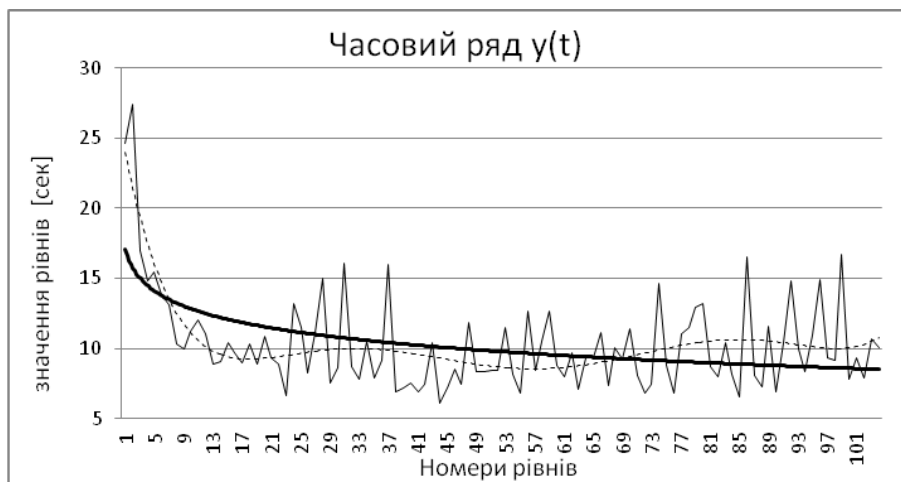


Рис1. Часовий ряд, представлений в декартовій системі координат.

Другий спосіб ґрунтується на використанні теореми Такенса, тобто динаміка часового ряду відображається траєкторією із точок на фазовій площині. Такий підхід дозволяє представити фазовий портрет даної системи та відображає динаміку фазових станів системи. Отже, якщо координати центра фазового портрету вказують на стан системи, тобто стан рівноваги протягом даного циклу, тоді послідовність їх центрів відображає власну динаміку досліджуваної системи. На рис. 2, для зручності візуалізації, зображено фазові портрети фрагментів деякого часового ряду.



Рис.2. Фрагменти фазових портретів часового ряду.

Проте, якщо інформаційна технологія опрацювання та моделювання часового ряду для першого способу є досить добре розроблена, то у другому випадку – вона потребує нових підходів. Суть в тому, що отримані експериментальні ряди на фазовій площині дають досить складні фазові портрети, з яких дуже складно виділити окремі квазіцикли. В нашому дослідженні мають місце такі робочі гіпотези.

Гіпотеза 1. Будь-який часовий ряд, будь-якого показника даної динамічної системи містить інформацію про динаміку фазових станів цієї системи.

Гіпотеза 2. Координати центрів циклів лежать на лінії, що відповідає динаміці фазового стану системи.

Гіпотеза 3. Оскільки, для такого типу часових рядів дуже складно виділити навіть короткі фрагменти такої спіралі фазової траєкторії, вдається лише визначити кілька спотворених циклів, тому отримати більш відповідні результати можна використовуючи не сам часовий ряд, а його математичну модель у вигляді суми гармонічних складових, наприклад, як представлено в роботі [1].

Вихід з такої ситуації автори бачать у попередньому застосуванні Фур'є аналізу до часового ряду та відбору за теоремою Парсеваля найбільш потужних гармонік і побудови, з необхідною точністю, математичної моделі як суми відібраних гармонік. Така модель є неперервною функцією, а тому може містити за рахунок дискретизації значно більшу кількість складових та точніше подати характер фазових портретів [2].

На рис. 3 зображений середній фрагмент, приведеного на рис.1. часового ряду, тобто з 50 по 65 рівень. Тонкою лінією зображені значення рівнів оригінального ряду, а пунктирною - сума гармонічних складових. Для даного фрагменту вигляд фазового портрету розміщено справа.

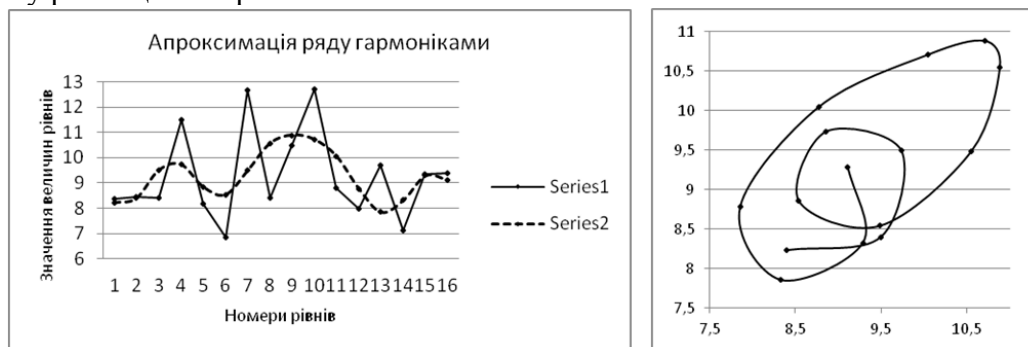


Рис.3. Апроксимація ряду гармонічними функціями та їх фазовий портрет.

Моделювання виконане з допомогою надбудови NumXL для табличного процесора Microsoft Excel 2010.

Запропонований підхід ґрунтується на використанні відомих методів, проте може бути вдосконалений, зокрема, для коротких часових рядів.

1. Бокс Дж., Дженкінс Г. Анализ временных рядов прогноз и управление / Бокс Дж., Дженкінс Г.; пер. с англ. Левшина А.Л.- Вип 1. -М.: Мир, 1974.- 407 с.

2. Визначення показника Герста за допомогою фрактальної розмірності, обчисленої клітинковим методом на прикладі коротких часових рядів / Л.Я. Нич, Р.М. Камінський // Вісник Національного університету Львівська політехніка. – 2015. - Вип.814: Інформаційні системи та мережі.-С.100-111.

УДК 519.62:532.631:537.29

Карпович І.М., к. ф.-м. н., доцент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ МАСООБМІНУ В НЕНАСИЧЕНОМУ ПОРИСТОМУ СЕРЕДОВИЩІ ПІД ВПЛИВОМ СИЛОВОГО ПОЛЯ

Переміщення рідин і газів всередині дисперсних природних і штучних матеріалів відбувається в просторі сполучених пор. Тепло- і масообмін у капілярно-пористих системах визначає кінетику багатьох технологічних процесів. При цьому важливе місце посідає міжфазове перенесення маси в пористих матеріалах, яке супроводжується явищами змочування, розтікання, сорбції та переміщення межі розділення фаз, обумовленими дією поверхневих сил. Для вивчення механізму масообмінних процесів у пористому середовищі використовують капілярні моделі різної складності, які дозволяють отримати надійні значення параметрів масопереносу.

Сучасні теоретичні і експериментальні дослідження свідчать, що неоднорідне електричне поле (НЕП) може бути ефективним методом управління тепломасообмінними процесами під час взаємодії різних поверхонь з рідинами і газами. Особлива роль належить зовнішнім полям високої напруженості і неоднорідності.

У складній і різноманітній геометрії порового простору реальних капілярно-пористих матеріалів переважну частину займають конічні і тупикові пори. Заслужують уваги явища переносу в умовах, коли пори заповнені рідиною частково (зволоження чи просушування ґрунту, виготовлення та експлуатація керамічних виробів, пористих електродів, елементів теплових труб, будівельних матеріалів тощо). Мета цієї роботи – математичне моделювання процесу перенесення маси в конічних капілярах для дослідження механізму явищ, що визначають закономірності масообміну з урахуванням як основних особливостей пористого середовища, так і зовнішніх впливів, які, зокрема, можуть створюватися силовим полем.

Для розв'язування крайової задачі використовується елемент порового простору у вигляді конічного капіляра, частково заповненого рідиною. Меніски змочувальної рідини тут мають різну кривизну ($r_1 < r_2$) і розділені бульбашкою повітря, довжина якої l . Поверхня капіляра на ділянці перенесення між менісками покрита рідкою плівкою, товщина якої залежить від координати.

Обчислення двофазних потоків під дією зовнішнього НЕП виконано з урахуванням

умови локальної рівноваги, яка забезпечується рівністю хімічних потенціалів молекул у плівці і парі в кожному перерізі капіляра. Як відомо, кінетика масообмінних процесів у дисперсних матеріалах визначається градієнтами відповідних потенціалів перенесення. Рівняння Онзагера для щільності потоку рідини і пари у вологому тілі за наявності постійного НЕП в ізотермічних умовах може мати вигляд:

$$\mathbf{J} = -\lambda_m \nabla U - \lambda_e \nabla E = \mathbf{J}_m + \mathbf{J}_e \quad (1)$$

де U – вологовміст матеріалу; E – напруженість електричного поля; λ_m, λ_e – коефіцієнти ізотермічної і електровологодифузійної масопровідності відповідно.

При неповному насиченні капілярно-пористих тіл перенесення речовини відбувається у вигляді пари і рідини. Основним механізмом переміщення маси тут є рух рідини в плівках, які покривають стінки капілярів, під дією градієнта капілярного і розклинюючого тиску. Накладання НЕП викликає електродифузію пари у вільній від рідини частині капіляра і електроміграцію рідини у плівці, яка покриває стінки капіляра між менісками. Напрямок потоків, обумовлених дією електричних сил, визначається градієнтом ∇E . Вибір конфігурації, визначення параметрів НЕП та особливості його впливу на внутрішній масообмін детальніше описані в роботі [1]. Отриманий чисельний розв'язок задачі дозволяє знайти як окремі складові, так і сумарний потік маси в кінчному капілярі під впливом силового поля.

В циліндричних капілярах радіусами 1..100 мкм зміщення плівок може здійснюватись під впливом градієнта силового поля [2], причому внесок потоку пари в загальний потік маси тут незначний. В кінчних капілярах, як відомо, співвідношення потоків виглядає по-іншому: навіть при відсутності зовнішніх впливів відбувається переміщення рідини в плівках, обумовлене різницею капілярного тиску менісків з різними радіусами. Із збільшенням конусності капілярів $\alpha = (r_2 - r_1) / l$ внесок потоку \mathbf{J}_m в загальний потік маси зростає і при досить великих значеннях α стає домінуючим. Наприклад, для води в капілярі з $r_1=1$ мкм і $\alpha \geq 10^{-5}$ можна вважати $J \approx J_m$.

Приймаючи потік \mathbf{J}_m , який спрямований у вузьку частину капіляра, основним, вплив НЕП на масообмін в капілярах з різною конусністю можна оцінити відношенням абсолютних величин J_e / J_m .

Із зменшенням конусності абсолютне значення потоку J_m прямує до нуля. За цих умов внесок електроміграційного потоку в плівках, викликаного дією НЕП, стає переважним – він у кілька разів перевищує плівковий потік J_m під дією градієнта капілярних сил. Звідси, зокрема, випливає, що істотного збільшення швидкості перенесення маси під впливом поля можна досягти саме для таких рідин, де градієнт капілярного тиску малий (погане змочування, низький міжфазний натяг, великі радіуси пор). Поле можна утримувати і переміщувати в капілярі рідину, яка його не змочує. Крім того, змінюючи знак поля, можна перешкоджати входженню змочувальної рідини в капіляри або прискорювати цей процес. Отже, застосування НЕП створює умови для управління швидкістю капілярного масообміну в потрібному для практики напрямку.

Розрахунки показали, що для деякого значення конусності капіляра $\alpha = \alpha^*$ сумарний потік маси $\mathbf{J} = 0$, тобто потік пари, електродифузійний потік і електроміграційний потік зрівноважуються зворотним плівковим потоком. Такі циркуляційні потоки реалізуються в ненасичених природних пористих середовищах, коли потік маси під дією градієнта капілярного тиску зрівноважується потоком, викликаним дією силового (в даному випадку, гравітаційного) поля. Локальна конусність капіляра α^* , яка відповідає умові $\mathbf{J} = 0$, залежить від градієнта напруженості поля і радіуса капіляра. Складена програма дозволяє знайти її значення.

У реальних пористих тілах капіляри мають змінний радіус. Тому бульбашка повітря,

яка переміщується в протилежному до градієнта напруженості напрямку, може затриматися у місці розширення пори, якщо значення r , α і параметри силового поля такі, що виконується умова $\mathbf{J} = 0$. Це означає, що кількість вологого повітря або пари, а отже, і вологовміст пористого тіла не змінюється, незважаючи на наявність градієнта силового поля.

Отримані результати, зокрема, залежність зворотного потоку рідини в плівках під дією градієнта капілярного тиску від конусності капіляра, узгоджуються з відомими дослідженнями механізму перенесення маси в кінцічному капілярі, зануреному в рідину. Розраховані значення сумарного потоку \mathbf{J} в капілярах з малою конусністю, узгоджуються з експериментальними даними [2], отриманими під час переміщення під дією НЕП змочувальних плівок води в циліндричних капілярах.

Таким чином, неоднорідне електричне поле може суттєво впливати на масообмін в пористому середовищі при неповному насиченні його рідиною, що може стати основою для розвитку нових технологій. Ефективність застосування НЕП для управління масообміном зростає, коли перебіг звичайних процесів сповільнюється.

1. *Karpovich I.N.* Kinetics of Capillary Soaking in an Inhomogeneous Electric Field / I.N. Karpovich // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. – Vol. 90. – № 5. – 2017. – PP. 1087-1092.

2. *Карпович И.Н.* Течение смачивающих пленок полярных жидкостей в неоднородном электрическом поле / И.Н. Карпович, Н.В. Чураев, М.С. Панченко // Коллоидный журнал. – т.46. – №1. – 1984. – С. 114-118.

УДК 621.316.1

Козирський В.В., д.т.н., професор, Тютюнник Ф.О., аспірант

(Національний університет біоресурсів і природокористування України, м. Київ, Україна)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЕЛЕКТРИЧНИХ СИСТЕМ З ДЖЕРЕЛАМИ РОЗПОДІЛЕНОЇ ГЕНЕРАЦІЇ В ЗАДАЧАХ АНАЛІЗУ СТІЙКОСТІ

В умовах поширення джерел розподіленої генерації особливої актуальності набуває вибір підходів до моделювання електричних систем. Правильність процесу оцінки, адекватність моделей, за якими вона проводиться – це одні із важливих шляхів забезпечення стійкості.

Додатково слід виділити факт, що моделі знаходяться в основі створення автоматизованих апаратних систем та програмних продуктів які використовуються при керуванні параметрами режиму.

Правильність оцінки, адекватність моделі – це фактори, які впливають на стійкість, обумовлюють підвищення стійкості.

В роботі [2] викладені підходи до моделювання структур та процесів наявних в електроенергетиці.

В [1] висвітлені підходи до аналізу стійкості електричних систем, та математичні моделі, які при цьому застосовуються.

Для розрахунків статичної стійкості найбільш доцільним є застосування методу

малих коливань. Вибір даного методу ґрунтується на можливості врахування динамічних характеристик генераторів.

Відповідно до [1], для системи, що складається з M генераторів, потужності генераторів можуть бути виражені за допомогою наступних рівнянь:

$$\begin{cases} P_1 = E_1^2 y_{11} \sin \alpha_{11} + E_1 E_M y_{1M} \sin(\delta_{1M} - \alpha_{1M}) \\ P_2 = E_2 E_1 y_{21} \sin(\delta_{21} - \alpha_{21}) + E_2 E_M y_{2M} \sin(\delta_{2M} - \alpha_{2M}) \\ P_3 = E_3 E_1 y_{31} \sin(\delta_{31} - \alpha_{31}) + E_3 E_M y_{3M} \sin(\delta_{3M} - \alpha_{3M}) \\ P_M = E_M E_1 y_{M1} \sin(\delta_{M1} - \alpha_{M1}) + E_M^2 y_{MM} \sin \alpha_{MM} \end{cases} \quad (1)$$

$$\delta_{12} = -\delta_{21} = \delta_1 - \delta_2 \quad (2)$$

$$\delta_{23} = -\delta_{32} = \delta_2 - \delta_3$$

Для системи з M генераторів можна записати рівняння малих коливань, що мають вигляд:

$$\begin{cases} T_{J1} \frac{d^2 \Delta \delta_1}{dt^2} + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \dots + \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{1M}} \Delta \delta_{1M} = 0; \\ T_{J2} \frac{d^2 \Delta \delta_2}{dt^2} + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \dots + \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{1M}} \Delta \delta_{1M} = 0; \\ T_{JM} \frac{d^2 \Delta \delta_M}{dt^2} + \frac{\partial P_M}{\partial \delta_{12}} \Delta \delta_{12} + \dots + \frac{\partial P_M}{\partial \delta_{1M}} \Delta \delta_{1M} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Поділивши рівняння на відповідні значення постійних інерції, та віднявши від першого наступні по черзі, остаточний вигляд рівнянь малих коливань, які зв'язують відносні кути [1]:

$$\begin{cases} \frac{d^2 \Delta \delta_{12}}{dt^2} + a_{21}^{12} \Delta \delta_{12} + a_{21}^{13} \Delta \delta_{13} + \dots + a_{21}^{1M} \Delta \delta_{1M} = 0; \\ a_{31}^{12} \Delta \delta_{12} + \frac{d^2 \Delta \delta_{13}}{dt^2} + a_{31}^{13} \Delta \delta_{13} + \dots + a_{31}^{1M} \Delta \delta_{1M} = 0; \\ a_{M1}^{12} \Delta \delta_{12} + a_{M1}^{13} \Delta \delta_{13} + \dots + \frac{d^2 \Delta \delta_{1M}}{dt^2} + a_{M1}^{1M} \Delta \delta_{1M} = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Відносні прискорення генераторів, взятих попарно:

$$\begin{aligned} a_{21}^{12} &= \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{12}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{12}} \\ a_{21}^{13} &= \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{13}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{13}} \\ a_{21}^{1M} &= \frac{1}{T_{J1}} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_{1M}} - \frac{1}{T_{J2}} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_{1M}} \end{aligned} \quad (5)$$

Висновки стосовно стійкості робляться на основі коренів характеристичного рівняння, складеного на основі відносних прискорень генераторів. Для стійкого стану корені повинні бути дійсними та від'ємними [1]:

$$x^{M-1} + A_2 x^{M-2} + A_4 x^{M-3} + \dots + A_{2(M-2)} x + A_{2(M-1)} = 0 \quad (6)$$

Для стійкого стану системи в цілому необхідно щоб корені даного рівняння були

дійсними та від'ємними.

Як видно з таблиці, складеної на основі довідникових даних в роботі [3] механічні властивості турбогенераторів різної потужності істотно відрізняються. А у випадку турбогенераторів малої потужності, що потенційно відносяться до розподіленої генерації, слід відзначити їх незначну одиничну інерційність. Даний факт визначає їх реакцію на дію збурень різної природи, що наявні в електричній системі, як наслідок на стійкість.

Таблиця 1. Параметри турбогенераторів

Тип генератора	$GD^2, \text{Н}\cdot\text{м}^2$	$T_J, \text{в.о.}$
T-2,5	2,25	0,026
T-4	2,75	0,032
T-6	6,47	0,076
T-12	13,93	0,163
ТВФ-60-2	8,85	0,101
TBB-800-2	56	0,639

Виходячи з вищезазначеного, у випадках наявності розподіленої генерації, виникає необхідність точного врахування зміни частоти обертання роторів. Відповідно до [1] цього можна досягти шляхом врахування моментів в диференціальних рівняннях, що описують малі коливання:

1. *Жданов П.С.* Вопросы устойчивости электрических систем / Под ред. Л.А. Жукова. – М. : Энергия, 1979. – 456 с.
2. *Кириленко О.В.* Математичне моделювання в електроенергетиці: Підручник / Кириленко О.В., Сегеда М.С., Буткевич О.Ф., Мазур Т.А. – Львів: Видавництво Національного університету «Львівська політехніка», 2010. – 456 с.
3. *Tiutiunnyk F., Prystupa A. and Bodunov V.* Improving methods for evaluating the stability of electrical systems with distributed generation // II International Young Scientists Forum on Applied Physics and Engineering (YSF), Kharkiv, Ukraine. – 2016, pp. 37-40. doi: 10.1109/YSF.2016.7753795

УДК 53.043+004.942

Кряжич О.О.¹, к.т.н., Коваленко О.В.², к.т.н.,

(¹Інститут телекомунікацій та глобального інформаційного простору НАН України, м. Київ, Україна; ²Інститут ядерних досліджень, м. Київ, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ МІГРАЦІЇ ТРИТІЮ В ОТОЧУЮЧОМУ СЕРЕДОВИЩІ

Актуальність тематики даного дослідження обумовлена тим, що тритій (³H) відноситься до числа найважливіших радіонуклідів дозоутворення, які характеризують та визначають радіаційний фон біля підприємств атомної енергетики та ядерного синтезу. При цьому він має велику міграційну здатність, процеси і особливості якої досі є недостатньо розкритими, як і, власне, фізико-хімічні особливості такої міграції за ланцюгами «вода-природний мінерал», «грунт-рослина», «вода-рослина», «вода-живий організм».

В даній роботі приведені попередні результати системного дослідження з метою моделювання міграції тритію в оточуючому середовищі. Досліди і виміри проводилися

на базі лабораторії фізико-технічних проблем джерел ядерних випромінювань Інституту ядерних досліджень НАН України.

Були проаналізовані [1] залежності питомої активності тритію в талій воді снігового покриву та соку берез з 2003 по 2016 рік з врахуванням перепадів температури повітря, пори року, вологості. На основі отриманих результатів вимірів була отримана поліноміальна залежність змін питомої активності ^3H у часі при його надходженні у оточуюче середовище, яка може бути представлена наступним рівнянням:

$$y = -7 \cdot 10^7 x^4 + 0,1161x^3 - 7299,7x^2 + 0,8x + 12.$$

Така ж сама поліноміальна залежність, але вже шостого ступеню, спостерігається у змінах питомої активності тритію у талій воді снігового покриву.

З травня по серпень 2016 року на території, де раніше активно проводилися роботи з тритієм, було зроблено понад 100 вимірів водних екстрактів різноманітних рослин з визначенням питомої активності тритію [2]. Результати досліджень дали підставу стверджувати, що є рослини, які акумулюють в своїй органічній речовині тритій на певний період. Експериментальним шляхом було виявлено, що за умови взяття проб рослин, що розташовані одна від одної на відстані не більшій, ніж 1 м, у кульбаби лікарської (*Taraxacum officinale* Wigg.) питома активність тритію виявлялася вищою у порівнянні з екстрактами інших рослин. Проведені дослідження дозволили окреслити загальний механізм міграції ^3H в органічній речовині рослин, що утримують природний каучук.

Також у 2016 році були розпочаті роботи з дослідження сорбування тритію природними мінералами [3]. Для досліду були обрані мінерали каолінової групи, широко представлені в Україні в білих глинах.

В процесі проведення дослідів було помічено, що при підвищенні температури розчину каоліну у тритійованій воді питома активність тритію розчину дещо зменшувалася. На рис. 1 спостерігається миттєве зниження питомої активності тритію у воді на початку експерименту, потім поступове зниження активності при додаванні в розчин додаткових порцій каоліну та підвищенні температури розчину.

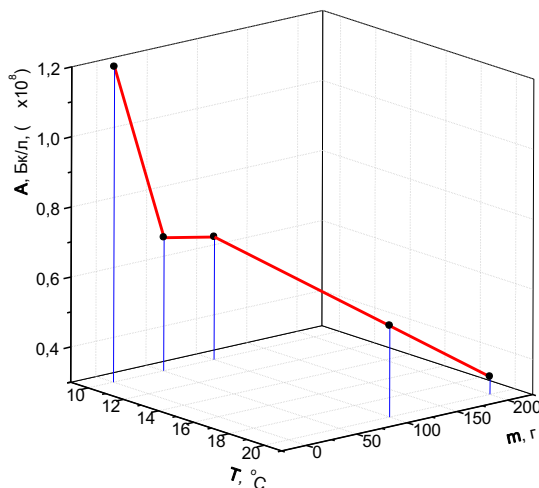


Рис.1. Графік змін питомої активності води в залежності від температури і кількості каоліну

Продовження досліджень за зазначеними напрямками дозволять представити більш розгорнутий механізм міграції тритію в оточуючому середовищі та побудувати моделі міграції за ланцюгом «вода-грунт-рослина».

1. Коваленко О.В., Кряжич О.О. Дослідження залежностей міграції тритію за ланцюгом «тала

вода снігового покриву – рослина» // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. Серія «Технічні Науки», №3, 2016.

2. Коваленко О.В., Кряжич О.О. Розподіл тритію в органічній речовині рослин на прикладі кульбаби лікарської // Математичне моделювання в економіці. – 2016. – №3-4. – С. 66–76.

3. Кряжич О.О., Коваленко О.В. Дослідження ізотопного обміну в системі «оксид тритію – природний мінерал» / Кряжич О.О., Коваленко О.В. // Математичне моделювання в економіці. – 2017. – № 1-2. – С. 93–101.

УДК 004.9 : 304

Липак Г. І., аспірант¹, Кунанець Н.Е., д.н.с.к., професор²

¹Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, м. Тернопіль,

²Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів)

МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІОКОМУНІКАЦІЙНОЇ СИСТЕМИ «КОНСОЛІДОВАНИЙ ІНФОРМАЦІЙНИЙ РЕСУРС»

В умовах стрімкого розвитку інформаційних та комунікаційних технологій докорінних змін зазнають не тільки технологічні процеси функціонування інформації в суспільстві, економічно-виробничі відносини, але й сфера суспільної взаємодії. Сучасне соціокомунікаційне середовище великих і малих міст характеризується високим ступенем інформатизації. Щораз більша частина соціальних комунікацій переноситься у віртуальну реальність, що потребує формування ефективного соціокомунікаційного середовища.

Базовими елементами соціокомунікаційних середовищ сучасних міст та територіальних громад, що забезпечують соціокомунікаційні відносини в їх межах, є установи соціальної пам'яті (бібліотеки, архіви, музеї) [1], місцеві засоби масової інформації, в тому числі інформаційні інтернет-портали, сайти органів державної влади та інших установ. Інформаційні ресурси, що впродовж тривалого періоду накопичувалися ними, різнопланові та полідокументні, що ускладнює доступ до них і, як наслідок, знижує їх цінність. Сучасне ж інтелектуальне, базоване на знаннях суспільство, диктує високий попит на консолідовані інформаційні ресурси, здатні швидко і якісно в зручній для користувача формі задовільнити найвибагливіший інформаційний запит. З цією метою авторським колективом здійснюється моделювання консолідованого інформаційного ресурсу, що віртуально об'єднав би соціокомунікаційні ресурси згаданих міських установ. Такий інформаційний ресурс, що розробляється на прикладі невеликого містечка Зборів, ментально розглядається як довільно створена соціокомунікаційна система, а на фізичному рівні – це інтернет-портал як єдина інтеграційна точка доступу до цифрових інформаційних ресурсів соціокомунікаційного середовища міста. Наближеним аналогом модельованої системи за функціональними ознаками є багатофункціональна електронна бібліотека [2].

При розробленні функціональної моделі соціокомунікаційної системи «Консолідований інформаційний ресурс», визначено наступні її складові: *вхідні дані* моделі – це метадані інформаційних ресурсів, зосереджених у соціальних установах міста; *вихідні дані* представлені консолідованими інформаційними продуктами, що подаються як відповіді на запити користувачів; *керуючими даними* виступають правила формування пошукових запитів, а *ресурсами* (механізмом), що забезпечують роботу системи, є система обміну метаданими, а також правила пошукової індексації. На

рисунку 1 представлена розширена функціональна діаграма даної соціокомунікаційної системи.

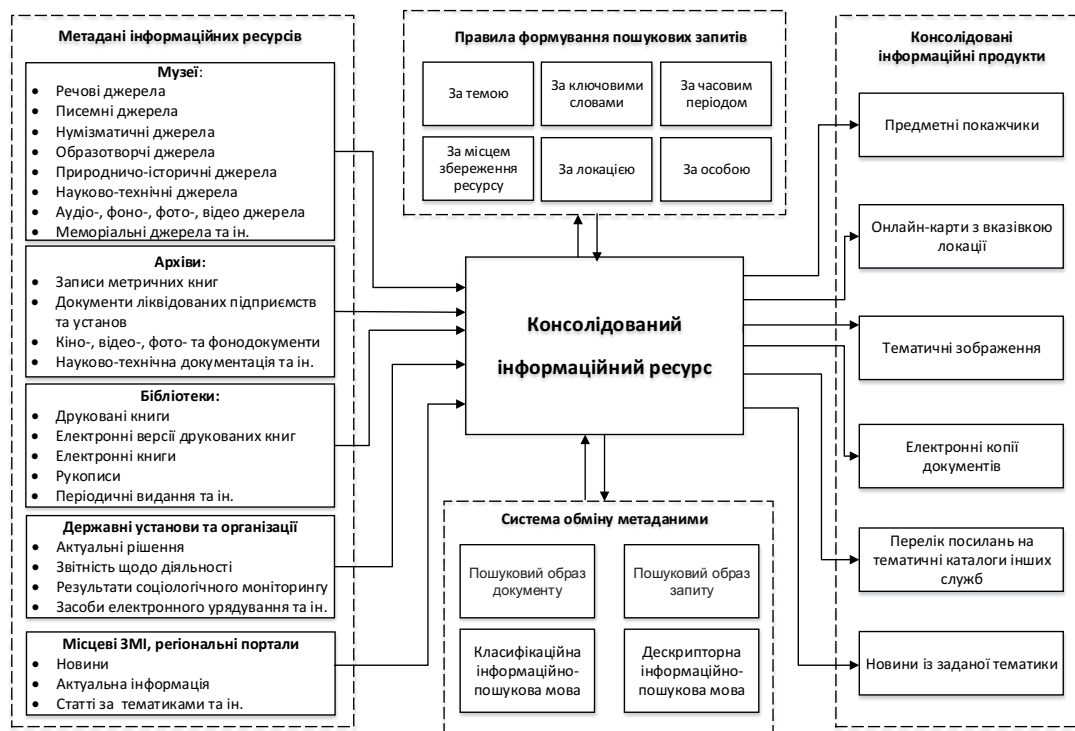


Рис. 1 – Функціональна діаграма системи «Консолідований інформаційний ресурс»

Моделювання, розроблення та втілення аналогічних соціокомунікаційних систем на різних рівнях є важливою складовою формування інформативно насиченого соціокомунікаційного середовища «розумних» міст та територіальних громад, а також фундаментальною основою створення загальнонаціонального ресурсу соціальної пам'яті.

1. Дубровіна Л., Киридон А., Матяш І. Архіви, бібліотеки, музеї–джерельна основа національної пам'яті, культурної спадщини України //Бібліотечний вісник. – 2017. – №. 1. – С. 3-10.
2. Кобильник К. Проект створення багатофункціональної електронної бібліотеки [Електронний ресурс]. – Режим доступу:<https://www.slideshare.net/docshyr/kobylnik> (Дата звернення: 29.12.2017).

УДК 519.7

Поліщук О.Д., к.ф.-м.н.

(Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, Львів, Україна)

ПОТОКОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА СЕРЦЕВИНИ СКЛАДНИХ МЕРЕЖЕВИХ СИСТЕМ

Одним із напрямків системних досліджень, який почав бурхливо розвиватися протягом останніх десятиліть, стало вивчення складних мережесистем (СМС) [1]. Мережесистеми є у мікро- та макросвіті, біологічних системах та людському

соціумі [2]. З поміж основних понять теорії складних мереж (ТСМ), яка реалізує структурний напрямок досліджень СМС, можна назвати орієнтованість мережі, локальні характеристики вузлів та зв'язків, загальні топологічні властивості мережевих підструктур (кліків, спільнот тощо) та мережі в цілому [3]. Предметом дослідження ТСМ є створення універсальних моделей мережевих структур, визначення статистичних властивостей, які характеризують їхню поведінку та прогнозування поведінки мереж при зміні їх структурних властивостей [4]. Природні та штучні, фізичні та біологічні мережі, мережі мікро- та макросвіту мають багато спільного. Однак, незважаючи на практичну ідентичність структур, це є суттєво різні системи. Схожість мережевих структур допомагає у розробці універсальних методів дослідження цих структур, але не завжди відповідних систем. Системні дисципліни, які загалом реалізують функціональний напрямок системних досліджень, оперують такими поняттями, як ціль, функція, стан, процес, поведінка, стійкість, керованість тощо [5]. Предметом їх дослідження є вивчення різних класів та типів систем, основних принципів та закономірностей їхньої поведінки, процесів цілеутворення, функціонування, розвитку та взаємодії із зовнішнім середовищем [6]. Загалом у системних дисциплінах структура системи розглядається спільно з функціями, які реалізуються складовими цієї структури та системою загалом, причому функція має пріоритет над структурою. Однією з визначальних особливостей реально функціонуючих СМС є рух потоків у них [7]. В одних випадках забезпечення руху потоків є основною ціллю утворення та функціонування таких систем, у інших – основним процесом, який забезпечує їх життєдіяльність. У доповіді визначається яким чином аналіз мережевих потоків дозволяє наблизити функціональний та структурний напрямки досліджень СМС та вирішити низку практично важливих проблем, які виникають під час моделювання їх поведінки. Показується, що врахування руху потоків у мережі дозволяє наблизити проблематику ТСМ до проблематики системних дисциплін: проводити класифікацію мережевих систем, ідентифікувати цілі їх утворення та розвитку, визначати функції, які сприяють реалізації цих цілей тощо. Визначення поточкових характеристик мережі дозволяє у кожному конкретному випадку побудувати поточкову модель реальної мережевої системи, своєчасно її корегувати та визначати перспективи розвитку СМС. Поточкові характеристики мережевих систем дозволяють більш реалістично визначати напрямки пріоритетного росту і переважного приєднання у безмасштабних мережах та досліджувати процеси функціонування СМС на усіх етапах їх життєвого циклу. Вони також дають можливість зменшувати розмірність моделей СМС та підвищувати їх адекватність, пов'язувати з елементами структури параметри їх функціонування та визначати критично навантажені складові системи. Поєднання структурного та функціонального напрямків дослідження мережевих систем дозволяє розв'язати низку важливих задач, які наразі проблематично вирішити з використанням виключно можливостей ТСМ: ідентифікувати фіктивні та приховані вузли і зв'язки та визначати реальну силу взаємодії між вузлами мережі, здійснювати пошук альтернативних шляхів руху потоків в обхід ізольованих зон мережі тощо.

Під час дослідження СМС постає проблема розмірності їх моделей. Складні мережі (СМ) можуть налічувати мільйони та мільярди елементів (вузлів та поєднуючих їх ребер). Кількість процесів, які протікають у системах з такою структурою є принаймні на порядок більшою. Зазвичай основний спосіб вирішення проблеми розмірності полягає у спрощенні моделі зарахунок відкидання найменш важливих з точки зору дослідника елементів. Однак, під час такого спрощення виникає проблема збереження адекватності моделі. Один із способів спрощення моделей СМ полягає у введенні поняття k -серцевини мережі, тобто найбільшої підмережі вихідної СМ, усі вузли якої

мають структурний ступінь не менший за k та вилученні зі структури мережі вузлів зі ступенем меншим за k [8]. Використання потокових характеристик СМС дозволяє ввести поняття потокової серцевини мережевої системи. Потокові серцевини СМС дають можливість будувати значно адекватніші з функціональної точки зору спрощені моделі мереж, ніж їх k -серцевини.

Будь-яка реальна система є відкритою, тобто вона взаємодіє з іншими системами. Одним із різновидів міжсистемних взаємодій є так звані мультиплекси, у яких вузли однієї мережі можуть одночасно бути вузлами багатьох інших мереж. Кожна мережа, яка є складовою мультиплексу, називається шаром. Між вузлами окремих мережевих шарів зазвичай існують різні види взаємодій. Ці взаємодії можуть мати різну природу, призначення та матеріальний носій. Оскільки кожна мережа є структурою певної мережевої системи, один і той же вузол мультиплексу є елементом багатьох систем, реалізуючи в них різні функції. Під час дослідження мультиплексів також використовується поняття k -серцевини, як поєднання k -серцевин окремих шарів-мереж [9]. Ми вводимо поняття ядра мультиплексу, як структури, та потокової серцевини мультиплексу, як системи взаємодіючих в процесі свого функціонування шарів – мережевих систем. Ці поняття дозволяють спрощувати моделі системних взаємодій мультиплексного типу.

Зазвичай під час дослідження мережевих структур у них не враховується наявність певного впорядкування чи підпорядкування складових, хоча воно безумовно існує у переважній більшості мережевих систем. Ієрархічно-мережеві структури більш точно та природно відображають особливості взаємодій у складних системах [10]. Поняття потокової серцевини мережі дозволяє зменшувати розмірність моделей складних ієрархічно-мережевих систем (СІМС). Ми розглядаємо різні види моделей таких систем, аналізуємо їх переваги і недоліки та пропонуємо способи використання цих моделей для подолання проблеми складності, що породжується величезними об'ємами інформації, яка описує процес функціонування довільної реальної СІМС.

1. *Barabási A.-L. Linked: the new science of networks / A.-L. Barabási, J. Frangos. – Basic Books, New York, 2002. – 280p.*
2. *Dorogovtsev S. N. Evolution of Networks: From Biological Nets to the Internet and WWW / S. N. Dorogovtsev, J. F. F. Mendes. – Oxford University Press, Oxford. – 2013. – 280p.*
3. *Boccaletti S. Complex networks: Structure and dynamics / S. Boccaletti, V. Latora, Y. Moreno, M. Chavez, D. U. Hwang // Physics reports. – 2006. – Vol. 424(4). – P. 175-308.*
4. *Евин И. А. Введение в теорию сложных сетей / И. А. Евин // Компьютерные исследования и моделирование. – 2010. – Т.2, №2. – С. 121-141.*
5. *Антонов В.А. Системный анализ / В.А. Антонов. – М.: Высшая школа, 2004. – 456с.*
6. *Scott W. R. Organizations and organizing: Rational, natural and open systems perspectives / W. R. Scott, G. F. Davis. – Routledge, London. – 2015. – 464p.*
7. *Поліщук Д. О. Комплексне детерміноване оцінювання складних ієрархічно мережевих систем: I. Опис методик / Д.О.Поліщук, О.Д. Поліщук, М.С. Яджак // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2015. – № 1. – С. 21-31.*
8. *Dorogovtsev S. N. k-core organization of complex networks / S. N. Dorogovtsev, A. V. Goltsev, J. F. F. Mendes // Physical review letters. – Vol. 96(4). – 2006. – 040601.*
9. *Boccaletti S. Structure and Dynamics of Multilayer Networks / S. Boccaletti, G. Bianconi, R. Criado, C.I. del Genio, J. Gomes-Gardenes, M. Romance, I. Sendina-Nadal, Z. Wang, M. Zanin // Physics Reports. – 2014. – Vol. 544(1). – P. 1-122.*

УДК 517.9

Сандраков Г.В., д.ф.-м.н., ст.н.с.

(Київський національний університет ім. Т. Шевченка, м. Київ, Україна)

ОБЧИСЛЕННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЯ ПАРАМЕТРІВ МАСИВІВ МІКРОГОЛОК

Масиви мікроголок для ін'єкцій ліків все частіше використовуються в сучасній медицині при лікуванні різних захворювань. Такі масиви формуються досить великою кількістю мікроголок, закріплених на плоскій основі, і використовуються, наприклад, при ін'єкціях вакцин, протеїнів та інсуліну. При виготовленні таких масивів, мікроголки закріплюються на основі зазвичай періодичним чином, що спрощує технологічну складність їх виробництва. Досить докладна бібліографія про дослідження різних аспектів і методів застосування таких масивів наведена у роботі [1]. Однак, проблема оптимізації параметрів пружної взаємодії таких масивів з поверхнею зовсім не розглядалась. Така проблема буде сформульована та досліджена у доповіді, для якої будуть корисними методи робіт [2,3], де розглядається випадок циліндричних голок, та робіт [4,5], де вивчаються аналогічні проблеми.

Таким чином, будуть розглянути оптимальні обчислення параметрів і форми мікроголок, які надають комфортне використання масивів мікроголок для ін'єкцій ліків. Такі обчислення є істотними для моделювання процесів, які реалізуються при ін'єкціях ліків масивами мікроголок. Приклади таких обчислень наведені у роботі [6].

1. *Olatunji O.* Influence of array interspacing on the force required for successful microneedle skin penetration: theoretical and practical approaches / O.Olatunji, D.B. Das, M.J. Garland, L. Belaid, R.F. Donnelly // *J. Pharmaceutical Sciences.* – Vol. 102. – 2013 – P. 1209-1221.
2. *Carbone L.* On convergence of functionals with unilateral constraints / L.Carbone, F. Colombini // *J. Math. Pures Appl.* – Vol. 59. – 1980 – P. 465-500.
3. *Attouch H.* Variational inequalities with varying obstacles: the general form of the limit problem / H. Attouch, C. Picard // *J. Funct. Anal.* – Vol. 50. – 1983 – P. 329-386.
4. *Sandrakov G.V.* Homogenization of variational inequalities for obstacle problems / G.V. Sandrakov // *Sbornik: Math.* – Vol. 196. – 2005 – P. 541-560.
5. *Sandrakov G.V.* Homogenization of variational inequalities and equations defined by pseudomonotone operators / G.V. Sandrakov // *Sbornik: Math.* – Vol. 199. – 2008 – P. 67-98.
6. *Сандраков Г.В.* Оптимізація параметрів масивів мікроголок / Г.В.Сандраков // *Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія фізико-математичні науки.* – В. 15. – 2017. – С. 169-174.

УДК 519.63:532.5

Сафоник А.П., д.т.н., професор, Грицюк І.М., студентка

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ КОНТАКТНОГО ЗНЕЗАЛІЗНЕННЯ ПІДЗЕМНИХ ВОД

Води природного походження підземних, рідше поверхневих джерел містять в своєму складі домішки заліза, що призводять до непридатності використання води без обробки, так званої фільтрації. Очищення природних вод, удосконалення технологій

підготовки води та розроблення нових ефективних ресурсозберігаючих методів стає все більш актуальним в останні роки [1].

Одним з простих і дешевих методів водопідготовки є безреагентний метод, що ґрунтується на технології контактного знезалізнення води, яка включає спрощену аерації води з наступним її фільтруванням через пористі завантаження [2].

З метою ефективного процесу водопідготовки побудовано математичну модель, що допоможе описати ефективність процесу водопідготовки з врахування параметрів, що мають вплив на процес, розрахує подальші затрати на впровадження.

Для дослідження процесу водопідготовки побудовано математичну модель контактного знезалізнення підземних вод. Розглянуто просторово-одновимірний процес очищення рідини шляхом фільтрування у шарі полістирольного фільтруючого завантаження товщиною L (що ототожнюється з відрізком $[0, L]$ осі Ox). У припущенні, що частинки забруднення (домішки) можуть переходити з одного стану в інший (процеси захоплення-відриву), відповідний процес фільтрування описано наступною модельною задачею [4]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma(\rho)c(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial vc(x,t)}{\partial x} = -\frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t}, \\ \frac{\partial \rho(x,t)}{\partial t} = \beta(\rho)c(x,t) - \alpha(t)\rho(x,t), \end{cases} \quad (1)$$

$$c|_{x=0} = c^*(t), \quad c|_{t=0} = 0, \quad \rho|_{x=0} = 0, \quad \rho|_{t=0} = 0, \quad (2)$$

$$v = \kappa(\rho) \cdot \text{grad } p, \quad (3)$$

$$\alpha(t) \int_0^L \rho(\tilde{x}, t) d\tilde{x} = \mu(t). \quad (4)$$

де $c(x,t)$ – концентрація домішок в рідкому середовищі, що фільтрується $мг/дм^3$; $\rho(x,t)$ – концентрація домішок, осаджених у зернистому фільтруючому матеріалі $мг/дм^3$;

$$\beta(\rho) = \begin{cases} (\beta_0 + \beta_* \rho(x,t)) v^{\gamma_1} d^{\gamma_2}, & \rho < \rho_0, \\ (\beta_0 - \beta_* \rho(x,t)) v^{\gamma_1} d^{\gamma_2}, & \rho \geq \rho_0 \end{cases} \quad \text{– функція, що характеризує масові}$$

обсяги осадження домішкових частинок за одиницю часу (β_0 – масообмінний коефіцієнт c^{-1} , β_* – нормуючий коефіцієнт, v – швидкість фільтрування $м/год$; d – еквівалентний діаметр завантаження $мм$; γ_1, γ_2 – емпіричні коефіцієнти, що залежать від фізико-хімічних властивостей вод, що подається на очищення), $\alpha(t)$ – шукана функція, яка характеризує масовий об'єм, який відірвався від гранул завантаження, $\mu(t)$ – функція, що характеризує масовий розподіл осаду з часом (знаходиться дослідним способом), умова прийме вигляд визначення (4) й призначена для знаходження $\alpha(t)$; $c_*^*(t) = C_{ex}$ – концентрація домішкових частинок на вході фільтра, $\sigma(\rho) = \sigma_0 - \gamma^{-1} \rho$ – пористість фільтруючого матеріалу (σ_0 – пористість чистого завантаження, γ – масова концентрація твердих частинок в одиниці об'єму), $\kappa(\rho)$ –

$$\text{функція, що характеризує фільтрацію } \kappa(\rho) = \begin{cases} \kappa_0 - \lambda \rho(x,t), & \rho < \rho_0, \\ \kappa_0 - \lambda \rho(x, T_F), & \rho \geq \rho_0, \end{cases} \quad \kappa_0 \text{ –}$$

початковий коефіцієнт фільтрації $m/год$, λ – нормуючий коефіцієнт, $\rho_0 = \rho(L, T_F)$; p – тиск $кПа$.

Адекватність розрахункових даних перевірено експериментальними дослідженнями процесу знезалізнення води, що проводилися на лабораторній установці з використанням модельного розчину. Як фільтруючий матеріал використовувалося крупнозернисте пінополістирольне завантаження промислового виробництва.

Для виявлення статистичної взаємодії контрольованих параметрів було проведено ряд фільтроциклів з різною вхідною концентрацією заліза у модельному розчині (1,0...2,0 $мг/дм^3$). Дослідження втрат напору проводилося в діапазоні швидкостей фільтрування від 4,0 до 7,0 $м/год$.

Залежність якості фільтрату від тривалості фільтрування в діапазоні швидкостей 4-7 $м/год$ при концентрації заліза у вихідній воді 1.5 $мг/дм^3$ отримані експериментально на лабораторній установці та в результаті комп'ютерного експерименту на основі знайденого розв'язку модельної задачі (1)-(4) представлено на рис. 1.

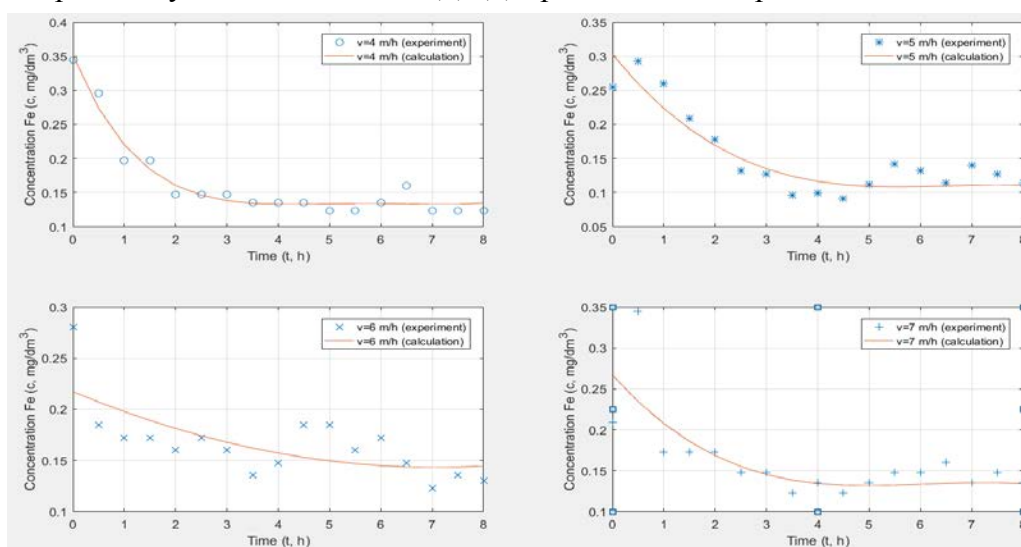


Рис. 1. Графік залежності якості фільтрату від тривалості фільтрування при швидкості 4-7 $м/год$ та концентрації заліза у вихідній воді 1.5 $мг/дм^3$

Розроблена математична модель описує процес очищення води від залізистих сполук, що підтверджується експериментальними дослідженнями, дозволяє спрогнозувати зміни втрат напору з повним та неповним промиванням завантаження, врахувавши основні фактори процесу контактного знезалізнення, описує закономірності затримання сполук заліза в пористому завантаженні фільтра з урахуванням параметрів якості води, яка подається на фільтр.

Дана модель дозволить розробити систему автоматизації враховуючи технологічні особливості процесу фільтрування води та споруди, що забезпечуватимуть мінімальні витрати при дотриманні екологічних норм щодо довкілля та життєдіяльності, вирішить проблему очистки підземної води для потреб питного водопостачання враховуючи залежності зміни втрат напору та якості фільтрату від часу фільтрування.

1. Николадзе Г. И. Обезжелезивание природных и оборотных вод / Г. И. Николадзе. – М. : Стройиздат, 1978. – 161 с.
2. Станкявичус В. И. Обезжелезивание воды фильтрованием (основы теории и расчет установок) / В. И. Станкявичус. – Вильнюс : Мокслас, 1978. – 120 с.
3. Orlov V.O., Safonyk A.P., Martunov S. Yu., Kynutsky S.O. Simulation the process of iron removal the underground water by polystyrene foam filters // International Journal of Pure and Applied Mathematics - IJPM – 2016. – V. 90, N. 2. – P. 87–91.

МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ АЕРОБНОЇ ОЧИСТКИ СТІЧНИХ ВОД З УРАХУВАННЯМ ТЕМПЕРАТУРНОГО РЕЖИМУ

Побутові стічні води містять забруднення мінерального і органічного походження, тоді як промислові відрізняються, як за складом, так і за концентрацією в залежності від області. Незалежно від типу всі стічні води потребують обов'язкового очищення, оскільки містять забруднюючі речовини, які значно перевищують допустимі норми концентрації. Щоб запобігти згубному впливу домішок на навколишнє середовище використовують системи фільтрів, які забезпечують допустимі показники концентрацій забруднення.

У роботі розглянуто процес аеробного очищення, в якому для стимулювання активності бактерій використовується додаткова подача повітря і підтримка оптимальної температури середовища. При такому очищенні стічних вод мікроорганізми розмножуються в активному мулі, поглинаючи забруднення і кисень. Однак з часом дана здатність падає, і вони осідають у вигляді твердого субстрату, який необхідно відбирати. Підтримуючи сукупність цих параметрів на відповідному рівні, забезпечуються оптимальні умови для ефективного очищення стічних вод.

Розглянуто процес очищення рідин від органічних забруднень шляхом внесення біологічних бактерій на прикладі математичної моделі процесу аеробного очищення стічних вод [1]. В даній моделі враховано не тільки взаємодію бактерій, органічних і біологічних неокислювальних речовин в умовах дифузійного і масообмінного збурення, а й вплив температурного режиму.

На базі даної математичної моделі побудовано алгоритм рішення відповідної нелінійної збуреної задачі типу «конвекція-дифузія-тепломасообмін», в якому показано вплив концентрації кисню і активного мулу на якість процесу очищення, а також взаємовплив тепло- і масообмінних складових процесу. В рамках даної моделі передбачається можливість автоматизованого контролю процесу ефективного осадження домішок в біологічному фільтрі в залежності від вихідних даних водного середовища.

$$\begin{cases} \frac{\partial C}{\partial t} = D_c \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - v_c \frac{\partial C}{\partial x} - \beta T C B, \\ \frac{\partial B}{\partial t} = D_B \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - v_B \frac{\partial B}{\partial x} + K_B(B) T K, \\ \frac{\partial K}{\partial t} = D_K \frac{\partial^2 K}{\partial x^2} - v_K \frac{\partial K}{\partial x} + K_K(B) \cdot (K_H - K) - \gamma(T), \\ \frac{\partial T}{\partial t} = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - v_T \frac{\partial T}{\partial x} + K_T C B; \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} C|_{x=0} &= C^*(t), \quad B|_{x=0} = B^*(t), \quad K|_{x=0} = K^*(t), \quad T|_{x=0} = T^*(t), \\ \frac{\partial C}{\partial x} \Big|_{x=l} &= 0, \quad \frac{\partial B}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial K}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0; \end{aligned} \quad (2)$$

$$C|_{t=0} = C^*(x), \quad B|_{t=0} = B^*(x), \quad K|_{t=0} = K^*(x), \quad T|_{t=0} = T^*(x),$$

де $\beta = (Q \cdot (1 + k_i) / V)$ – коефіцієнт, який враховує конструктивні особливості фільтра та швидкість потоку рідини; C – концентрація забруднення в воді; V – об'єм фільтра; k_i – коефіцієнт рециркуляції активного мулу; v_c – швидкість руху субстрату; D_C – коефіцієнт дифузії ($D_C = d_C \epsilon$); B – концентрація активного мулу; $K_B(B) = \beta(K_B - \epsilon K_B^0 B)$ – функція, яка характеризує поглинання кисню бактеріями; v_B – швидкість руху активного мулу; D_B – коефіцієнт дифузії ($D_B = d_B \epsilon$); K – концентрація кисню, необхідна для підтримання найкращого поглинання бактеріями забруднення; $K_K(B) = \beta(K_K + \epsilon K_K^0 B)$ – коефіцієнт поглинання кисню; K_0 – концентрація насичення води киснем при заданих температурі та тиску; v_K – швидкість руху кисню; D_K – коефіцієнт дифузії ($D_K = d_K \epsilon$); T – температура води у фільтрі, D_T – коефіцієнт дифузії ($D_T = d_T \epsilon$), K_T – «температурний» коефіцієнт, v_T – швидкість зміни температури; ϵ , K_B , K_K^0 , K_K , K_K^0 , d_C , d_B , d_K , d_T – тверді параметри (характеризують відповідний м'які параметри $K_B(B)$, $K_K(B)$ тощо), що знаходяться експериментальним способом, ϵ – малий параметр (він характеризує переваги одних складників процесу над іншими, а саме явища міжкомпонентної взаємодії цього процесу є малими порівняно з іншими його складниками).

1. Сафоник А. П., Таргоній І. М. Компьютерное моделирование процесса аэробной очистки сточных вод. Проблемы машиностроения. 2016 Т.19. №2. С. 31–36.

УДК 539.3

Сяський А.О., д.т.н., професор, Шевцова Н. В., к.т.н.

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна)

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ МІЖФАЗНОЇ ТРІЩИНИ НА МІЦНІСТЬ ІЗОТРОПНОЇ ПЛАСТИНКИ З ПІДКРІПЛЕНИМ КРУГОВИМ ОТВОРОМ

Ізотропні пластинки з криволінійними отворами, контури яких підсилені замкненими пружними ребрами сталої чи змінної жорсткості, як елементи тонкостінних конструкцій сучасних машин і споруд, широко використовуються в різних галузях інженерної практики. У процесі виготовлення чи експлуатації в них виникають міжфазні тріщини (розрізи нульової ширини). Як потужні концентратори напружень ці тріщини можуть призвести до часткового або повного руйнування конструкції [1].

За відсутності міжфазної тріщини задачі про підсилення контуру криволінійного отвору в ізотропній (ортотропній) пластинці замкненим криволінійним ребром достатньо вивчені в науковій літературі для різних моделей підсилення [2].

Нехай контур Γ кругового отвору радіусом $\rho_0 = 1$ в нескінченній ізотропній пластинці товщиною $2h$ підсилений замкненим пружним ребром (кільцем) сталої товщини $2h_0$ і ширини 2η . Спільна серединна площина пластинки і ребра віднесена до прямокутної (Oxy) і полярної (ρ, λ) систем координат з полюсом в центрі отвору. Розглянута пластинчаста конструкція перебуває в умовах узагальненого плоского

напруженого стану, створеного зусиллями p і q , що діють на нескінченності в напрямках координатних осей.

Припустимо, що на симетричній відносно осі Ox ділянці $[\alpha_0, 2\pi - \alpha_0]$ (α_0 – полярний кут) контуру Γ між пластинкою і ребром виникла тріщина, береги якої в процесі деформації не контактують.

Розв’язання задачі передбачає визначення контактних зусиль T_ρ і $S_{\rho\lambda}$ на ділянці сполучення пластинки і ребра, компонент напруженого стану в підсиленні, а також дослідження впливу на ці величини розміру тріщини, зовнішнього навантаження та фізико-геометричних параметрів ребра.

Підсилювальне ребро моделюємо криволінійним стрижнем великої кривини, наділеним жорсткостями на розтяг (стиск) g_4 і згин g_2 . При цьому вважається, що поверхня сполучення ребра і пластинки не співпадає з його серединною поверхнею [3].

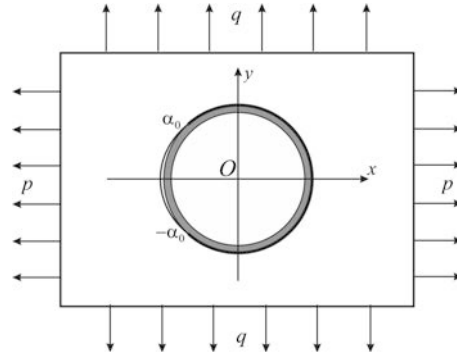


Рис. 1. Схема навантаження пластинки

Математичну модель поставленої задачі визначають:

- крайові умови у вигляді рівності компонент вектора зміщення на ділянці сполучення пластинки і ребра та відсутності контакту берегів тріщини [4, 5]

$$\frac{1}{2Eh} \left\{ (1-\nu)[f_1(\lambda) + if_2(\lambda)] - \frac{i}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} [f_1(t) + if_2(t)] \operatorname{ctg} \frac{\lambda-t}{2} dt + (3p-q) \cos \lambda \right\} = i \int_0^\lambda [\varepsilon_\lambda^{(c)}(t) + i\theta_b(t)] e^{it} dt + C_1, \quad \lambda \in [-\alpha_0, \alpha_0];$$

$$T_\rho(\lambda) = S_{\rho\lambda}(\lambda) = 0, \quad \lambda \in [\alpha_0, 2\pi - \alpha_0]; \quad (1)$$

- диференціальні рівняння рівноваги елемента ребра [3]

$$T_\rho(\lambda) + iS_{\rho\lambda}(\lambda) = \left(1 - i \frac{d}{d\lambda}\right) [N(\lambda) - iQ(\lambda)];$$

$$\frac{d}{d\lambda} [L_b(\lambda) - \eta N(\lambda)] = Q(\lambda), \quad \lambda \in [-\pi, \pi]; \quad (2)$$

- фізичні залежності Кірхгофа для крайнього зовнішнього волокна ребра [3]

$$\varepsilon_\lambda^{(c)}(\lambda) = \frac{1}{g_4} \left[N(\lambda) + (1-r_0) \frac{(1-\eta)L_b(\lambda)}{\omega_0} \right];$$

$$\frac{d\theta_b}{d\lambda} = \frac{1}{g_4} \left[N(\lambda) + \frac{(1-\eta)L_b(\lambda)}{\omega_0} \right]. \quad (3)$$

У рівняннях (1)-(3) введено позначення

$$f_1(\lambda) + if_2(\lambda) = i \int_{-\alpha_0}^{\lambda} [T_p(\lambda) + iS_{p\lambda}(\lambda)] e^{it} dt; \quad (4)$$

$\varepsilon_{\lambda}^{(c)}$, θ_b – відносне видовження і кут повороту нормалі для крайнього поздовжнього волокна ребра, яке сполучене з пластинкою; N , Q , L_b – внутрішні поздовжня та поперечна сили і згинальний момент, які діють у поперечних перерізах ребра і віднесені до його осі; r_0 – радіус кривини нейтрального для чистого згину поздовжнього волокна ребра; E , ν – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки; $\omega_0 = g_2 / g_4$; C_1 – довільна стала; $i = \sqrt{-1}$.

Співвідношення (1)-(3) визначають систему інтегрально-диференціальних рівнянь для визначення функцій $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$, $N(\lambda)$, $Q(\lambda)$, $L_b(\lambda)$.

Якщо функції $f_1(\lambda)$, $f_2(\lambda)$ стануть відомі, то контактні зусилля на ділянці сполучення пластинки і ребра на підставі (4) визначаються за формулою

$$T_p(\lambda) + iS_{p\lambda}(\lambda) = -i [f_1'(\lambda) + if_2'(\lambda)] e^{-i\lambda}. \quad (5)$$

Точний розв'язок задачі знайти не вдається. Для її наближеного розв'язання можна використати метод механічних квадратур і колокації, запропонований в [4, 5].

1. Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами / В.В.Панасюк. – К.: Наукова думка, 1968. – 246 с.
2. Сулим Г.Т. Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями / Г.Т. Сулим. – Львів: Дослідно-видавничий центр НТШ, 2007. – 716 с.
3. Сяський А. Застосування методу сил для статичного розрахунку замкнених криволінійних стрижнів / А. Сяський, Н. Шевцова // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – Т. 79, № 3. – 2015. – С. 24-30.
4. Сяський А. Мішана контактна задача для ізотропної пластинки з криволінійним отвором і жорсткого диска / А. Сяський, Н. Шинкарчук // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – Т. 79, № 3. – 2015. – С. 16-21.
5. Сяський А.О. Напружена посадка замкненого пружного стрижня в криволінійний отвір нескінченної ізотропної пластинки / А.О. Сяський, Н.В. Шевцова, О.Ю. Дейнека // Вісник Хмельницького національного університету. Серія: Технічні науки. – №5(251). – 2017. – С. 32-38.

УДК [004.358 : 004.032.26] : 612.46

В.А. Сяський, І.О. Сяська

(Рівненський державний гуманітарний університет)

ІМІТАЦІЙНА МОДЕЛЬ НИРКИ ЛЮДИНИ НА ОСНОВІ ШТУЧНИХ НЕЙРОННИХ МЕРЕЖ

Функціональний стан організму людини залежить від перебігу метаболічних процесів, серед яких важливе місце займає виділення. Перспективним підходом у дослідженнях функціонування різних органів і систем є використання динамічних моделей, що відтворюють реальні біологічні процеси, – функціональних динамічних моделей. Розробка таких моделей є актуальною та важливою для дослідження

динамічного зв'язку між окремими структурними «елементами» складних живих систем та «елементарними» процесами в них. Імітаційне (програмне) моделювання передбачає побудову структурно-функціональної моделі об'єкта дослідження у вигляді певної послідовності дій (алгоритму), що реалізована як комп'ютерна програма та відтворює функціонування досліджуваної системи шляхом послідовного виконання великої кількості елементарних операцій [3].

Нирки є одним із органів виділення. Основним її завданням є очищення крові від продуктів життєдіяльності організму, виведення надлишку рідини та токсинів. Даний процес не є фільтрацією в звичайному розумінні, а більше відповідає сепарації – розділенню суміші багатьох компонентів на декілька потоків із різним складом. У результаті такої *нефросепарації* формується очищена кров та сеча.

Відповідно до визначального принципу імітаційного моделювання побудовано структурно-функціональну *модель нирки* та процесів нефросепарації в ній. Основною структурно-функціональною одиницею нирки є *нефрон*, в якому відбувається процеси очищення крові та утворення сечі [1]. В якості базового структурного елемента моделі нирки використано *штучний нефрон* – особливий «чорний ящик», який перетворює вхідний інформаційний потік *моделі неочищеної крові* на два вихідні інформаційні потоки *моделі очищеної крові* та *моделі сечі*. Перелік компонентів у всіх потоках буде однаковим, але кількісний їх склад суттєво відрізнятиметься.

Функціонування біологічного нефрону по очищенню-сепарації крові охоплює три основні процеси: *клубочкову фільтрацію*, *канальцеву реабсорбцію*, *канальцеву секрецію* [1]. Хоча процеси реабсорбції та секреції фактично відбуваються одночасно після фільтрації, проте їх можна розглядати послідовно саме в такому порядку. На кожній із цих фаз відбувається перетворення складу крові та сечі. Тому ці процеси розглядаються як окремі «чорні ящики», що сполучені послідовно.

Модель нирки являє собою «*великий чорний ящик*», що перетворює багатокомпонентний інформаційний потік моделі неочищеної крові у два інформаційні потоки моделей очищеної крові та сечі. Структурно «*великий чорний ящик*» є сукупністю сполучених паралельно «*середніх чорних ящиків*», що моделюють функціонування окремих нефронів. Останні в свою чергу складаються із трьох послідовно сполучених «*малих чорних ящиків*», кожен з яких моделює окремі фази процесів очищення крові та формування сечі.

Функціонування «*малих чорних ящиків*» відтворено за допомогою моделей *штучних нейронів* [2]. Кожен штучний нейрон визначає кількісний вміст однієї окремої компоненти в інформаційних потоках моделей крові та сечі. Такі штучні нейрони – це «*атомарні чорні ящики*», вони вже неподільні. Кожна фаза функціонування нефрону моделюється окремим прошарком «атомарних чорних ящиків». Тому три послідовні фази нефросепарації реалізуються трипрошарковою штучною нейронною мережею прямого поширення сигналу.

Кожен прошарок мережі має N пар основних штучних нейронів: один із пари визначає кількість відповідної компоненти в моделі крові, а другий – кількість цієї ж компоненти у моделі сечі. Число N визначається переліком основних стандартних компонентів крові та сечі на обраному рівні абстрагування. На фазах реабсорбції та секреції (між першим і другим та другим і третім прошарком) відбувається часткове перенесення компонентів крові і сечі між такими парними штучними нейронами. Вихідні сигнали штучних нейронів третього прошарку, що моделюють фазу формування кінцевої сечі, утворюють два вже розділені інформаційні потоки моделей очищеної крові та сечі.

Окрім цих парних основних штучних нейронів у кожному прошарку є деяка

кількість M додаткових штучних нейронів, які відповідають за наявність у потоці крові та сечі нестандартних компонентів. Це можуть бути: патогенні фактори, що спричиняють захворювання або перехід окремих нефронів у атипичний стан; ліки або інші засоби, що мають терапевтичний ефект; маркери – речовини, що сигналізують про особливі стани окремих нефронів. Кількість додаткових штучних нейронів може бути різною і визначається рівнем абстрагування моделі. У випадку моделювання нормального процесу функціонування нирки без впливу патогенних факторів і лікування на виходах таких штучних нейронів формуються нульові сигнали і в інформаційному потоці відповідні компоненти теж мають нульові значення.

Для всіх штучних нейронів величини суматорів будуть різними. Це досягається належним підбором вагових коефіцієнтів синаптичних зв'язків на основі відомих даних з нормальної і паталогічної анатомії та фізіології. Активаційні функції для кожного штучного нейрона в загальному випадку різні. Вони є функціями суматора і визначаються емпірично також на основі даних з фізіології. Більшість із них – це лінійні функції, проте деякі з них можуть бути нелінійними.

Моделювання тривалого процесу очищення-сепарації у нирці передбачає циркулювання інформаційного потоку моделі крові в мережі. Виходи зі штучних нейронів, що відповідають за склад очищеної крові, по зворотних зв'язках подаються назад на вхід мережі. При цьому інформаційний потік змінюється за рахунок надходження в кров продуктів життєдіяльності організму, комплексного патогенного фактора, комплексного лікування тощо. Виходи із нейронів, що відповідають за склад кінцевої сечі, є виходом мережі на поточному кроці обчислень. Ці результати визначають якість процесу нефросепарації та сечоутворення. Виходи із нейронів, що відповідають за наявність нестандартних компонентів, теж попадають в інформаційний потік моделі крові і повертаються назад на вхід мережі.

Таким чином, імітаційна модель функціонування нирки є *відкритою складною штучною нейронною мережею із неповними глобальними зворотними зв'язками*. Відкритість мережі означає, що до інформаційного потоку моделі очищеної крові щоразу додаються окремі компоненти і формується модель неочищеної крові. Неповнота глобальних зворотних зв'язків означає, що із загального інформаційного потоку щоразу вилучаються компоненти моделі сечі.

Правильні налаштування вагових коефіцієнтів та вибір передатної функції для кожного з штучних нейронів забезпечує адекватне функціонування моделі нирки на обраному рівні абстрагування. Представлена модель дозволяє досліджувати вплив на процес нефросепарації різноманітних факторів, що можуть призвести до появи, перебігу та лікування захворювань, в тому числі онкологічних.

Результати модельних експериментів в режимі нормального функціонування нирки без паталогій та патогенних впливів засвідчили можливість використання штучної нейронної мережі меншого розміру за рахунок об'єднання моделей однотипних нефронів в один «середній чорний ящик». У випадку моделювання нетипового функціонування з врахуванням розвитку захворювання і його лікування таке об'єднання моделей однотипних нефронів є недопустимим. Для ефективної реалізації моделі на ЕОМ застосовано розпаралелення обчислень.

1. *Ганонг В.Ф.* Фізіологія людини: Підручник / Вільям Ф. Ганонг. – Львів: БаК, 2002. – 784 с.
2. *Осовский С.* Нейронные сети для обработки информации / Станислав Осовский. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.
3. *Шеннон Р.* Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Роберт Ю. Шеннон. – М.: Мир, 1978. – 420 с.

Талах М.В. к.б.н., асистент, Хавруняк М.В., студент

(Чернівецький національний університет імені Юрія Федьковича, м. Чернівці, Україна)

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА МОНІТОРИНГУ НА ОСНОВІ ДАНИХ ТЕПЛОВІЗІЙНОЇ ЗЙОМКИ СУПУТНИКІВ

Величезне значення для науки і господарства має вивчення і передбачення погоди, яке можливе лише внаслідок систематичного довготривалого спостереження за нею. Усі зміни основних елементів погоди фіксують на метеорологічних станціях [4]. Однак, за географічним положенням деяка частина території України розташована в умовах складного рельєфу, зокрема гірських, що зумовлює відсутність метеостанцій на цих ділянках. Крім того, більшість метеорологічних станцій знаходяться в урбанізованому середовищі, що дещо спотворює отримувані дані [5]. Вирішити зазначені складності може отримання даних за допомогою дистанційного зондування, що передбачає на основі супутникової зйомки, визначення окремих геофізичних параметрів, зокрема температури, яка є одним з ключових показників клімату [1,9,10]. Саме поєднання метеорологічних значень та даних дистанційного зондування дуже важливе для розуміння коливань та змін клімату, особливо на території, де відносно густа сітка метеорологічних станцій [3].

За таких умов дослідникам потрібна система, що здатна здійснювати автоматизоване отримання та обробку температурних даних з централізованих інформаційних ресурсів і забезпечувати достатньо широкий набір методів для аналізу даних.

Для початку роботи в системі користувачу необхідно обрати період та території проведення досліджень. В межах створеної системи для отримання даних використовувався інфрачервоний канал супутника Landsat [2]. Кожний окремий знімок є растровим зображенням, де кожному пікселю відповідає атрибутивне значення, яке з використанням стандартних методик може бути переведено в показники температури підстилаючої поверхні [8]. Крім атрибутивних значень кожен піксель володіє і географічними координатами, аналізуючи послідовно кожен піксель система відправляє запити на погодні сервери [6,7], які містять дані з показниками температури за необхідний період часу (який співпадає з періодом за який аналізуються космознімки) а також координати метеостанцій. У випадку наявності на досліджуваній території метеостанцій відбувається автоматичне завантаження зазначених даних. Для дослідження може бути обрана будь-яка територія чи період часу (обмеження обумовлюються виключно наявністю даних на централізованих інформаційних ресурсах). Результатом даного етапу роботи системи є формування первинного масиву даних, що включає в себе температурні дані отримані на основі супутникових знімків та з метеостанцій. Наразі, система працює таким чином, що дані з метеостанцій беруться лише за ті дні, для яких доступні космознімки, водночас, з даних, що отримуються на основі космознімків видаляються значення пікселів, для яких не встановлена наявність метеостанції.

АНАЛІЗ ТЕМПЕРАТУРНИХ ДАНИХ

Початкові дані Аналіз температурних даних Часові ряди Температура Знімки Аналіз даних

ЗБЕРЕГТИ ДАНІ В БД ВИДАЛИТИ

введіть дату для пошуку

ДАТА	СЕЛЯТИН Р	КОЛОМІЯ Р	ВИЖИЦЯ Р	СЕЛЯТИН	КОЛОМІЯ	ВИЖИЦЯ	СЕРЕДНЄ
2016-01-08	-6.60755896689722	-4.17564083178325	-4.7470246696598	-6	-4	-4	-4.66666666666667
2016-01-09	-5.22100539143244	-9.878788513075	-8.01165026985651	-7	-10	-10	-9
2016-01-24	-15.6669944807268	-13.7998562375083	-11.4576393591508	-17	-13	-13	-14.3333333333333
2016-02-01	0.50842503740285	-0.14935761790227	-0.371920631440319	-1	0	0	-0.333333333333333
2016-02-09	-2.83786406919261	-0.970725825974124	-2.62850894761668	-1	-1	-1	-1
2016-02-17	1.81748014167765	5.1596970200351	5.59161515514907	3	4	4	3.66666666666667
2016-02-25	6.27383816427544	-2.49840117781349	-2.06648304269951	-5	-1	-1	-2.33333333333333
2016-03-04	1.55795509859824	3.33539208506019	1.67760896341764	1	3	3	2.33333333333333
2016-03-12	1.9236110383289	3.26582791668634	3.04326490314829	2	5	5	4
2016-03-28	-2.95126929364692	3.82616769281503	4.25808582792901	-4	3	3	0.666666666666667
2016-03-29	-2.33460329628298	2.09731483883099	1.87475182529294	-1	3	3	1.66666666666667
2016-04-06	10.7163896917907	15.0586065701482	15.4905247052622	12	14	14	13.3333333333333
2016-04-13	7.76476102916746	9.19667916428143	8.97411615074338	9	10	10	9.66666666666667
2016-04-14	9.37349225737783	16.1509292438398	16.5828473789538	8	15	15	12.6666666666667
2016-04-21	2.7839625956416	6.56139958210355	6.99331771721752	2	6	6	4.66666666666667

Рис.1. Зовнішній вигляд отриманого масиву даних

Після того як системою сформовано масив даних, він записується у базу даних та відбувається автоматична побудова часових рядів для кожної з ідентифікованих метеостанцій.

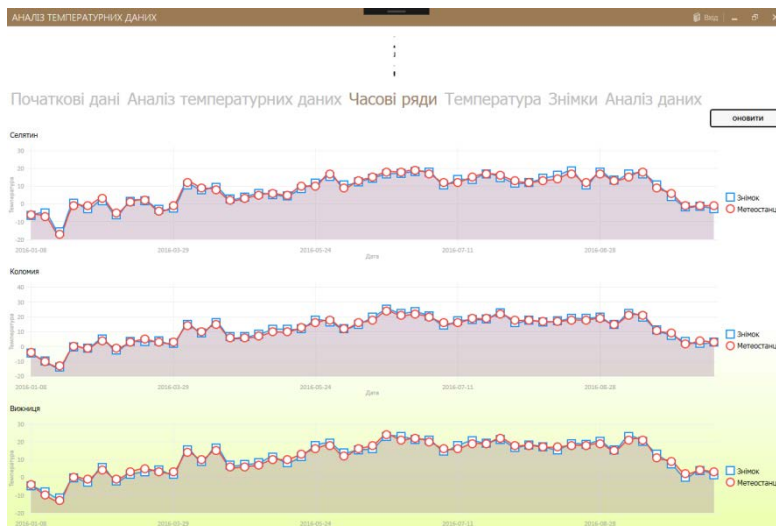


Рис. 2. Приклад часових рядів значень температури для ідентифікованих метеостанцій

Нами була проведена апробація роботи системи для території Чернівецької області. На рисунку легко побачити, що для всіх досліджуваних точок графіки ходу температур отримані обома методами практично ідентичні, що дозволяє говорити про доцільність використання даного підходу в подальшому. Зокрема, його розвиток повинен передбачати наявність методів аналізу часових рядів та просторової інтерполяції для аналізу не тільки в часовому, а й в просторовому аспектах, що дозволить аналізувати та прогнозувати дані на основі супутникових космознімків, на територіях, з нерозгалуженою мережею метеостанцій для моніторингу змін клімату й створення локальних кліматичних моделей.

1. Балдина Е.А. Изучение сезонной динамики теплового излучения городских ландшафтов по снимкам Landsat-7 ETM+ (на примере Москвы) // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса: мат-лы VIII Всерос. науч. конф. / Е.А. Балдина, М.Ю. Грищенко – М.: Изд-во ИКИ РАН, 2010. С. 251–252.
2. Геологічний сервіс. USGS [Електронний ресурс]. – Режим доступу:

<https://www.usgs.gov/>.

3. *Кашкин В.Б.* Дистанционное зондирование Земли из космоса. Цифровая обработка изображений. / В.Б.Кашкин, А.И.Сухинин. – М.: Логос, 2001г.

4. Клімат України: у минулому... і майбутньому?/ М.І.Кульбіда [та ін.] / за ред. М.І.Кульбіди, М. Б. Барабаш: Монографія. — К.: Сталь, 2009. — 234 с.

5. *Лялько В.И.* Влияние урбанизации на микроклимат городов (по материалам тепловых аэрокосмических съемок). Информационный отчет о НИР / В.И. Лялько, В.Е. Филиппович, С.А. Станкевич, А.Г. Мычак, О.В. Титаренко и др. – К.: ЦАКИЗ ИГН НАНУ. 2014. – 21 с.

6. Сервіс погоди. RP5 [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://rp5.ua>.

7. Сервіс погоди. World weather [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.worldweatheronline.com>

8. Converting Landsat TM and ETM+ thermal bands to temperature // The Yale Center for Earth Observation, 2010. [Електронний ресурс]. Режим доступу – <http://www.yale.edu/ceo>.

9. *Niclos R.* Land Surface Air Temperature Retrieval From EOS-MODIS Images / Niclos R., Valiente J.A., Barbera M.J., Caselles V. // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. 2014. Vol. 11, No. 8. P. 1380–1384.

10. *Sundara Kumar K.* Esti-mation of Land surface temperature to study Urban Heat Island effect Using Landsat ETM+ image / Sundara Kumar K., Udayabhaskar P., Padmakumari K. // International journal of en-gineering, science and technology. 2012. № 4 (2). P. 807–814.

УДК 622.016

Христюк А.О., к.т.н., Маланчук Є.З., д.т.н., доцент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ГІДРОМЕХАНІЧНОГО ВПЛИВУ НА ШВИДКІСТЬ ВИДОБУТКУ БУРШТИНУ

На сьогодні видобуток бурштину потребує новітніх технологій і удосконалення технічних та технологічних засобів для інтенсифікації процесу видобутку, при якому досягається вища продуктивність та ефективність, а також зменшення негативного екологічного впливу на навколишнє середовище. Найбільш раціональним є впровадження гідромеханічного способу видобутку бурштину, який не потребує проведення дорогих геологорозвідувальних та рекультиваційних робіт, характеризується мінімальними капітальними та експлуатаційними затратами, та має перспективу удосконалення шляхом керування швидкістю спливання бурштину з піщаних покладів зміною витрати повітря та частоти коливання робочого органу.

Видобуток бурштину можливий при застосуванні гідромеханічного способу при якому відбувається насичення піщаного масиву водою і повітрям та вплив механічними коливаннями робочого органу.

Рух частинок сипкого матеріалу в полі дії сил, аналогічних тим що діють при гідромеханічному видобутку, розглядали ряд Українських та закордонних вчених при вирішенні задач переміщення, перемішування, сегрегації та сепарації, а також при інтенсифікації хімічних та теплових процесів [1–4].

Рух бурштину в піщаному масиві характеризується рухом з опором типу сухого тертя. Рух частинки, поміщеної в середовище, яке здійснює горизонтальні поступальні коливання з частотою f і радіусом траєкторії r і чинить частинці опір, подібний до сухого тертя. Відповідна задача була розглянута В.В. Гортинським, Г.Є. Птушкіною та

І.І. Блехманом [1]. Розглянемо основні результати їх розв'язку з точки зору гідромеханічного видобутку бурштину. Для визначення швидкості спливання бурштину розглянуто наступну систему диференціальних рівнянь руху частинки відносно середовища

$$m_1 \ddot{x} = m_0 (\Delta - 1) r f^2 \cos ft - F_h \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \quad (1)$$

$$m_1 \ddot{y} = m_0 (\Delta - 1) r f^2 \cos ft - F_h \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \quad (2)$$

$$m_1 \ddot{z} = m_0 (\Delta - 1) g - F_v \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \quad (3)$$

$$\Delta = \rho / \rho_0, \quad (4)$$

$$\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \neq 0, \quad (5)$$

де F_v – сила опору відносному зміщенню частинки у вертикальному напрямі, Н; m_1 – маса частинки з врахуванням приєднаної маси середовища, кг; m_0 – маса середовища в об'ємі, рівному об'єму частинки, кг; $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ – проекції на осі прямокутної системи координат хузу відносної швидкості частинки в середовищі, м.

Це дозволило запропонувати для визначення швидкості спливання бурштину наступну залежність [1]:

$$v = \frac{a^2}{\sqrt{\left(\frac{F}{gm}\right)^2 - a^2}} \frac{\alpha}{k_m}, \quad (6)$$

$$\alpha = \begin{cases} Af, & A^2 f < kg \\ \frac{kg}{f}, & A^2 f > kg \end{cases}, \quad (7)$$

$$a = \rho - 1, \quad (8)$$

$$\rho = \frac{\rho_c}{\rho_s}, \quad (9)$$

де v – швидкість спливання частинки бурштину, м/с; m – маса частинки бурштину, кг; a – параметр Архімеда для частинки бурштину; g – прискорення вільного падіння м/с²; k_m – коефіцієнт приєднаної маси; f – частота коливань робочого органу, Гц; F – сила опору піщаного шару відносному руху частинки бурштину [1]; ρ_s – густина частинки бурштину, кг/м³; ρ_c – густина водо-піщаного середовища, кг/м³; A – амплітуда коливань робочого органу, м; k – коефіцієнт тертя.

Формула (6) отримана для випадку спливання частинки меншої густини в шарі частинок більш важкого матеріалу при коливанні робочого органу в площині вміщуючого середовища. В цьому випадку припускаємо, що на частинку крім сил інерції, Архімеда та тяжіння діють лише сили опору відносному руху, а траєкторією руху частинки є спіраль.

Враховуючи розмірність та характер сили що впливає на частинку, а також, той факт, що вона характеризує взаємодію між частинкою бурштину та частинками скелету

грунту, пропонується наступний варіант для визначення величини цієї сили

$$\frac{F}{gm} = \phi(1+a), \quad (10)$$

де ϕ – коефіцієнт сили опору піщаного середовища руху частинки бурштину [1].

Підставивши залежність (10) в формулу (6) отримуємо наступний вираз для швидкості спливання частинки бурштину:

$$\frac{k_m v}{\alpha} = \frac{a^2}{\sqrt{\phi^2(1+a)^2 - a^2}}. \quad (11)$$

Отримана формула (11) враховує вплив різниці густини частинок ґрунту та матеріалу що добувається, а також амплітуду та частоту коливань робочого органа. При цьому вплив подачі повітря враховується лише шляхом зміни густини бурштиновмісного середовища.

Для визначення величини коефіцієнта ϕ використаємо результати експериментальних досліджень з спливання частинок бурштину в лабораторних та польових умовах.

З наведеного слідує, що сила, яка перешкоджає спливанню бурштину у сипкому середовищі при вібраційному впливі та постачанні повітря, залежить від властивостей середовища та параметрів гідромеханічного впливу. Отриманий вираз для визначення цієї сили дозволяє ефективно проводити вилучення бурштину, з найменшими затратами ресурсів та енергоносіїв.

1. Блехман И.И., Гортинский В.В., Птушкина Г.Б. Движение частицы в колеблющейся среде при наличии сопротивления типа сухого трения (К теории вибрационного разделения сыпучих смесей) / Известия АН СССР. Серия «Общетехнические науки». 1973. № 4. С. 31 –41.

2. Потураев, В.Н., Волошин А.И., Пономарёв Б.В. Вибрационно-пневматическое транспортирование сыпучих материалов. К. Наукова думка, 1989. 248 с.

3. Надутый В.П., Калиниченко В.В Вибрационное грохочение горной массы повышенной влажности. Монография. Днепропетровск, НГУ, 2004. 135 с.

4. Надутый В. П., Лапшин Е. С. Вероятностные процессы вибрационной классификации минерального сырья. Киев: Наук. думка, 2005. 180 с.

5. Романовський О. Л., Корнієнко В. Я. Дослідження витрат води і повітря штангового віброгідролічного витягача. Зб. наукових праць. Вісник НУВГП, № 2 (46), част. 1, Рівне. 2009. С.330-336.

Секція 7. ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ТА РОБОТОТЕХНІКА

УДК 378.147

**Hazdyuk K., postgraduate, Nikitina O., Ph. D. of phys. and math., assistant professor,
Telishevskaya A., teacher**

*(Yuriy Fedkovych Chernivtsi National University, National Technical University "Kharkiv
Polytechnic Institute", school № 24, Chernivtsi, Ukraine)*

IMPLEMENTATION OF INFORMATION TECHNOLOGY TOOLS IN DISTANCE LEARNING

In the context of the modernization of the education system, the Ministry of Education and Science of Ukraine identified new strategic goals and trends to update the content of education and upbringing of modern youth. Therefore traditional methods of teaching it were not enough to meet the requirements of modern life with the transition of society from the industrial to the informational era.

To solve this problem, the question about the search for new forms of work in modern high school was arisen. These solving are used numerous innovative technologies such as: interactive technologies; information and communication technologies; distance learning technology; problem learning and others. Application of these technologies contributes to the development of cognitive interest of students, knowledge's enrichment and the formation their necessary abilities, oriented them on the vocational education's acquisition using modern teaching technologies, and creates conditions for improving and accessibility of education.

In the conditions of higher education's transformational changes there is a need for constant thorough study, scientific and practical substantiation of next issues: the improve experience of innovative educational activities; the characteristics of the content of learning's interactive forms, the specifics of their use in higher education institutions; individualized, team, projection knowledge technologies; information and communication means of training; webinars, case studies and other innovations.

The use of educational technologies largely determines the conditions of education. That is, in cases where a person studies, for example, in absentia or in the evening, on weekend days, in short-term intensive courses, at last, on his own etc., when he is limited in time and in terms or is living in distant places from education spaces, when the domestic, professional, social conditions do not allow him to carry out educational activities in the usual manner, it is necessary to use the andragogical methods of training. The use of modern information and communication technologies, in particular, interactive distance learning technologies, is effective in this case.

For the distance learning system there is also the social interactivity concept such as an individual attempt to change or enhance the quality of interaction in learning, based on the human conversation interpretation, creating a sense of comfort and developing the audience management practice.

Below are highlighted the positive results of applying information and communication technologies to distance learning:

1. Intensification of the process of understanding, mastering and creative use of knowledge in the solving practical tasks. Efficiency is ensured by more active inclusion to the process of not only receiving, but also the using of integrated knowledge complexes.

2. Increasing the motivation by bringing students to the solving educational problems,

which gives an emotional impetus to the next search activity of the subjects of learning, motivates them to concrete actions; the forming an ability to think unordinary.

3. The experience of the establishment of the contact, mutually-depending value-rich content relations with the world (with culture and nature), people and with themselves, – that is the experience of dialogical cognitive activity, of socio-moral communicative relations and self-cognition.

4. The providing not only increasing of knowledge, skills, abilities, ways of activities and communication, but also the formation and improvement of professional competence through the inclusion of educational process members to the meaningful outlive individual and collective activity for the accumulation of experience and for the perception and acceptance of the values.

5. Control of knowledge, skills and abilities becomes more supple, more flexible and humane, as the system of control over the getting of knowledge and ways of cognitive activity and over the ability to apply received knowledge in different situations can be based on the operational feedback: the possibilities of communication with the teacher and training partners, cooperation in the process of cognitive and creative activity.

6. The change not only the experience and the setting of the members, but also the reality, since most often the information and communication technologies of learning are the simulation of the interactive types of activities that take place in the social and state practice of a democratic society.

One of the progressive technologies for the introduction of interactive learning methods in the modern distance studying process are webinars, which are implemented using a set of hardware, consisting of a computer, communication devices (webcam, data transfer system, adapter, etc.) and specially created network platforms.

So, the use of webinar technology is an important learning method that differs from the usual forms of education organization. This method involves the introduction of innovative educational information and communication technologies that provide a virtual form of participants' interaction in the educational process. It is directed at substantially improving the quality of education and at the same time at developing the information culture of the subjects of the educational process. The experience of introducing webinars has shown that this web technology is effective, has real prospects for applying interactive learning methods in the educational process and training professionals through the extensive use of specially designed web models in the learning process, especially for distance learning. They can be used for cooperation with other educational institutions inside the country and for the international cooperation.

Case-study – a learning system based on analysis, resolution and discussion of situations, both simulated and real; is considered one of the best methods for the development of analytical and critical thinking, as well as creativity.

A test-case for distance education is a specially prepared educational material transferred to the electronic environment that reflects a specific problem situation, which requires the adoption of creative analytical solutions to achieve the best result. At the same time, it is necessary to pay attention to the formulation of the questions in practical tasks, to fill the case with templates and clues for the solution, also to place the accents in the theory.

Using the interactions in the distance learning process is possible thanks to modern information and communication technologies, in particular the platforms for conducting webinars that we have been considering. It contributes to the formation of skills and abilities both of subject and general education; development of vital values; creating an atmosphere of cooperation and interaction; development of communicative qualities. This technology provides modelling of life situations, using the role-playing games and joint solving the problem.

We can conclude that interactive technology is a special organization of learning and is the

formation of certain skills and abilities through the set of educational-cognitive actions, organized by the teacher in a particular way. These actions are consisting in active interaction of students between themselves and the construction of interpersonal communication in order to achieve the intended result.

1. *Козяр М.М.* Віртуальний університет / М.М. Козяр, О.Б. Зачко, Т.Є. Рак // навч.-метод. посіб., Львів, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності. – 2009. – 168 с.

2. *Морзе Н.В.* Методичні особливості вебінарів, як інноваційної технології навчання / Н.В. Морзе, О.В. Ігнатенко // Інформаційні технології в освіті, Херсон: ХДУ. – Вип. 5. – 2010. – С. 31 – 39.

3. *Flyvbjerg B.* Five Misunderstandings About Case-Study Research / Bent Flyvbjerg // Qualitative Inquiry. – Vol 12. – Nr 2. – 2006. – PP. 219 – 245.

UDC 510.64

Vorobel R., DS, PhD, professor

(Physico-Mechanical Institute of NAS of Ukraine, Lviv; University of Lodz, Poland)

METHOD OF TRIANGULAR NORMS CONSTRUCTION

The theory of triangular norms was initiated by Menger [4]. It is developed in works related to associative functions [1 - 3]. At the same time, the triangular norms became the basis for construction logical connectives in the fuzzy systems, initiated by Zadeh [6]. Logical connectives contain logical addition (triangular conorm) and logical multiplication (triangular norm). Triangular norms are also applied for the synthesis of algebraic structures at image processing [5]. Herewith strict and nilpotent type triangular norms are highlighted. The strict triangular norms are the object of this study. Their analytical expressions are obtained using the generator functions, which are described by the expression

$$h(x, y) = f^{-1}(f(x) + f(y)), \quad (1)$$

where $x, y \in [0, 1]$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$, $f(1) = 0$, and $f^{-1}(\cdot)$ – the inverse to the f function.

Triangular norms $T : [0, 1] \times [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ and for $x, y, z \in [0, 1]$ must satisfy the conditions of a number of axioms:

$T(0, 0) = T(0, 1) = T(1, 0) = 0$ and $T(1, 1) = 1$ (boundary conditions),

$T(x, y) = T(y, x)$ (commutativity),

$T(x, y) \leq T(x, z)$, if $y \leq z$ (monotonicity),

$T(T(x, y), z) = T(x, T(y, z))$ (associativity).

The compliance with following requirements is necessary:

$T(x, 1) = x$.

It is said that the triangular norm T is an Archimedean on conditions:

T is continuous,

$T(x, x) < x$ for arbitrary $x \in [0, 1]$ (condition of strictness).

However, the disadvantage of this approach is a limited set of possible triangular norms. Therefore, the purpose of this paper is to build a generator of triangular norms with new

characteristics. Their usage opens the possibility of building more flexible logical connectives for the fuzzy systems, new modeling algebraic structures for the implementation of various algorithms for image processing. In this paper only strict Archimedean triangular norms will be considered.

To solve this problem, the different from formula (1) expression for the function-generator of triangular norms is built:

$$h_V(x, y) = f^{-1}\{\ln[e^{f(x)} + e^{f(y)} - 1]\}. \quad (2)$$

where $x, y \in [0, 1]$, $f(x) \in [0, \infty)$, $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \infty$, $f(1) = 0$, and $f^{-1}(\cdot)$ – the inverse to the f function. Lets prove that the generator (2) satisfies the requirements of such axioms.

1. Commutativity

$$h_V(x, y) = f^{-1}\{\ln[e^{f(x)} + e^{f(y)} - 1]\} = h_V(y, x).$$

2. Associativity

$$\begin{aligned} h_V(h_V(x, y), z) &= f^{-1}\{\ln[\exp(f(f^{-1}(\ln(e^{f(x)} + e^{f(y)} - 1)))) + e^{f(z)} - 1]\} = \\ &= f^{-1}\{\ln[e^{f(x)} + e^{f(y)} + e^{f(z)} - 2]\} = \\ &= f^{-1}\{\ln[e^{f(x)} + \exp(f(f^{-1}(\ln(e^{f(y)} + e^{f(z)} - 1)))) - 1]\} = \\ &= h_V(x, h_V(y, z)). \end{aligned}$$

3. Monotonicity. Let $y \leq z$. Then, taking into account that f is a monotonically decreasing function, we can write the inequality

$$e^{f(y)} \geq e^{f(z)}.$$

Adding to both sides of inequality $e^{f(x)}$ we will have

$$e^{f(x)} + e^{f(y)} \geq e^{f(x)} + e^{f(z)}.$$

Subtracting -1 from both sides of the inequalities we obtain

$$e^{f(x)} + e^{f(y)} - 1 \geq e^{f(x)} + e^{f(z)} - 1$$

and taking logarithms from them we have

$$\ln[e^{f(x)} + e^{f(y)} - 1] \geq \ln[e^{f(x)} + e^{f(z)} - 1].$$

Taking into account that f^{-1} is a monotonically decreasing function, following inequality is true

$$f^{-1}\{\ln[e^{f(x)} + e^{f(y)} - 1]\} \leq f^{-1}\{\ln[e^{f(x)} + e^{f(z)} - 1]\}.$$

Therefore

$$h_V(x, y) \leq h_V(x, z).$$

4. Boundary conditions.

Expression (2) at $y = 1$ takes the form

$$h_V(x, 1) = f^{-1}\{\ln[e^{f(x)} + e^{f(1)} - 1]\}.$$

Since $f(1) = 0$, we obtain for the operator (2)

$$h_V(x, 1) = f^{-1}\{\ln[e^{f(x)} + 1 - 1]\} = x.$$

Similarly, for $y = 0$ from the expression (2) we obtain

$$h_V(x, 0) = \lim_{y \rightarrow 0} f^{-1}\{\ln[e^{f(x)} + e^{f(0)} - 1]\} = \lim_{z \rightarrow \infty} f^{-1}(z) = 0.$$

Consequently, the proposed generator satisfies the requirements of these axioms. Note, that

the generator (2) forms Archimedean triangular norms. Let us present some examples of the obtained triangular norms.

Example 1. Function $f(x) = -\ln(x)$. The inverse to it is the function $f^{-1}(x) = \exp(-x)$. Substituting them in the expression (2) we obtain the well-known Hamacher triangular norm

$$T_H(x, y) = xy / (x + y - xy).$$

Example 2. Function $f(x) = (1-x)/x$. Then inverse to it is the function $f^{-1}(x) = 1/(1+x)$. Substituting them in the expression (2) we obtain a new triangular norm

$$T_{V1}(x, y) = 1 / \{1 + [\ln(\exp(\frac{1-x}{x}) + \exp(\frac{1-y}{y}) - 1)]\}.$$

Example 3. Function $f(x) = -1/\ln(1-x)$. Then inverse to it is the function $f^{-1}(x) = 1 - \exp(-1/x)$. Substituting them in the expression (2) we obtain a new triangular norm

$$T_{V2}(x, y) = 1 - \exp\{-1/\ln[\exp(-1/\ln(1-x)) + \exp(-1/\ln(1-y)) - 1]\}.$$

Example 4. Function $f(x) = (1 - \ln(x))^\alpha - 1$, $\alpha > 0$. Then inverse to it is the function $f^{-1}(x) = \exp[1 - (1+x)^{1/\alpha}]$. Substituting them in the expression (2) we obtain a new triangular norm: $T_{V3}(x, y) =$

$$= \exp\{1 - [1 + \ln(\exp((1 - \ln(x))^\alpha - 1) + \exp((1 - \ln(y))^\alpha - 1) - 1)]^{1/\alpha}\}.$$

The obtained triangular norms extend the functionality of the logical connectives of fuzzy systems and algebraic modeling structures.

1. *Aczel J.* Lectures on Functional Equations and Their Applications / J. Aczel. – New York : Academic Press, 1966. – 528 p.
2. *Alsina C.* Associative functions: triangular norms and copulas / C. Alsina, M.J. Frank, B. Schweizer – Hackensack, London, Singapore: World Scientific, 2006. – 237 p.
3. *Klement E.P.* Triangular Norms / E.P. Klement, R. Mesiar, E. Pap – Dordrecht. – Kluwer Acad.Publ., 2000. – 384 p.
4. *Menger K.* Statistical Metrics // Proc. Nat. Acad. Sci. U.S.A. – 1942. – Vol. 8. – P. 535–537.
5. *Vorobel R.A.* Logarithmic Image Processing. / R. A. Vorobel. – Kyiv : Naukova Dumka. – 2012. – 232 p. (in Ukrainian).
6. *Zadeh L.A.* Fuzzy sets // Information and Control. 1965. – Vol. 8. – P. 338-353.

УДК 004.9; 504.064.3

Авраменко А.С., аспірант, Голуб С.В. д.т.н., професор

(Черкаський національний університет імені Богдана Хмельницького)

ФОРМУВАННЯ СТРУКТУРИ КЛАСИФІКАТОРІВ ДАНИХ У СИСТЕМАХ МОНІТОРИНГУ ЕКОЛОГІЧНОЇ КРИЗИ

Головним завданням моделювання в моніторингових системах є забезпечення інформацією процесу прийняття рішень. Ця інформація здобувається за результатами моделювання властивостей об'єкта моніторингу на основі даних, отриманих в процесі вимірювання чисельних характеристик цього об'єкта.

Саме зараз перспективними системами моніторингу є системи засновані на технології багаторівневого перетворення даних, яка реалізована у вигляді інформаційної системи з ієрархічним поєднанням багатопараметричних моделей [1].

Такі моделі синтезуються за допомогою індуктивних алгоритмів, нейронних мереж, генетичних алгоритмів та інших. В даній технології сценарій вибору алгоритму синтезу багатопараметричних моделей (АСМ) реалізовано шляхом послідовного їх випробування та вибору кращого [1]. Далі з синтезованих моделей формується ієрархія.

Моделі на кожному рівні ієрархії розв'язують локальні задачі з перетворення даних. В таких ієрархічних структурах можливе поєднання великої кількості моделей, а саме, від п'ятдесяти і більше.

В процесі моніторингу кризових ситуацій властивості масиву вхідних даних постійно змінюються. Тому існує висока ймовірність того, що одна або декілька моделей можуть почати видавати не адекватні результати. Для виправлення таких «пошкоджень» проводиться заміна цих моделей з їх повторним синтезом та синтезом усіх моделей, які з ними пов'язані. Процес синтезу усіх «пошкоджених» моделей та моделей, які з ними пов'язані, займає досить тривалий час. Тривалість процесу синтезу залежить від кількості моделей в структурі.

Зважаючи на те, що в умовах кризового моніторингу на обґрунтування рішень виділяється не більше 2-3 хвилин, а властивості МВД змінюються динамічно, є необхідність в зменшенні часу перенавчання ієрархічної системи моделей. Ми цього досягаємо шляхом удосконалення процесу вибору кращого АСМ із існуючого в синтезаторі їх переліку. Процес послідовного випробування АСМ замінюється на процес розпізнавання його кращого варіанта серед присутніх в синтезаторі моделей шляхом застосування вирішуючого правила [3]. Це правило має вигляд поліноміальної моделі, що синтезована одним із алгоритмів МГУА [2]. Швидкість перенавчання системи зростає, але при цьому зростає і похибка моделювання.

Для усунення цієї проблеми нами запропоновано подальше покращення методу класифікації АСМ шляхом кластеризації даних, що використовуються для навчання класифікатора. Для проведення дослідження в інструменті було реалізовано метод кластеризації К-середніх [4]. Відстані між об'єктами визначаються за допомогою відстаней Евкліда та Чебишева [4]. Для синтезу моделей даного дослідження використані результати моніторингу захворюваності населення Черкаської області впродовж 2000-2014 років [1].

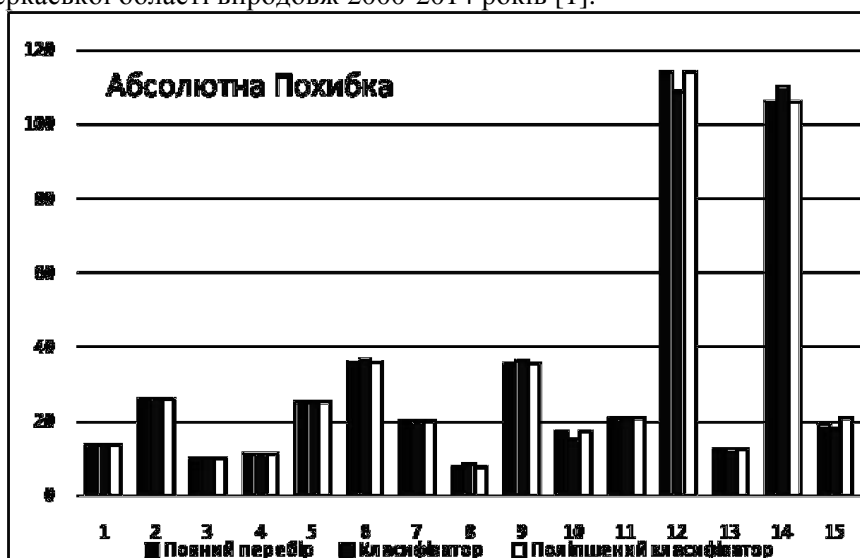


Рис.1. Порівняння повного перебору з модернізованим класифікатором.

Дослідження показало, що застосування процесів кластеризації даних дозволяє знизити похибку моделювання в середньому на 4% (рис. 1).

Наступні дослідження будуть присвячені процесу параметричної оптимізації

описаного методу.

1. Голуб С.В. Багаторівневе моделювання в технологіях моніторингу оточуючого середовища / С.В. Голуб. – Черкаси: Вид. від ЧНУ імені Богдана Хмельницького, 2007. – 218 с.
2. Колос П.О. Визначення множини інформативних параметрів таблиці первинного опису об'єкта моделювання./ Вісник Черкаського університету, випуск 173. – Черкаси: Вид. ЧНУ, 2009. – С. 121-128.
3. Avramenko A.: Classification models in information systems for social and environmental crisis monitoring / Avramenko A., Golub S. // Engineer of XXI Century – We design the future: Wydawnictwo Naukowe Akademii Techniczno-Humanistycznej w Bielsku-Bialej - Bielsku-Biala : АТН, 2016. – 928 p.
4. J. Kogan, C. Nicholas, M. Tebouille – «Clustering Large and High Dimensional data» (<http://www.csee.umbc.edu/nicholas/clustering/tutorial.pdf>)

УДК 519.6 : 519.233.6

Гладка О. М., канд. техн. наук

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна)

РОЗПАРАЛЕЛЮВАННЯ ОБЧИСЛЕНЬ НА БАЗІ МЕТОДУ СУМАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

Робота присвячена розробці інформаційної технології розпаралелювання обчислювального процесу розв'язання крайових задач, що описують складні нелінійні математичні моделі підземної гідродинаміки. Метою розв'язування таких задач є подальше дослідження фільтраційних процесів у водо-нафто-газових техногенно-деформованих пластах за допомогою комп'ютерного моделювання. Формування коректної математичної моделі таких процесів є достатньо складним завданням не лише у зв'язку з неоднорідністю середовища, а й через проблему визначення меж зон неоднорідності, формулювання відповідних граничних умов, а особливо з огляду на необхідність урахування зворотного впливу характеристик процесу на фільтраційні властивості пористого середовища [1–5].

Ефективним методом математичного моделювання таких процесів у криволінійних областях, обмежених лініями течії і еквіпотенціальними лініями (LEF-пластах [1]), є підхід на базі теорії комплексного аналізу (з використанням методів конформних і квазіконформних відображень) [6]. Він автоматизує побудову динамічних сіток, що є основою для розрахунків величини поля швидкості, розподілу тиску в пласті, значень фільтраційних витрат і перетоків між свердловинами, точок призупинки потоку, інших характеристик моделі.

У роботах [1–5] здійснено постановку нелінійних крайових задач, в яких коефіцієнт провідності середовища залежить від потенціалу поля (напору, тиску) та від функції течії, для одно-, дво- та багатозв'язних криволінійних LEF-областей. Розробку відповідної обчислювальної технології їх розв'язання реалізовано на основі синтезу числових методів квазіконформних відображень, сумарних зображень для диференціальних рівнянь з розривними коефіцієнтами [8] та декомпозиції області із застосуванням альтернуючого методу Шварца. При цьому, наближення значень шуканих функцій у внутрішніх вузлах розрахункової сітки (координат внутрішніх вузлів динамічної сітки) у процесі ітерацій обчислювалися за формулами сумарних

зображень. Використання числово-аналітичних методів сумарних зображень, що були започатковані Г.М. Положим і розроблені та розвинуті у роботах його учнів І.І. Ляшка, А.А. Глуценка та ін. [7–8], значно підвищило ефективність запропонованої методики [3].

Метод сумарних зображень (інша назва – метод Р-трансформацій) є дискретним аналогом інтегральних представлень, і при застосуванні до розв'язання крайових задач математичної фізики у дискретній постановці узагальнює класичні методи теорії потенціалу, інтегральних рівнянь, функції Гріна, інтегральних перетворень і розділення змінних [7]. При цьому розв'язки задач отримуються у замкнутому вигляді як формули сумарних зображень. В залежності від крайових умов вони або явні, або містять певну кількість невідомих параметрів, що визначаються із відповідної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод дозволяє робити вибірковий рахунок. Останнє є дуже важливим аспектом технології з огляду на те, що для більшості технічних задач достатньо знати розв'язок лише в тих критичних вузлах (ділянках) області, які визначають основні характеристики моделі. При розв'язуванні задач методом сумарних зображень більшість невідомих, які входять в різницеву задачу, у безпосередньому рахунку участі не беруть, що призводить до зменшення обсягу обчислювальної роботи, а, отже, і дає можливість уникнути накопичування обчислювальних помилок. Аналітична форма розв'язку дозволяє не тільки знаходити його числові значення, але і виконувати деякі якісні дослідження без, власне, додаткових розрахунків. Методом сумарних зображень можна розв'язувати задачі (зокрема, теорії фільтрації, теорії пружності, теорії пластин і оболонок тощо) за дуже великої і навіть необмеженої кількості вузлів сітки для одно- та багатозв'язних плоских і просторових областей. При цьому, якщо для канонічних областей (прямокутників, смуг і напівсмуг, кругових областей) і їх об'єднань та просторових аналогів формули сумарних зображень були обґрунтовані розробниками методу, то отримання формул сумарних зображень для розв'язування задач для неоднорідних середовищ у криволінійних складній конфігурації областях є суттєво непростим завданням, що пов'язано, в першу чергу, із проблемою знаходження власних значень і власних функцій відповідних крайових задач [7].

Застосування методу сумарних зображень в презентованих тут обчислювальних технологіях обґрунтовується також тим, що він є достатньо зручним для комп'ютерної реалізації. Тому, напевне, метод і отримав нині своє “друге дихання”, що пов'язано, зокрема, із стрімким зростанням ресурсів сучасної обчислювальної техніки. Окрім цього, метод сумарних зображень дозволяє природним чином розпаралелити обчислювальний процес, чим не могли сповна скористатися його розробники і що є надто актуальним нині з огляду на сучасний розвиток комп'ютерних технологій. Це важливо також і тому, що розробникам методики моделювання складних нелінійних фільтраційних процесів на основі методів квазіконформних відображень А.Я. Бомбі, його учням і, зокрема, автору роботи, неодноразово зауважували значну обчислювальну складність представлених математичних моделей і алгоритмів розв'язання відповідних задач.

Для комп'ютерної реалізації представленої задачі розроблений раніше алгоритм розв'язання було модифіковано шляхом використання багатопотоковості у модулі (процедурі) обчислення координат вузлів динамічної сітки методом сумарних зображень. На відміну від більшості інших сіткових різницевих методів, в яких перерахунок значення функції потребує використання значень у всіх сусідніх вузлах, методи сумарних зображень дозволяють обчислювати значення у всіх вузлах на одній лінії сітки одночасно і незалежно один від одного. У тестовій програмі організовано

чотири потоки (використовувався комп'ютер з чотириядерним процесором), функціями яких були формули сумарних зображень, і які в циклі паралельно перераховували значення у всіх вузлах однієї лінії, зупиняючись на бар'єрі для синхронізації процесу при переході на наступну лінію. Використання багатопотоковості суттєво скоротило час виконання програми і дозволило більш раціонально використати ресурси комп'ютера.

1. *Бомба А.Я.* Обчислювальні технології на основі методів комплексного аналізу та сумарних зображень: [монографія] / А.Я. Бомба, О.М. Гладка, А.П. Кузьменко. – Рівне: ТзОВ «Ассоль», 2016. – 283 с.
2. *Бомба А.Я.* Синтез числових методів квазіконформних відображень, сумарних зображень та декомпозиції області для розв'язання нелінійних крайових задач у шаруватих середовищах / А.Я. Бомба, О.М. Гладка // Журнал обчислювальної та прикладної математики. – 2013.– № 1 (111) – С. 35-45.
3. *Бомба А.Я.* Синтез числових методів конформних відображень та сумарних зображень при моделюванні ідеальних полів для криволінійних областей / А.Я. Бомба, А.П. Кузьменко, О.М. Гладка // Вісник Київського нац. ун-ту ім. Т. Шевченка. Серія: фіз.-мат. науки. – Київ, 2012.– № 2. – С. 87-94.
4. *Hladka O.* The complex analysis method of numerical identification of quasiideal processes in doubly-connected nonlinear-layered curvilinear domains / O. Hladka, A. Bomba. // Journal of Mathematics and System Science (USA). – 2014. – No. 4. – P. 513–520.
5. *Bomba A.* Problems of identification of the parameters of quasiideal filtration processes in nonlinear layered porous media / A. Bomba, O. Hladka // Journal of Math. Sciences. – Springer Media New York, 2017. – 220, No. 2. – P. 213-225.
6. *Бомба А.Я.* Методи комплексного аналізу: Монографія / А.Я. Бомба, С.С. Каштан, Д.О. Пригорницький, С.В. Ярошак – Рівне: НУВГП, 2013. – 415с.
7. *Ляшко И.И.* Численно-аналитическое решение краевых задач теории фильтрации / И.И. Ляшко, И.М. Великоиваненко. – К.: Наукова думка, 1973. – 264 с.
8. *Положий Г.М.* Численные решения двумерных и трехмерных краевых задач математической физики и функции дискретного аргумента / Г.М. Положий. – К: Изд-во КГУ. – 1962. – 161с.

УДК 004.378

Григорова Т.А., к.т.н., доцент, Москаленко О.О., аспірант

*(Кременчуцький національний університет імені Михайла Остроградського,
м. Кременчук, Україна)*

ШЛЯХИ РОЗШИРЕННЯ СТРУКТУРИ ДАНИХ В СИСТЕМАХ ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАННЯ

Системи електронного навчання постійно наповнюються даними, тобто розширюють свою інформаційну складову за рахунок додавання нових даних в існуючі таблиці або за рахунок розширення структури даних, тобто додавання нових сутностей. Тому питання організації структур даних в цих системах є важливим з точки зору відклику на запит користувача під час пошуку необхідної інформації. В ході роботи було досліджено вплив використання кластеризованих таблиць в базі даних системи електронного навчання, що побудована на базі eFront.

В структурі бази даних було створено кілька кластеризованих таблиць: для створення та зберігання лекційного матеріалу існують таблиці directions – служить для зберігання категорії предмету, наприклад математика, програмування і т.д. Таблиця

courses – зберігає в собі предмети, а таблиця lessons зберігає лекції предмету. Для зв'язку предмету з лекціями існує таблиця lessons_to_courses, що утворює кластерний зв'язок.; для зв'язку курсів та лекцій з користувачами системи існують дві таблиці users_to_lessons та users_to_courses, які мають кластерний зв'язок; для зв'язку груп з користувачами та лекційним матеріалом існують таблиці users_to_groups, courses_to_groups та lessons_to_groups, які мають кластерний зв'язок.

Для зв'язку користувачів з кафедрами та факультетом існують таблиці departments та faculties, які мають звичайний зв'язок «один до багатьох». Для порівняння відгуку на запит звичайного та кластерного зв'язків таблиць бази даних створимо кластерний зв'язок користувачів та кафедр (рис.1.1, рис.1.2).

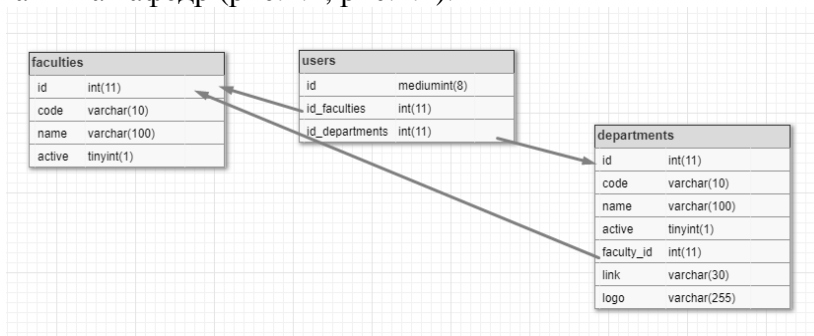


Рис.1. Звичайний зв'язок користувачів з кафедрою та факультетом «один до багатьох»

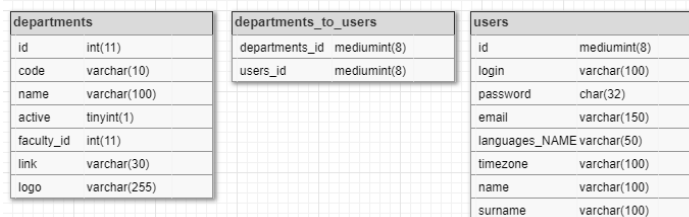


Рис.2. Кластерний зв'язок користувачів з кафедрою та факультетом

Порівняємо sql-запити для відображення користувачів конкретної кафедри зі звичайним та кластерним зв'язком.

SELECT users.name, users.surname FROM users, departments WHERE users.id_departments=departments.id AND departments.id=1

Даний запит виводить перелік користувачів конкретної кафедри для звичайного зв'язку. Для пошуку даних студентів запит буде проходити по кожному полю таблиці users та відбирати користувачів, в яких id_departments буде 1. Час виконання такого запиту відображений на рисунку 3.

Query_ID	Duration	Query
4	0.00008000	SELECT DATABASE()
5	0.00011050	SELECT users.name, users.surname FROM users, depar...
6	0.00007725	SELECT SQL_CALC_FOUND_ROWS users.name, users.surna...
7	0.00011750	SELECT FOUND_ROWS()
8	0.00010625	SELECT @@lower_case_table_names
9	0.00035575	SHOW INDEXES FROM `sdnknu_efront`.`users`
10	0.00680175	SELECT TABLE_NAME FROM information_sch...
11	0.00017700	SHOW CREATE TABLE `sdnknu_efront`.`users`
12	0.01140950	SHOW FULL COLUMNS FROM `sdnknu_efront`.`users`
13	0.00777650	SHOW FULL COLUMNS FROM `sdnknu_efront`.`department...
14	0.00033550	SHOW INDEXES FROM `sdnknu_efront`.`departments`
15	0.00052150	SHOW SESSION VARIABLES LIKE 'FOREIGN_KEY_CHECKS'
16	0.00041625	SHOW SESSION VARIABLES LIKE 'FOREIGN_KEY_CHECKS'
17	0.00040150	SHOW SESSION VARIABLES LIKE 'FOREIGN_KEY_CHECKS'
18	0.00008675	SELECT DATABASE()

Рис. 3. Час виконання запиту зі звичайним зв'язком

Розглянемо запит для кластерного зв'язку:

```
SELECT users.name, users.surname FROM users INNER JOIN departments INNER JOIN departments_to_users WHERE departments_to_users.departments_id=departments.id AND departments_to_users.users_id=users.id AND departments_to_users.departments_id=1
```

Даний запит буде брати всіх користувачів, що занесені до таблиці *departments_to_users* та мають *departments_id=1*. Таким чином запит не буде перебирати всіх користувачів, а тільки тих, які нам необхідні. Час виконання такого запиту відображений на рисунку 4.

Query_ID	Duration	Query
6	0.00007175	SELECT SQL_CALC_FOUND_ROWS users.name, users.surna...
7	0.00010675	SELECT FOUND_ROWS()
8	0.00008575	SELECT @@lower_case_table_names
9	0.00031650	SHOW INDEXES FROM `sdnknu_efront`.`users`
10	0.00606425	SELECT TABLE_NAME FROM information_sch...
11	0.00017675	SHOW CREATE TABLE `sdnknu_efront`.`users`
12	0.00590175	SELECT TABLE_NAME FROM information_sch...
13	0.00244600	SELECT TABLE_NAME FROM information_sch...
14	0.00260000	SELECT TABLE_NAME FROM information_sch...
15	0.00223000	SELECT * FROM `TABLE_SCHEMA` AS ...
16	0.01291875	SHOW FULL COLUMNS FROM `sdnknu_efront`.`users`
17	0.00050100	SHOW SESSION VARIABLES LIKE 'FOREIGN_KEY_CHECKS'
18	0.00037800	SHOW SESSION VARIABLES LIKE 'FOREIGN_KEY_CHECKS'
19	0.00035800	SHOW SESSION VARIABLES LIKE 'FOREIGN_KEY_CHECKS'
20	0.00007900	SELECT DATABASE()

Рис.4. Час виконання запиту з кластерним зв'язком

Таким чином, можемо зробити висновок, що запити до таблиць з кластерним зв'язком виконуються швидше ніж запити до таблиць зі звичайним зв'язком.

Окрім високої швидкості запитів до бази даних, дане формування зав'язків можна використовувати для деревовидної структури бази даних. Наприклад візьмемо кластер лекційного матеріалу. Розглянемо приклад: лекція «об'єктно-зорієнтоване мислення та аналіз» належить до предмету «Об'єктно-зорієнтований аналіз та проектування», предмет належить до під категорії «ООП», що в свою чергу належить до категорії «програмування», дана категорія належить до навчального типу інформації і т. п. Тобто ми маємо деревовидну структуру, кожна гілка це абстракція вищого рівня. Дана структура дозволяє організувати зручний та точний пошук даних по заданим параметрам та критеріям. Дослідження продемонструвало що, якщо формувати таку структуру звичайним зв'язком то пошук по такій базі даних буде дуже складним та повільним. Крім того така структура бази даних дозволяє додавати до такої бази даних нові сутності, таким чином, існує можливість розширення бази даних. Тому для систем електронного навчання доцільно використовувати кластеризовані таблиці даних.

1. Григорова Т.А. Розширення освітнього інформаційного простору за рахунок технологій пошуку / Т.А. Григорова // Вісник КрНУ імені Михайла Остроградського – № 4(105). – 2017 – С. 21-27.

2. Павлов Д. Кластерные СУБД. // Jet Info №12. – 2009. – Режим доступу до ресурсу: <http://www.jetinfo.ru/stati/klasterne>

3. Хендерсон К. Профессиональное руководство по SQL Server: структура и реализация / К. Хендерсон // Перев. с англ. – М.: ООО « Вильямс», 2006. – 1044 с.

УДК 004

Дружицький А.Ю., студент, Кот В.В., к.т.н., доцент

(Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне, Україна)

ПЕРСПЕКТИВИ РОЗВИТКУ СИСТЕМ ЗБЕРЕЖЕННЯ ВЕБ-КОНТЕНТУ

Сьогодні наше існування важко уявити без мережі Інтернет. Кожного дня величезна кількість людей заходять в Інтернет для пошуку необхідної інформації, покупки товарів, перегляду відео, листування повідомленнями, навчання або ігор. Кожного дня мережа розвивається, наповнюється новою інформацією, відкриваються нові сайти та сервіси. З'являються нові гаджети та «Інтернет речі», які використовують мережу для обміну інформацією та створення інформаційних систем. Для багатьох людей Інтернет - це не лише розваги, але й спосіб заробітку. Глобальна мережа подарувала людству мільйони робочих місць. Уже нікого не здивувати такими видами діяльності, як інтернет-маркетинг, онлайн-бізнес, фріланс. Розвиток людської цивілізації став неможливий без Інтернету - настільки глибоко він ввійшов в наше життя, охопив практично всі види людської діяльності.

Оскільки мережа Інтернет так стрімко розвивається і збільшується, виникає потреба збереження важливої для користувача інформації для її майбутнього використання. Більшість браузерів мають вбудовані інструменти збереження веб-сторінок. Вони побудовані на основі файлового менеджера і мають досить обмежені функції. Браузери зберігають веб-сторінки, як закладки, що являють собою блок із заголовком сторінки та логотипом сайту. Ці дані можна редагувати, або переміщати у створені користувачем папки. Однак, згодом збережених сторінок стане надто багато і пошук потрібних серед них користувачеві значно ускладниться.

Вирішенням даної задачі можуть стати новітні технології, які б розширювали вбудовані функції браузера, збирали більше інформації про веб-сторінки та надавали зручні інструменти для роботи зі збереженою інформацією користувачеві.

Для реалізації цієї ідеї необхідно розробити розширення для браузера, що буде мати такі функції:

- База даних, де буде зберігатися весь збережений матеріал.
- Інтерфейс, що надає детальну інформацію про контент збережених сторінок.
- Форма збереження веб-сторінок.
- Додавання та редагування тегів.
- Функції файлового менеджера.
- Потужний і швидкий пошук.

Щоб реалізувати вищенаведені задачі було використано такі програмні засоби та мови програмування: HTML; CSS; Javascript; JQuery; SQLite;

Зокрема фреймворк JQuery використовувався для чистоти та зменшення кількості коду в розширенні. Дизайн розширення розроблено на основі гіпертекстової розмітки HTML 5 та каскадної таблиці стилів CSS. Всі збережені дані зберігаються в базі даних SQLite. Для напівавтоматичної ідентифікації вмісту веб-сторінок використовувався протокол Open Graph. Він дозволяє отримати основні метадані, такі як: тип, назва, адреса, опис сайту та інші.

При збереженні сторінки користувач зможе дізнатися чи сторінка вже знаходиться в бібліотеці, змінювати її заголовки, додавати чи видаляти теги.

При використанні бібліотеки дана система дозволяє робити пошук, сортувати дані,

створювати та редагувати папки, змінювати тип відображення з такими елементами: відео; фото; стаття; замітка;

Збережений веб-контент в бібліотеці може бути представлений фотогалереєю, платформою для перегляду відео чи просто блоками з назвою та картинкою зі збережених веб-сторінок (рис. 1).

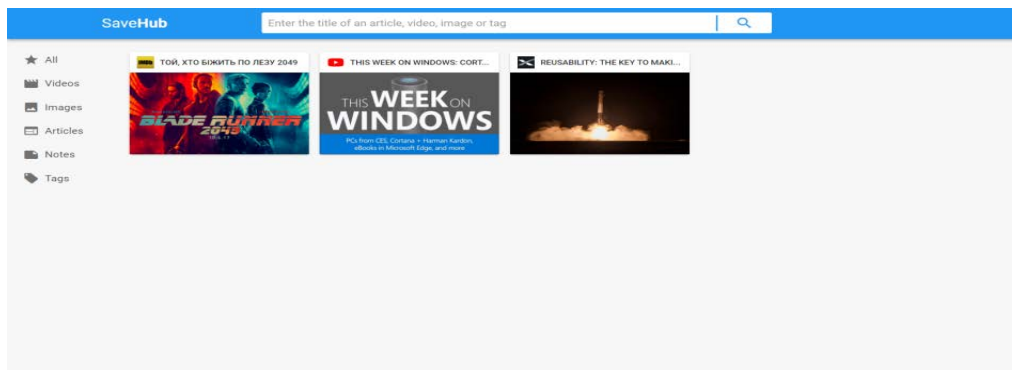


Рис.1. Приклад вигляду бібліотеки користувача

Таким чином, користувач даної системи отримує розширені інструменти для збереження інформації в мережі Інтернет. Він може краще орієнтуватися в збережених даних оскільки існує більше параметрів для збільшення точності пошуку, а вся збережена інформація зберігається в одному доступному користувачеві місці.

1. Флэнаган Д. Javascript. Подробное руководство / Д. Флэнаган — Символ-плюс, 2013. — 1080 с.
2. Створення додатків для Chrome: покрокове керівництво [Електронний ресурс]:[Веб-сайт] — Режим доступу: <https://support.google.com/chrome/a/answer/2714278?hl=ru>

УДК 004.82, 004.89

Жирикова І.А., к.т.н., доцент, Голуб С.В., д.т.н., професор

(Черкаський національний університет імені Б. Хмельницького, м. Черкаси, Україна)

ОНТОЛОГІЯ ВИВОДУ РІШЕНЬ В БАЗАХ МОДЕЛЬНИХ ЗНАНЬ

Доцільність використання систем багаторівневого моніторингу для забезпечення інформацією процесів прийняття рішень в заданій предметній області вже давно не викликає сумніву, адже дозволяє не лише прискорити, а й удосконалити консолідацію та наступну обробку величезних масивів даних, які надходять з різних джерел та характеризують складні технічні об'єкти та процеси управління. Необхідність опису подібних об'єктів та процесів, пов'язаних з різними сферами діяльності людини, в свою чергу, підвищує вимоги до кваліфікації спеціалістів по їх експлуатації, адже сама досконала система моніторингу не в змозі інтерпретувати результати своєї роботи. Отже, при розробці таких систем слід приділити особливу увагу не лише їх надійності та зменшенню надмірності інформації для обробки, а й процесу автоматизованої інтерпретації результатів для прискорення прийняття рішень та швидкого реагування в надзвичайних ситуаціях.

В [1] було описано процес інтелектуалізації систем багаторівневого моніторингу за рахунок введення до їх складу структури названої базою модельних знань (БМЗ). В даній роботі увага буде зосереджена на одному з її компонентів – брокері знань. Даний компонент має на меті не лише підвищення інформативності БМЗ за рахунок постійного моніторингу за станом об'єкта управління та коригуванням структури вектора значень його властивостей, які змінюються, але й безпосередньо відповідає за взаємодію з кінцевим користувачем для інтерпретації отриманих на її основі результатів.

В структурі БМЗ відбувається багаторівневий багатошаровий ітеративний процес індуктивного синтезу знань про досліджуваний об'єкт, який здійснюється завдяки автоматичній генерації класифікаційних багатопараметричних моделей на основі спеціально підготовлених тестових (навчальних) даних. При цьому, кожен етап ітерації дає можливість ефективно передбачати наслідки зміни стану об'єкта на даному рівні за причинами визначеними на кожному з шарів, встановлюючи причинно-наслідкові зв'язки між обраними властивостями об'єкта. Тому можна говорити, що метою процесу пізнання є синтез моделей, що відображають специфічну поведінку об'єкта під дією зовнішніх факторів обраних на кожному рівні ієрархії. А сам процес пізнання поступово усуває невизначеність процесу зміни стану об'єкта, яку неможливо передбачити заздалегідь.

На рис. 1 схематично представлено основні етапи процесу пізнання, які відбуваються в БМЗ, та прийняття рішень кінцевим користувачем на основі отриманих системою знань.

Блок вибору (прийняття рішень) повинен містити інформацію про керований процес. Блок навчання та адаптації необхідний для конкретизації множини невизначеностей U , з яким має справу блок вибору. U розглядається, як множина, що включає в себе всі невизначеності стосовно поведінки системи і містить всі гіпотези про можливі джерела і типи таких невизначеностей. Блок самоорганізації необхідний для вибору структури, функцій і стратегії, які використовуються іншими блоками, щоб по можливості наблизитися до оптимальної.

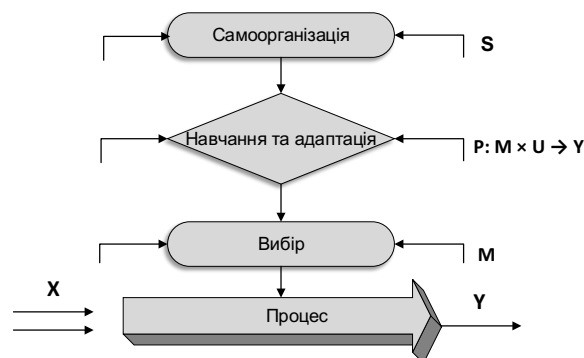


Рис.1. Етапи процесу пізнання та прийняття рішень,

де S – стратегія навчання; P – глобальна функціональна залежність оптимальної складності; M – керуючі впливи; U – множина невизначеностей, що адекватно відображають відсутність знань про залежність між застосуванням керуючих впливів і результатом; Y – стан об'єкта спостереження; G – функція оцінки якості глобальної функціональної залежності; X – вектор властивостей об'єкта.

Отже, БЗ має максимально автоматизувати процес вибору керуючих впливів M , які необхідно застосувати до об'єкта, з урахуванням визначених змін його стану, при встановлених в процесі пізнання закономірностях розвитку трендів, для порівняння стратегій його поведінки, маючи змогу коригувати їх за необхідності. Тому для

проектування БЗ доцільно скористатись найбільш адекватною моделлю подання знань, яка б враховувала вище вказані особливості компонента: на вхід якого надходить вектор властивостей досліджуваного об'єкта, які змінюються в процесі моніторингу, а на виході має міститись система правил, для визначення обраного керуючого впливу на основі властивостей керованого процесу, в якому приймає участь досліджуваний об'єкт.

До найбільш відомих моделей подання знань відносяться: семантичні мережі, фреймові моделі подання знань, концептуальні мережі, ситуаційне управління, формальні логічні моделі подання знань, універсальний семантичний код, мова Ф, зростаючі пірамідальні мережі, індикативні структури, онтології для опису семантики.

Зважаючи на вказані особливості БЗ, в якості моделі обрано онтологію предметної області виду (рис. 2).



Рис. 2. Набір абстракцій в структурі БЗ.

Перевагою використання онтологій як інструменту виводу рішень є системний підхід до вивчення предметної області. При цьому досягаються:

- системність, завдяки тому, що онтологія дає цілісне уявлення про предметну область;
- ідентичність, завдяки тому, що онтологічне представлення набагато краще сприймається і відтворюється;
- науковість, завдяки тому, що побудова онтології дозволяє відновити відсутні логічні зв'язки у всій їх повноті.

Крім того, з точки зору проектування програмних компонентів істотним є те, що онтології використовуються як когнітивний інструмент для таких завдань, як формалізація знань, екстерналізація знань, передача знань і оцінка знань [2].

Наведені результати дають можливість врахувати в структурі інтелектуальної системи багаторівневого моніторингу такий нестабільний елемент, як кінцевий користувач.

1. *Жирякова І.А.* База модельних знань як засіб інтелектуального моніторингу об'єктів адаптивного управління / І.А. Жирякова, С.В. Голуб // «Математичне та імітаційне моделювання систем: МОДС-2017» : XII міжнар. наук.-практ. конф., 26-29 червня 2017 : тези доповіді. – Чернігів: Чернігівський національний технологічний університет, 2017. – С. 306-310.

2. *Kasai Toshinobu* A Semantic Web system for supporting teachers using ontology alignment / Toshinobu Kasai, Haruhisa Yamaguchi, Kazuo Nagano, Riichiro Mizoguchi // A International Journal of Metadata, Semantics and Ontologies. – Vol. 2. – № 1. – 2007. – P. 35-44.

Кінах В.І., студент, Бунь Р.А., д.т.н., проф.

(Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів, Україна)

ВЕКТОРНА ЦИФРОВА КАРТА МІСТ СВІТУ, АДАПТОВАНА ДО ПОТРЕБ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕМІСІЇ ПАРНИКОВИХ ГАЗІВ

В сучасному світі міста відіграють важливу роль у всіх сферах життєдіяльності людей. За даними ООН з 2008 року кількість населення міст вперше перевищила кількість населення сіл і цей показник постійно росте. Урбанізовані території є центрами економічної діяльності: тут працюють фабрики, заводи, електростанції і, як наслідок, у містах є суттєві емісії парникових газів [1]. Тому, на теперішній час актуальною є проблема аналізу емісій парникових газів для пошуку шляхів їх зменшення. Оскільки дані про емісії парникових газів необхідно мати та аналізувати у межах адміністративних кордонів міст, потрібно мати векторну цифрову карту адміністративних кордонів міст для всього світу, причому відповідної точності. Маючи таку карту можна досліджувати шляхи зменшення емісії парникових газів не тільки на всесвітньому рівні, а й на регіональному рівні. Таким чином можна дослідити регіональну специфіку і знайти кращі шляхи вирішення проблеми зміни клімату.

На теперішній час існує не так багато карт з кордонами міст для всього світу. Однією з таких карт є Natural Earth Vector Urban Places, проте ця карта створена на основі супутникових зображень MODIS 2002-2003рр. На цій карті представлено границі урбанізованих територій, а не адміністративні кордони міст. Це може спричинити певні неточності при аналізі емісій парникових газів, оскільки до урбанізованих територій відносять не тільки самі міста, а й приміські села та індустріальні зони. Тому такі дані можуть негативно вплинути на результати аналізу, оскільки статистична звітність про результати господарської діяльності здійснюється з врахуванням саме адміністративних кордонів.

Метою цієї роботи було створення векторної цифрової карти адміністративних кордонів міст світу, адаптованої до просторового аналізу емісії парникових газів. Як вхідні дані для виконання цього завдання використано цифрові карти Open Street Map (OSM) [2]. OSM – це відкритий проект зі створення загальнодоступних мап світу силами спільноти. OSM містить карти населених пунктів усіх регіонів світу, проте їх розподіл є нерівномірним і вони не є уніфіковані.

Карту адміністративних меж міст для всього світу створено за допомогою утиліти командної стрічки ‘osmosis’. Спочатку було вибрано усі межі в наявних в OSM даних, а далі було відібрано усі адміністративні межі. Для більшості європейських країн достатньо вибрати усі дані з властивістю ‘place’ = ‘city’ та ‘place’ = ‘town’. Крім того, в деяких країнах міста мають властивість ‘independent city’, ‘capital’ та ін. Тому було здійснено вибірку адміністративних меж населених пунктів з рядом інших класів ‘place’. До відібраної множини населених пунктів не було включено ті об’єкти, щодо яких не було однозначної інформації про адміністративну приналежність до міст (об’єкти із статусом ‘приміська зона’, тощо). Окрім того, із відібраної множини населених пунктів було виключено об’єкти щодо яких в OSM не було інформації про чисельність мешканців. З допомогою програмного забезпечення QGIS отримані дані у вигляді полігонів цифрової карти було об’єднано в одну векторну карту у форматі ESRI Shapefile.

Отримана карта містить 47961 місто з даними про населення, площу та, відповідно, густоту населення. Розподіл між континентами: Європа – 21532 міста, Азія – 11205

міст, Африка – 1863 міста, Австралія та Океанія – 1863 міста, Північна Америка – 8384 міста та Південна Америка – 4080 міст. Варто підкреслити, що критерії віднесення населеного пункту до класу ‘місто’ не є однаковими у всіх країнах чи регіонах нашої планети.

Було проведено статистичний аналіз отриманих даних, у результаті якого було побудовано гістограми розподілу числа міст у залежності від площі, населення та густини населення для всього світу, кожного з континентів, а також багатьох країн (див. рис. 1 як приклад). Такий же статистичний аналіз було здійснено для відібраних міст з населенням: більшим ніж 10 тис. осіб (43535 міст); більшим ніж 100 тис. осіб (3527 міст); більшим ніж 500 тис. осіб (620 міст) та більшим 1 млн. осіб (279 міст).

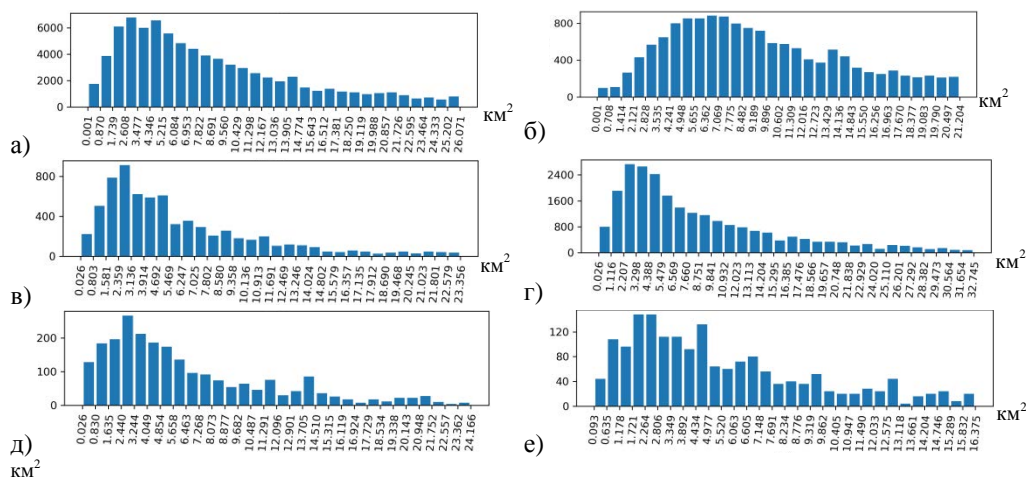


Рис. 1. Гістограми розподілу числа міст (вісь Y) у залежності від їх площі (вісь X): а) світ, б) Європа, в) Азія, г) Півн. Америка, д) Півд. Америка, е) Африка

У ряді підходів до просторового аналізу емісій парникових газів використовуються растрові карти (наприклад, [3]) і тоді необхідно мати відповідні растрові бінарні карти-маски. Такі маски формують за принципом поділу даних на певне число класів і кожному класу присвоюють якесь унікальне значення. На основі векторної карти міст було створено таку растрову карту-маску міст світу з роздільною здатністю 30"x30", в якій значення ‘1’ присвоєно пікселям, що належать містам, і ‘-999’ усім іншим пікселям. З такою картою зручно працювати у різних геоінформаційних системах, таких як Google Earth Engine [4], QGIS, ArcGIS та ін.

Для того, щоб дослідити як зміниться площа міст після конвертації даних з векторного формату у растровий, отриману карту-маску було перетворено у векторну карту полігонів та проведено статистичний аналіз. Як видно з гістограм (рис. 2), при конвертації векторних даних у растрові спотворюються дані про міста з малою площею. Проте число міст з великою площею дещо збільшується. Для векторних даних загальна площа міст дорівнює 549906,1 км², а для растрових даних 550190,6 км² (різниця рівна 284,5 км²).

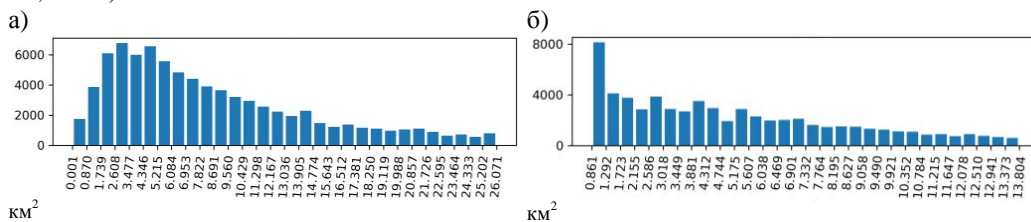


Рис. 2. Гістограми розподілу числа міст світу (вісь Y) у залежності від їх площі (вісь X): а) векторна карта, б) растрова карта

Отримані цифрові карти адміністративних меж міст є адаптовані до використання при просторовому аналізі емісій парникових газів, зокрема у підході [3] на основі супутникових даних зондування нічної освітленості поверхні Землі.

1. *Boychuk Kh.* Regional spatial inventories (cadastres) of GHG emissions in the Energy sector: Accounting for uncertainty / Boychuk Kh., Bun R. // *Climatic Change*. – Springer, 2014. – V. 124, Is. 3. – P. 561-574.
2. *Jokar Arsanjani J.* OpenStreetMap in GIScience – Experiences, Research, and Applications / Jokar Arsanjani J., Zipf A., Mooney P., and Helbich M. (Eds.). – Springer, 2015. – 324 p.
3. *Oda T.* A very high-resolution (1 km×1 km) global fossil fuel CO₂ emission inventory derived using a point source database and satellite observations of nighttime lights / Oda T., Maksyutov S. // *Atmos. Chem. Phys.* – 2011. – V. 11. – P. 543-556.
4. *Kinakh V.* Geoinformation technology for analysis and visualisation of high spatial resolution greenhouse gas emissions data using a cloud platform / Vitaliy Kinakh, Rostyslav Bun, Olha Danylo // *Advances in Intelligent Systems and Computing*. – V. 689. – Springer, 2018. – P. 217-229.

УДК 004.9

Кунанець О.О.

(Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна)

РЕКОМЕНДАЦІЙНА СИСТЕМА ДЛЯ ТУРИСТИЧНОЇ ГАЛУЗІ

У інформаційному суспільстві особливої актуальності набуває формування інноваційних концепцій розвитку міст. Ці концепції можуть бути реалізовані для підвищення якості життя з використанням переваг інформаційних та комунікаційних технологій. Міста, які використовують цей підхід зазвичай називають «розумними містами», проте однозначного визначення цього поняття немає.

Розпочалося формування соціокомунікаційної системи міст, що базується на ефективних відносинах між споживачами туристичних послуг і установами, що такі послуги надають. Це зручно, як для туристів, так і для працівників туристичних фірм. Зароджується концепція, що отримала назву «розумний туризм».

Поняття «розумний туризм» стало базовим елементом стратегії реформування ринку туристичних послуг та діяльності туристичних установ. Розвиток інформаційних технологій в туризмі розгортається як одна з важливих ініціатив, спрямованих на побудову системи надання туристичних послуг у «розумному місті». Такий підхід до організації роботи туристичної галузі посилюється комплексністю використанням телекомунікацій, мобільних пристроїв і комп'ютерних технологій і сприяє наданню інформаційної підтримки туристам у будь-який час і будь-якому місці[1].

Потенційні переваги прийняття концепції «розумний туризм» включають: скорочення часу на переїзди, поліпшення якості умов проживання туристів. «Розумний туризм» – це інноваційний напрям із формування середовища, що забезпечує ефективніший супровід туриста у місті і високу якість обслуговування. Оскільки, перебуваючи у чужому місті турист хоче ознайомитися з максимальною кількістю туристично привабливих об'єктів, для гостя час є цінним ресурсом. Впровадження концепції «розумний туризм» спрямоване на розвиток систем, спроможних знижувати нераціональне використання часу під час перебування у місті, надання персоналізованих послуг. Саме тому назріла нагальна потреба у розробленні

інноваційних сервісів, здатних надати туристу ефективний інформаційний супровід[2].

З розвитком та активним використанням в туристичній галузі сучасних інтернет-технологій, зокрема платформ електронної комерції, актуальними стали веб-орієнтовані рекомендаційні системи. Їх функція – допомогти користувачу знайти найкращі альтернативи в середовищі численних веб-ресурсів. Найбільш популярними в таких системах є задачі пошуку та бронювання місць в готелях, купівлі квитків на різноманітні концерти, виставки, експозиції, фестивалі, вибір привабливих для відвідування туристичних об'єктів тощо [3]. Для генерації рекомендацій в таких системах почали використовуватись методи інтелектуального аналізу даних, окрема такі як асоціативні правила, класифікація, кластеризація та ін. [4].

Для підвищення ефективності інформаційного супроводу туриста розроблено прототип рекомендаційної системи, що збиратиме та аналізуватиме інформацію про екскурсійні туристичні маршрути містом. Функціональність рекомендаційної системи забезпечує формування переліку рекомендацій, щодо включення тих чи інших туристичних об'єктів в маршрут екскурсії (рис.1). Використовуючи рекомендаційну систему, що генерує рекомендації на основі зібраних та проаналізованих даних, турист може прийняти правильне рішення щодо обрання маршруту для подорожі.

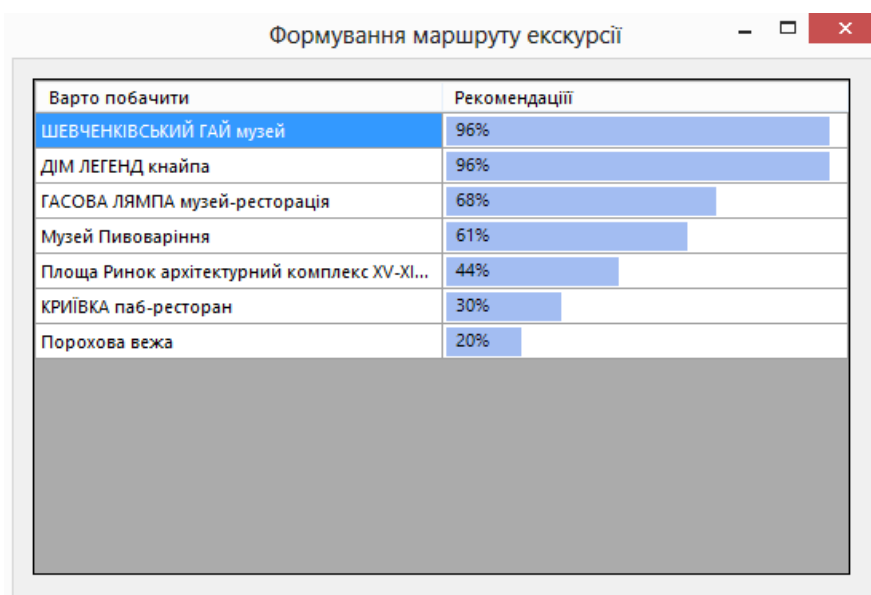


Рис.1. Інтерфейс рекомендаційної системи

При створенні прототипу системи враховується той факт, що при наявності великої кількості доступних маршрутів та об'єктів, туристу пропонуються можливі варіанти та забезпечується технологічна підтримка прийняття рішень для користувача у різноманітних предметних областях. Рекомендовані до включення в екскурсійний маршрут туристичні об'єкти відображаються в порядку зменшення відсотка їх відповідності соціальному портрету туриста. Остаточне рішення про включення об'єкта в свій маршрут турист приймає самостійно.

Висновки

В останні роки значно зріс вплив інформаційних технологій на розвиток туристичної галузі, відбувся її перехід у статус «розумної». Розвиток концепції «розумний туризм» можливий лише за умови використання застосунків, які дозволяють супроводжувати туриста впродовж усього часу перебування в місті. Розроблений автором статті застосунок використовується в комплексі з тими, що забезпечують онлайн-бронювання, електронний маркетинг, сприяє наданню туристу багатогранної

підтримки для ефективного перебування у незнайомому місті, обранню найцікавіших для нього туристичних об'єктів.

1. Сучасні інформаційні технології в галузі туризму: системний аналіз ситуації / Артеменко О.І., Кунанець Н.Е., Пасічник В.В., Савчук В.В. // Матеріали Міжнародної науково-практичної конференції «Сучасні особливості формування і управління інноваційним потенціалом регіонального розвитку туризму та рекреації із залученням молодіжного ресурсу». Тернопіль. 15-17 жовтня 2015 року.-Тернопіль, 2015.-С.232-234.

2. Інформаційні технології в галузі туризму: актуальний стан та перспективи / О. І. Артеменко, В. В. Пасічник, І. В. Попик, В. В. Савчук. – Чернівці–Львів– Тернопіль: ПВНЗ “Буковинський університет”, Національний університет “Львівська політехніка”, Тернопільський національний технічний університет ім. І. Пулюя, 2015.

3. Recommender Systems: An Introduction / D. Jannach; M. Zanker; A. Felfernig; G. Friedrich, – Cambridge: University Press, New York, 2010, 352 P.

4. Chalmers M. Tourism and mobile technology / M. Chalmers // Matthew Chalmers. [Electronic resource]. – Mode of access <http://www.dcs.gla.ac.uk/matthew/papers/ECSCW2003.pdf>.

УДК 004.93'1,004.932

Мельник Р.А., д.т.н., професор, Тушницький Р.Б., к.т.н., доцент

(Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів, Україна)

АНАЛІЗ ХМАРНОСТІ В УКРАЇНІ ЗА ДОПОМОГОЮ 3-СТУПЕНЕВОГО ІЄРАРХІЧНОГО АЛГОРИТМУ КЛАСТЕРИЗАЦІЇ

Близько 2/3 поверхні Землі завжди покриті хмарами протягом усього року, що ускладнює обробку супутникових зображень. Одним із ефективних способів прискорення та автоматизації процесу аналізу зображень з хмарами є застосування алгоритмів для обробки зображень. Найбільш відомим класом алгоритмів обробки зображень є кластеризація.

Методи кластерного аналізу широко використовуються для декомпозиції, дослідження та розпізнавання зображень [1–5]. Зокрема, робота [1] містить класифікацію методів кластеризації та спосіб формування контурів виділених кластерів. Роботи [2, 3] присвячені кластеризації графових моделей, якими відображають частини зображень. В роботах [4, 5] пропонується ієрархічний підхід до декомпозиції медичних зображень з використанням елементів нечіткої логіки.

Опис технології кластеризації для отримання хмарності статистичних даних України в даному виданні базується на дослідженні, наданому за підтримки Гранту Фонду фундаментальних досліджень (проект № 33651).

Для дослідження хмарності над територією України використано безкоштовний сервіс [6]. Даний сервіс дає змогу отримати зображення, яке можна піддати обробці з метою детектування на ньому хмар.

Для обробки зображення використано алгоритм ієрархічної 3-ступеневої кластеризації. Внаслідок застосування цього алгоритму сформовано коефіцієнти

загальної хмарності та її інтенсивності, які дають змогу оцінити кількісно наявність хмар на певній території.

Для вирішення задачі обробки зображення, застосовано розроблений триступеневий алгоритм ієрархічної кластеризації, який оснований на традиційному ієрархічному бінарному дереві [7]. Фрагмент ієрархічного дерева, яке утворюється в процесі кластеризації подано на рис 1. Розглядаються три ступені кластеризації, на яких по чергово формуються кластери різної структури: мікрокластери, кластери, регіони, зв'язні області.

В результаті застосування триступеневого алгоритму кластеризації було отримано кількості кластерів MC , C , CR та IA . Щоб оцінити наявність чи відсутність хмар порівнюється кількості сформованих кластерів в зображенні-еталоні, яке не містить хмар до кількості сформованих кластерів в зображенні, яке досліджується.

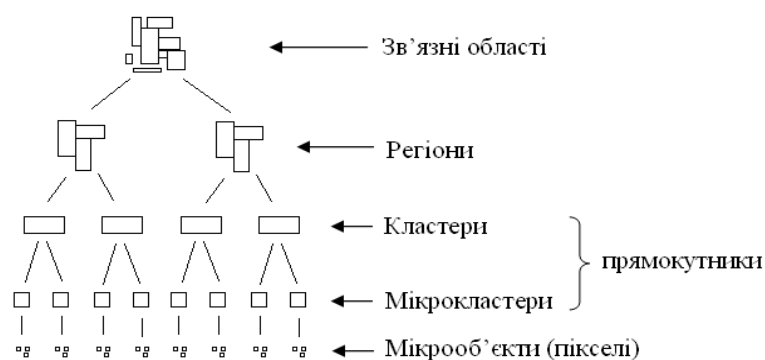


Рис. 1. Фрагмент ієрархічного дерева

На основі характеристики отриманої кількості кластерів побудовано інтегральний показник хмарності H_I :

$$H_I = (w_1 \cdot |MC_E - MC| + w_2 \cdot |C_E - C| + w_3 \cdot |CR_E - CR| + w_4 \cdot |IA_E - IA|) / 100,$$

де w_i – зважені коефіцієнти, MC_E , C_E , CR_E , IA_E – кількості кластерів для зображення-еталону.

Даний показник дає змогу оцінити кількісно хмарність над певною територією, зокрема встановити факт їх наявності або відсутності, та їх кількісне співвідношення.

На рис. 2. подано побудований графік зміни коефіцієнта H_I для зображень хмарності, отримані із сервісу [6] з плином часу.

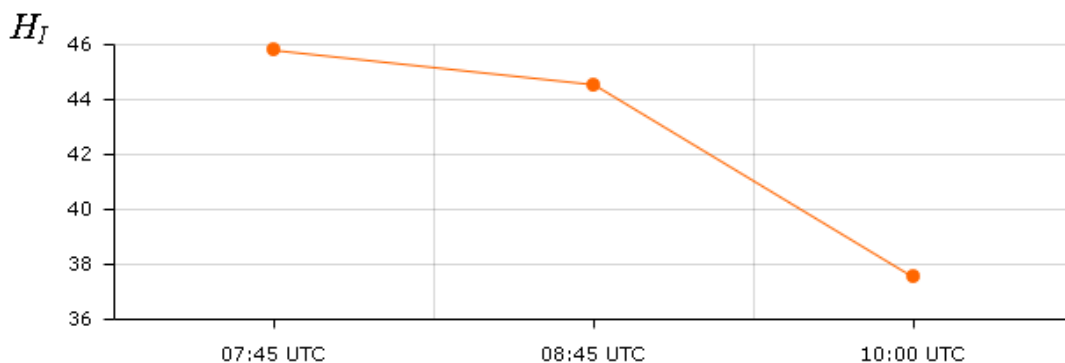


Рис. 2. Інтегральний показник хмарності H_I

Було досліджено отримані мінімальні та максимальні середньо-зважені яскравості регіонів B_r та зв'язних областей B_a .

Запропоновано коефіцієнт насиченості хмарності H_S , який відображає ступінь хмарності над територією: мале значення коефіцієнта говорить про незначну хмарність,

велике – про велику кількість скупчення хмар:

$$H_S = w_1 \cdot \frac{|\min B_{rE} - \min B_r|}{|\max B_{rE} - \max B_r|} + w_2 \cdot \frac{|\min B_{aE} - \min B_a|}{|\max B_{aE} - \max B_a|}$$

де w_i – зважені коефіцієнти, B_{rE} , B_{aE} – зважені яскравості регіонів та зв’язних областей зображень-еталонів.

На рис. 3. подано побудований графік для зображень хмарності, отримані із сервісу [6] з плином часу.

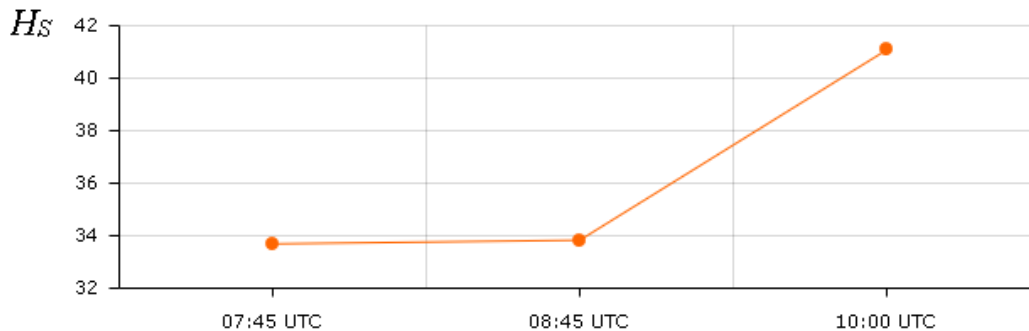


Рис. 3. Коефіцієнт насиченості хмарності H_S

Більше значення коефіцієнту означає більшу кількість скупчення хмар на досліджуваній території.

Для дослідження хмарності над територією України було застосовано розроблений триступеневий алгоритм ієрархічної кластеризації. Запропоновані інтегральний показник хмарності та коефіцієнт насиченості хмарності дають змогу оцінити хмарність над територією як кількісно – встановити факт хмарності та кількість хмар над територією, так і якісно – оцінити ступінь щільності хмар.

1. *Andy M Yip, Chris Ding, Tony F.Chan.* Dynamic Cluster Formation Using Level Set Methods. – IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.28, n. 6, pp.877–889, June, 2006.
2. *Leo Grady, Eric L.Schwartz.* Isoperimetric Graph partitioning for Image segmentation. – IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol.28, n. 3, pp.469-475, March, 2006.
3. *M. Pavan, M. Pelillo.* Dominant sets and Pairwise Clustering. – IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence. – Vol.29, n. 1. – P.167–172, January, 2007.
4. *Sagi Katz, Ayellet Tal.* Hierarchical mesh decomposition using fuzzy clustering and cuts // ACM Transactions on Graphics. – 2003. – Vol. 22 , issue 3. – P. 954– 961.
5. *Dosil R., Pardo X.M., Fdez-Vidal X.R.* Decomposition of three-dimensional medical images into visual patterns // IEEE Transactions on biomedical engineering. – 2005, № 12. – Vol. 52. – P. 2115–2121.
6. Weather Europe, Satellite Weather Europe, Weather Forecast, Rainfall, Clouds, Sun in Europe - SAT24.com [Електронний ресурс]. – Веб доступ до сторінки: <http://sat24.com> (2018).
7. *Melnyk R., Tushnytsky R.* 4-D pattern structure features by three stages clustering algorithm for image analysis and classification // Pattern Analysis and Applications – 2013. – Vol. 16, issue 2. – P.201–211.

УДК 37.001.57; 37.001.63; 20.01.0

Пасічник В. В., Кунанець Н.Е., Шестакевич Т. В., Андруник В.А.

(Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна)

АНАЛІЗ ПОВНОТИ, ЦІЛІСНОСТІ ТА ЕРГОНОМІЧНОСТІ ІНФОРМАЦІЙНИХ ОНЛАЙН-РЕСУРСІВ ДІАГНОСТИЧНО-КОРЕКЦІЙНИХ ЗАКЛАДІВ УКРАЇНИ

Адаптація навчального процесу до специфічних і персоналізованих індивідуальних освітніх вимог осіб з особливими потребами вимагає врахування значної кількості факторів. Інформаційно-технологічний супровід в сфері інклюзивного навчання покликаний сприяти якісному покращенню та, до певної міри, оптимізації управління процесами у галузі освіти, зорієнтованими на осіб з особливими потребами.

У загальному випадку, інформаційні технології супроводу навчання осіб з особливими потребами різняться за рядом факторів, які визначають сфери їх застосування. Основними групами такого роду інформаційних технологій є:

- 1) технології загального призначення,
- 2) технології спеціального призначення,
- 3) технології комунікаційного супроводу та
- 4) інформаційно-технологічні засоби доступу.

До інформаційно-технологічних засобів доступу відносимо інтернет-системи управління навчанням та мультимедійні навчальні середовища, інформаційні технології, зорієнтовані на потреби масової школи і застосовні для навчання осіб з особливими потребами, застосунки для мобільних пристроїв, а також довідкові онлайн-ресурси. Одним із актуальних та потужних джерел інформації для осіб з особливими потребами є довідкові онлайн-ресурси державних психолого-діагностичних структур – психолого-медико-педагогічних консультацій (ПМПК). Чи не найпопулярнішим інформаційним онлайн-ресурсом для зазначеної категорії користувачів є сайти установ ПМПК усіх рівнів та профільно орієнтовані сторінки у соціальних мережах.

Аналіз процесів функціонування таких інформаційних онлайн-ресурсів супроводу навчання осіб з особливими потребами та особливостей їх формування в Україні авторами роботи проведено інструментальним за стосунком SimilarWeb – інформаційно-технологічним засобом, що забезпечує реалізацію функцій збору, вимірювання, аналізу та подання відомостей щодо статистичних характеристик досліджуваних веб-сайтів.

Водночас, на вибірці сайтів установ ПМПК проведено оцінювання повноти процедур супроводу тих чи інших процесів інклюзивного навчання – від визначення особливостей психофізичного розвитку особи, персоналізації мети навчання особи з урахуванням корекційної складової навчання, формування персональної траєкторії навчання особи у форматі інклюзивного навчання, до аналізу результатів реалізації освітньої траєкторії.

Досліджувані інформаційні онлайн-ресурси з метою якнайповнішого врахування потреб осіб з різними нозологіями оцінювалися з огляду на відповідність структури та подання вимогам, які висувають до таких ресурсів.

Результати проведеного дослідження дозволяють стверджувати, що в процедурах інформаційно-технологічного супроводу навчання осіб з особливими потребами засобами, які пропонуються і (або) доступні фахівцям ПМПК, не прослідковується системний підхід щодо реалізації функцій інформаційно-технологічного онлайн-супроводу процесів інклюзивного навчання. Недостатньою є уніфікація подання

контенту такого роду сайтів та практично повсемісна їх невідповідність до діючих міжнародних ергономічних норм щодо їх подання.

Реформування системи ПМПК в Україні та їх трансформація до рівня інституту, який би професійно опікався комплексним інформаційно-технологічним супроводом навчання осіб з особливими потребами, передбачає залучення фахівців, що володіють широким спектром знань, зокрема, в галузі інформаційних та комунікаційних технологій, методами та засобами аналізу великих за обсягом даних (Big Data). Створення на загальнонаціональному рівні платформи інформаційно-технологічного супроводу навчання осіб з особливими потребами, на думку авторів, доцільно проводити з використанням широкого спектру мобільних ІТ сервісів, що уможливило б оперативний та зручний он-лайн доступ до спільних інформаційних ресурсів, зокрема, результатів психофізичного діагностування, персональних навчальних траєкторій тощо з повнофункціональним їх захистом та забезпеченням конфіденційності (як варіант, авторами досліджується можливість використання для цього технологій block chain). Водночас, з огляду на неефективність рішень щодо розгортання власних обчислювальних інфраструктур в закладах ПМПК видається доцільним активне використання технологій та сервісів, що базуються на моделі хмарних обчислень. Такий підхід дав би змогу суттєво здешевити та організаційно спростити розгортання та функціонування складної системи цілісного інформаційно-технологічного комплексу супроводу процесів інклюзивного навчання осіб з особливими потребами в масштабах країни.

На даний час авторами проводяться активні дослідження варіантів побудови архітектури такої комплексної інформаційно-технологічної платформи загальнонаціонального масштабу, та опрацьовуються можливі способи створення програмно-алгоритмічних засобів для її ефективної реалізації.

УДК 004.032

Пасічник В.В., д.т.н., професор, Назарук М.В., аспірант

(Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів, Україна)

ІНФОРМАЦІЙНА СИСТЕМА СУПРОВОДУ ПРОЦЕСІВ ПІДГОТОВКИ ФАХІВЦІВ В СОЦІОКОМУНІКАЦІЙНОМУ СЕРЕДОВИЩІ «РОЗУМНОГО» МІСТА

Втілення концепції «розумного» міста передбачає реорганізацію всіх сфер його життєдіяльності, шляхом створення та запровадження сучасних інформаційних та телекомунікаційних технологій, комунікаційно-інженерних та транспортних мереж, комп'ютеризованих систем керування ними, cool- та датацентрів, діагностичних, сервісних та екологічних служб. На думку дослідників [1-2], місто може бути визначене як "розумне" за умови, що інвестиції будуть спрямовані на підготовку високоосвіченої робочої сили, що слугує основним рушієм інноваційного розвитку міста, тому процес підготовки кваліфікованих фахівців відповідно до потреб особистості та вимог ринку праці «розумного» міста є складним, багатокроковим, ітеративним процесом, що потребує врахування великої кількості параметрів та передумов. Укрупнено його пропонуємо подавати у вигляді п'яти послідовних функціональних етапів [3].

Етап 1. Визначення професійних нахилів та здібностей, здійснюється на основі аналізу накопичених результатів профорієнтаційних тестів

Етап 2. Моніторинг ринку праці з метою визначення тенденцій змін факторів впливу на попит і пропозицію робочої сили в місті. Здійснюється на основі звітних інформаційно-аналітичних та статистичних матеріалів, що формуються міськими центрами зайнятості.

Етап 3. Вибір майбутньої професії, що здійснюється на основі результатів профорієнтаційного тестування з врахуванням потреб міста в кваліфікованих працівниках того чи іншого профілю.

Етап 4. Вибір навчального закладу. З огляду на рекомендації щодо обрання професії здійснюється підбір навчальних закладів, що функціонують в місті на основі доступної повної та несуперечливої інформації про них, а саме: відомча приналежність, форма власності, фаховий рівень викладачів кафедр та лабораторій, спеціальності, за якими ведеться навчання, наявні навчальні площі, тощо.

Етап 5. Формування індивідуальної навчальної – персональної програми, формування студентом професійних компетентностей, що відповідають його здібностям, інтересам, мотивації, психодинамічним характеристикам віку та рівню знаннєвого потенціалу.

На основі вище наведеної послідовності етапів підготовки фахівців на рис.1 подано структурну модель інформаційної системи супроводу процесів підготовки фахівців відповідно до потреб особистості та вимог ринку праці «розумного» міста, яка включає: підсистему визначення професійних здібностей, підсистему багатовимірного аналізу діяльності навчальних закладів, підсистему вакансій, підсистему формування індивідуальної навчальної траєкторії, а також базу даних та інтерфейс системи.

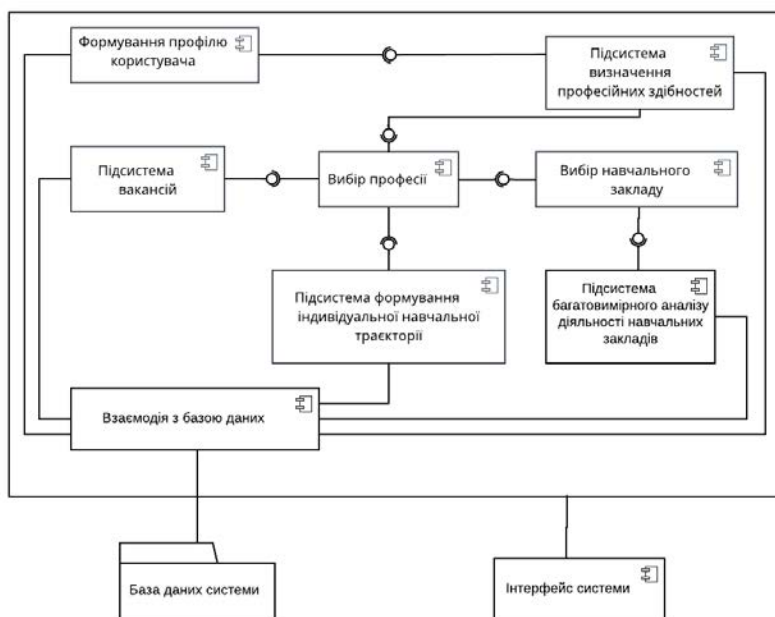


Рис.1. Структурна модель інформаційної системи супроводу підготовки фахівців

Таким чином, запропонована інформаційна система супроводу процесів підготовки фахівців вперше поєднує в цілісній системі усі етапи підготовки фахівців з урахуванням потреб особистості та вимог ринку праці «розумного» міста.

1. Zhuhadar L. The next wave of innovation – Review of smart cities intelligent operation systems / L. Zhuhadar, E. Thrasher, S. Marklin // Computers in Human Behavior – Vol 66. – 2017. –

РР. 273–281.

2. *Bouskela M.* The Road toward Smart Cities: Migrating from Traditional City Management to the Smart City: Monograph / M. Casseb, S. Bassi, C. De Luca, M. Facchina. – Washington : Inter-American Development Bank, 2016. – 148 p.

3. *Пасічник В.В.* Програмно-алгоритмічний комплекс інформаційно-технологічного супроводу підготовки фахівців в умовах «розумного» міста / В.В. Пасічник, М.В. Назарук // Науковий вісник НЛТУ України. – т. 27. – № 9. – 2017. – С. 78-85.

УДК 510.25; 004.04

Приймак М.В., д.т.н., професор, Василенко Я.П., асистент, Дмитроца Л.П., асистент, Олійник М.З., інженер

(Тернопільський національний університет імені Івана Пулюя, Україна)

ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ ДОСЛІДЖЕННЯ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ ІЗ ЗМІННИМ ПЕРІОДОМ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ОЦІНКИ ВАРІАБЕЛЬНОСТІ СЕРЦЕВОГО РИТМУ

Порівняно недавно був визначений новий клас функцій – періодичних функцій зі змінним періодом (ПФЗП) [1], що є узагальненням періодичних функцій. Причиною появи ПФЗП був пошук моделей і методів дослідження емпіричних сигналів із змінним періодом. Такими, наприклад, є ЕКГ, отримані після дії на організм фізичного навантаження. Після виходу роботи [1] отримано ряд вагомих результатів з теорії ПФЗП, наприклад, в [2]. Висвітлюємо деякі із цих результатів а також розглянемо одну із задач кардіології – оцінку варіабельності серцевого ритму, в основі вирішення якої лежать ПФЗП.

Означення. Функція $f(x)$, $x \in I$, називається **періодичною із змінним періодом**, якщо існує така функція $T(x) > 0$, що для довільних точок x і $x + T(x)$ із області визначення I значення функції в цих точках рівні, тобто $f(x) = f(x + T(x))$. Функція $T(x)$ називається змінним періодом (ЗП).

ЗП $T(x)$ повинен задовольняти певним умовам, зокрема бути неперервно диференційованим і таким, що похідна $T'(x) > -1$. Для ПФЗП є потреба розглядати також ЗП $T^-(x)$: $f(x) = f(x - T^-(x))$.

Найпростішими ПФЗП є тригонометричні функції $\sin x^\alpha$, $\cos x^\alpha$, $x > 0$, $\alpha > 0$. На рис. 1 зображена функція $f_1(x) = \sin x^{5/9}$ (графік 1), та для порівняння функція $f_2(x) = \sin x$ (графік 2).

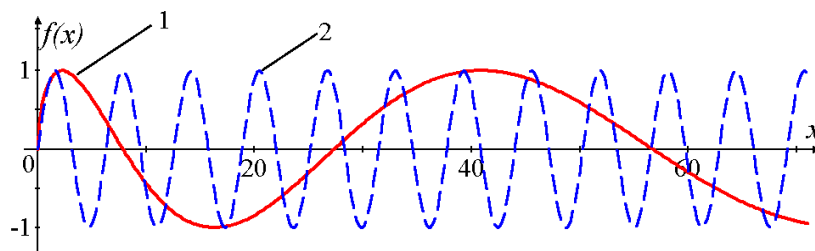


Рис. 1. Функція $f_1(x) = \sin x^{5/9}$ (графік 1), $f_2(x) = \sin x$ (графік 2).

Можна переконатися, що для значень $\alpha \in (0,1)$ графіки функцій $\sin x^\alpha$, $\cos x^\alpha$ розтягаються, тобто їх період $T(x)$ зростає, якщо $\alpha > 1$, графіки стискаються.

Для функцій $\sin x^\alpha$, $\cos x^\alpha$, $\alpha > 0$, їх ЗП $T(x) = -x + (x^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha}$, $x \geq 0$, $T^-(x) = x - (x^\alpha - 2\pi)^{1/\alpha}$, $x \geq (2\pi)^{1/\alpha}$.

На рис. 2 наведені ЗП функції $\sin x^{5/9}$: $T(x) = -x + (x^{5/9} + 2\pi)^{9/5}$ (графік 1), $T^-(x) = x - (x^{5/9} - 2\pi)^{9/5}$, $x \geq (2\pi)^{9/5} \approx 27.335$ (графік 2). Для порівняння показаний період $T = 2\pi$ для функції $\sin x$ (графік 3).

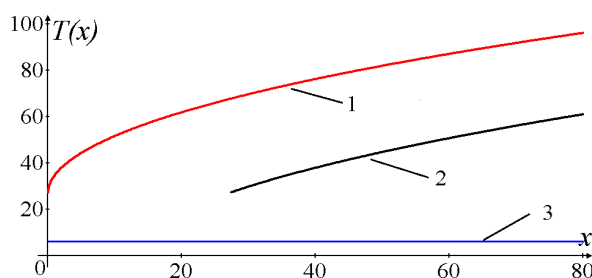


Рис. 2. ЗП для функції $\sin x^{5/9}$: $T(x)$ (графік 1); $T^-(x)$, (графік 2); період $T = 2\pi$ для функції $\sin x$ (графік 3).

Ортогональна система тригонометрична функцій із ЗП. Показано [2], що система тригонометрична ФЗП (ТФЗП)

$$\sin kx^\alpha, \cos kx^\alpha, x \geq 0, \alpha > 0, k = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

із ЗП $T(x) = -x + (x^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha}$, $x \geq 0$, є ортогональною із ваговою функцією $\rho(x) = \alpha x^{\alpha-1}$ в просторі $L^2_\rho(x, x + T(x))$, причому норма кожної із функцій системи (1) рівна $\sqrt{\pi}$.

Наголосимо, що довжина інтервалу ортогональності $[x, x + T(x)]$, що фігурує в просторі $L^2_\rho(x, x + T(x))$, змінюється у відповідності до значення ЗП $T(x)$. При цьому скалярний добуток різних функцій системи (1) рівний нулю, а однакових – рівний π , наприклад,

$$(\sin mx^\alpha, \sin nx^\alpha) = \alpha \int_\tau^{\tau+T(\tau)} x^{\alpha-1} \sin mx^\alpha \sin nx^\alpha dx = 0, m \neq n.$$

Наближення ПФЗП. Наявність ортогональних систем ТФЗП дає можливість ставити питання про розробку методів дослідження ПФЗП. Ми дотримуємось рекомендацій конструктивної теорії функцій, в основу якої покладено «метод наближення». Його суть: заміна наближуваної функції f іншою, наближуючою функцією g , яка повинна задовольняти певним вимогам, зокрема бути «близькою» до наближуваної функції f , містити достатньо повну інформацію про f тощо. За множину наближуючих функцій переважно вибирають ряди Фур'є.

Ряди Фур'є ПФЗП. Для побудови ряду Фур'є ПФЗП $f(x)$, необхідно, щоб її ЗП та ЗП системи ТФЗП співпадали. Нехай для функції $f(x), x \geq 0$, її ЗП $T(x) = -x + (x^\alpha + 2\pi)^{1/\alpha}$. Щоб побудувати ряд, використаємо систему ТФЗП $\sin kx^\alpha, \cos kx^\alpha, k = 1, 2, \dots$, що має такий же ЗП. Для ряду $f(x) \approx \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos kx^\alpha + b_k \sin kx^\alpha$, його коефіцієнти визначаються за формулами:

$$a_k = \frac{\alpha}{\pi} \int_{\tau}^{\tau+T(\tau)} x^{\alpha-1} f(x) \cos kx^\alpha dx, \quad b_k = \frac{\alpha}{\pi} \int_{\tau}^{\tau+T(\tau)} x^{\alpha-1} f(x) \sin kx^\alpha dx.$$

Приклад. Розглянемо функцію $f(x) = \text{sign}(\sin x^{5/9})$. Її ЗП $T(x) = -x + (x^{5/9} + 2\pi)^{9/5}$, тому для побудови ряду Фур'є виберемо систему ТФЗП $\sin kx^{5/9}, \cos kx^{5/9}, k = 1, 2, \dots$. Для знаходження коефіцієнтів ряду визначимо інтервал інтегрування $[\tau, \tau + T(\tau)]$ для $\tau = 20$. Оскільки $T(20) = -20 + (20^{5/9} + 2\pi)^{9/5} \approx 61.97311$, то інтервалі $[20, 20 + T(20)] \approx [20, 81.97311]$. Було знайдено $n = 40$ коефіцієнтів a_k і b_k . Графік ряду, показаний на рис. 3, із якого видно, що ряд досить «добре» відтворює саму функцію, зображену суцільною лінією.

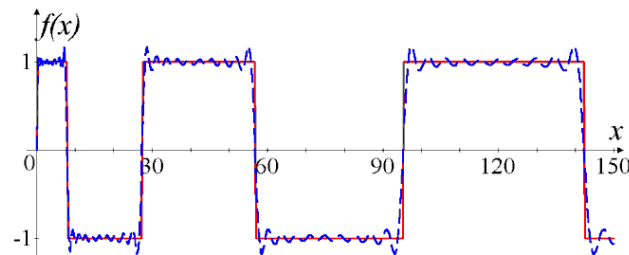


Рис.3. Функція $f(x) = \text{sign}(\sin x^{5/9}), x \in [0, 150]$, (суцільна лінія) та її ряд Фур'є (пунктирна лінія)

Оцінка ЗП та варіабельність серцевого ритму. В прикладних дослідженнях ПФЗП знання ЗП скоріше виняток, ніж закономірність, тому часто постає задача його знаходження. Розглянемо приклад оцінювання ЗП ЕКГ, отриманої після дії на пацієнта фізичного навантаження.

На першому етапі проводився експеримент: пацієнт піддавався фізичному навантаженню, після чого здійснювався відбір значень його ЗП $T_k = T(t_k)$ (інтервалів між $R-R$ зубцями), де t_k – момент появи чергового R -зубця ЕКГ та обчислювалися значення ЗЧ $\nu_k = 1/T_k = \nu(t_k)$. Кожне десяте значення T_k та ν_k показані на рис. 4, графіки 1б і 2б. Аналіз динаміки зміни T_k та ν_k показує, що спочатку доцільно провести апроксимацію ЗП ν_k , оскільки для неї характерна експоненціальна залежність виду $\nu(t) = a + be^{-\alpha t}, t \in (0, \infty)$. Використовуючи значення ν_k , методом найменших квадратів були обчислені коефіцієнти a, b і параметр α : $a = 1,176$, $b = 0,995$, $\alpha = 0,014$ та побудована графіки ЗЧ $\nu(t) = 1.176 + 0.995 \times e^{-0.014 t}$ і ЗП

$T(t) = \frac{1}{1.176 + 0.995 \times e^{-0.014t}}$. Їх графіки 1a і 2a наведені на рис. 4.

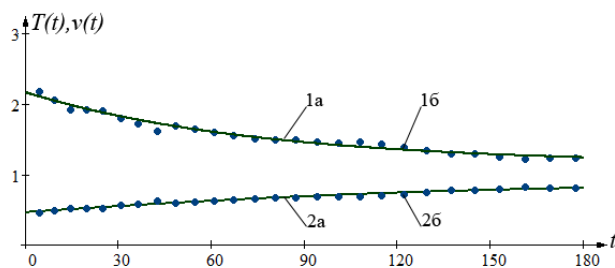


Рис. 4. Експериментальні значення ЗЧ v_k та функція ЗЧ $v(t)$ (графіки 1a і 1б), значення ЗП T_k та функція ЗП $T(t)$ (графіки 2a і 2б)

Отримані аналітичні вирази функцій ЗЧ і ЗП мають виняткове значення в кардіології при оцінці варіабельності серцевого ритму після дії певного збудника спокою. Значення коефіцієнтів коефіцієнти a , b і параметр α , що входять в ці функції, пропонується використовувати як нові діагностичні ознаки стану пацієнтів.

1. Приймак М.В., Боднарчук І.О., Лупенко С.А. Умовно періодичні випадкові процеси із змінним періодом // Вісник Тернопільського державного технічного університету. – 2005. – №2. – С. 143-152.

2. Василенко Я.П., Дмитроца Л.П., Олійник М.З., Приймак М.В. Способи задання функцій зі змінним періодом та їх наближення // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна, 2016. – С.36-47.

УДК 004.9

Сагайда П.І., к.т.н., доцент

(Донецький національний технічний університет, м. Покровськ, Україна)

МЕТОДОЛОГІЯ ПРОЕКТУВАННЯ СХОВИЩ ДАНИХ І ЗНАНЬ НА ОСНОВІ КАТЕГОРІАЛЬНО-ОНТОЛОГІЧНИХ МОДЕЛЕЙ

У теперішній час у замовників, аналітиків і розроблювачів комп'ютерних систем для інтелектуальної обробки даних [1] немає можливості використати одну наскрізну методологію, придатну для колективної роботи й обміну знаннями, зрозумілу й об'єктивну з погляду довідності й обґрунтованості моделей, для повного комплексу дослідницьких і проектних робіт. Для подолання семантичних і лінгвістичних бар'єрів і побудови ефективного, теоретично обґрунтованого інструментарію, автором запропоновано й детально розроблено методологію проектування близьких до оптимальних структур сховищ даних і знань, на основі: можливостей теорії категорій і теорії скетчів; підходу до категоріально-онтологічного моделювання предметних областей (ПрО) й процесів, які в них протікають [1]; можливостей такого підходу з безпосередньої організації сховищ знань мовою Ontology Web Language (OWL) Descriptive Language (DL); розробленої методики взаємного відображення діаграм Entity-Relationship (ER) і Functional Dependencies (FDs) [2]; розробленої методики подання запитів до баз даних і знань, що звичайно формалізуються на різномірних мовах запитів

(SQL, Stored Procedure Language, DL Query, SPARQL, Semantic Query Web Rule Language [3]), за допомогою предметно-орієнтованої мови на базі категоріально-онтологічних моделей [2].

Узагальнена схема методології наведена на рисунку 1 і містить у собі також додаткову можливість одержання на основі категоріально-онтологічної моделі скорочених моделей для імітаційного моделювання роботи ПрО (системно-динамічних моделей, мереж Петри, нечітких когнітивних карт [4]).

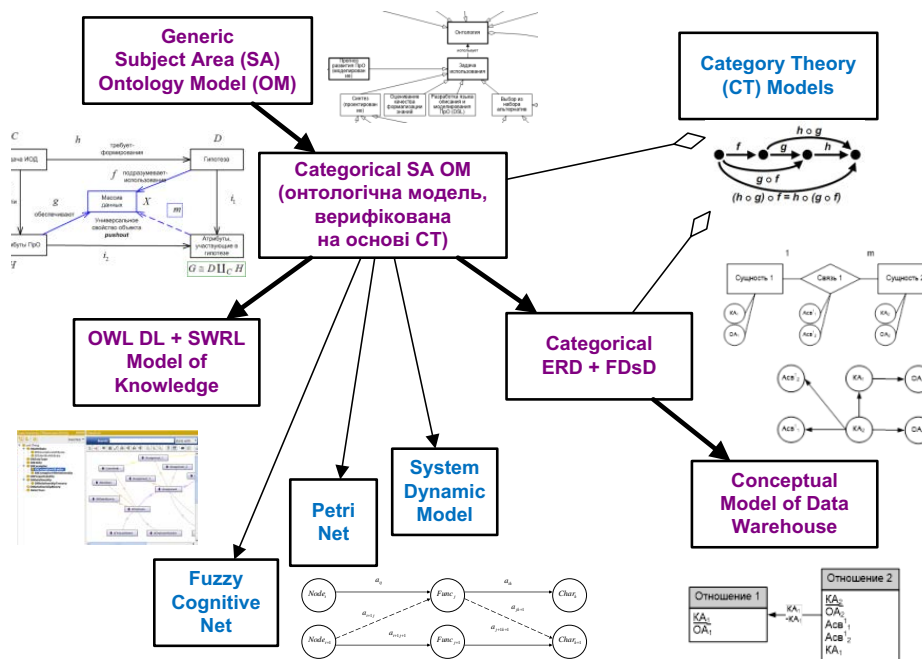


Рис. 1. Обобщенная схема методологии онтологического проектирования хранилищ данных и знаний для компьютерных систем

Висновки. Уперше запропоновано й детально розроблено методологію проектування сховищ даних і знань для рішення завдань обробки й аналізу даних на основі категоріально-онтологічних моделей, яка поєднує, на відміну від існуючих методик, проектування за допомогою інформаційних і даталогічних моделей з використанням різних діаграмних методик і мов моделювання, що дозволило усунути недоліки й доповнити переваги різних підходів до проектування й одержати структуру сховищ, близьку до оптимальної.

1. Сагайда П.И. Категориально-онтологическое моделирование интеллектуальной обработки данных для математического обоснования результатов инженерии знаний / П.И. Сагайда // Вимірjувальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2017. – №4. – С. 149-158.
2. Сагайда П.И. Автоматизированное проектирование реляционных баз данных с применением экспертной системы с диалогом на основе предметно-ориентированного языка / П.И. Сагайда, Ю.П. Тютюнник // Інформаційні технології в освіті, науці і техніці: тези доповідей міжнародної науково-практичної конференції, т. 1. – Черкаси: ЧДТУ, 2012. – С. 13-14.
3. Hepp M. Ontology Management: Semantic Web, Semantic Web Services, and Business Applications / М. Hepp, Р. De Leenheer, А. de Moor, Y. Sure (Eds.). – Springer, 2007. – 293 p.
4. Сагайда П.И. Информационная технология имитационного моделирования сложных предметных областей с использованием их онтологий / П.И. Сагайда, Ю.П. Тютюнник // Інформаційні технології в наукових дослідженнях і навчальному процесі: матеріали VI міжнародної науково-практичної конференції, т. 2. – Луганськ: Видавництво ЛНУ, 2011. – С. 22-25.

УДК 519.68

Терещенко В.М. д.ф.м.н., професор, Баранюк А.С., студент, Терещенко Я.В.,
аспірант

(Київський національний університет імені Тараса Шевченка, факультет
комп'ютерних наук та кібернетики, м. Київ, Україна)

ОПТИМАЛЬНИЙ МЕТОД ПОШУКУ НАЙКОРОТШОГО ШЛЯХУ В СЕРЕДИНІ ПРОСТОГО МНОГОКУТНИКА

В роботі розглядається один із підходів розв'язання задачі знаходження найкоротшого шляху серед перешкод. Розв'язок цієї задачі має велике практичне значення і може використовуватися у системах GPS та робототехніці для побудови траєкторії руху робота чи шляху транспортного засобу, людини або іншого рухомого об'єкта. Також ця задача може знайти застосування у задачах планування маршрутів для перевезень, військових місій, комп'ютерних ігор, прокладання кабелів і внутрішньої інфраструктури.

Аналіз останніх досліджень. На сьогоднішній день для розв'язання задачі застосовують методи, що використовують триангуляцію. Наївний алгоритм полягає у перевірці на відсутність перетину відрізка, що пов'язує пару точок, видимість яких перевіряється на даному кроці, і усіх ребер перешкод. Якщо маємо N точок (надалі N позначатиме саме загальну кількість точок), то час роботи наївного алгоритму складає $O(n^3)$. Інші дослідження у цій області дозволили зменшити час, необхідний для знаходження розв'язку. Зокрема, у роботі [1] Капур, Махешварі й Мітчел запропонували метод, який полягає у зменшенні регіону шляхом побудови, так званих, "пісочних годинників" і побудови графа видимості з використанням триангуляції з часом $O(n+h^2 \log n)$ (h - кількість дотичних сегментів) та $O(n)$ пам'яті. Хершберг і Сурі [2] запропонували звуження регіону на зразок дерева квадрантів і просунення звуженого регіону фронтом хвиль (час і пам'ять: $O(n \log n)$). У роботі [3] Гуібас і Хершенберг запропонували алгоритм знаходження найкоротшого шляху з використанням триангуляції і можливістю відновлення шляху з часом запиту $O(\log n)$ знеобхідністю передобробки. У роботі [4] для вирішення задачі використовується метод монотонних ланцюгів та алгоритм A^* (загальний час із врахуванням попередньої обробки $O(n \log n)$ і пам'ять $O(n)$). А в роботі [5,6] авторам вдалось одержати час запиту $O(\log n)$ на пошук найкоротшого шляху на множині перешкод у простому многокутнику із часом попередньої обробки $O(n^2)$, яка виконується один раз на заданій множині даних перед роботою алгоритму.

Досягнення оптимального загального $O(n + h \log h)$ часу з використанням $O(n)$ пам'яті дотепер вважається відкритою проблемою. Метою роботи є розробка узагальненого методу побудови найкоротшого шляху між перешкодами без використання триангуляції.

2. Постановка задачі та метод розв'язання.

Постановка задачі. Нехай задана множина перешкод у вигляді многокутників і пари запитних точок S і T . Для кожної пари S і T знайти найкоротший шлях в обхід перешкод.

Лема 1 (про найкоротший шлях): Будь-який найкоротший шлях між двома вершинами з полігономіальними перешкодами являє собою ламану, вершинами якої є вершини полігонів.[7]

Означення 1: кажуть, що вершина u видима із v , якщо відрізок (u,v) не перетинає жодну із перешкод.

Означення 2: графом видимості називають граф, вузлами якого є вершини полігонів, а між вершинами u і v є ребро тоді і тільки тоді, коли v видима із u і навпаки. Вагою ребра буде відстань між цими двома точками.

2.1. Алгоритм Лі побудови графа видимості[7].

На етапі передобробки для кожної вершини будемо розглядати тільки праву половину площини, так як ребра, які повинні йти в ліву половину, будуть виходити з вершин, для яких поточна вершина буде праворуч. На етапі пошуку видимих вершин для запитних точок ми маємо шукати і в лівій, і в правій півплощині.

Переформулюємо задачу: дана точка v і множина відрізків, що є ребрами перешкод. Знайдемо множину кінців відрізків, видимих з v .

Алгоритм

Для вирішення цього завдання будемо використовувати метод замітання площини променем з початком в точці v . Його статусом будуть відрізки, які його перетинають, впорядковані за зростанням відстані від точки v до точки перетину. Точками подій будуть кінці відрізків.

1. Пустимо промінь з вершини v вертикально вгору і додамо в статус всі відрізки, які він перетинає, по збільшенню відстані до них.
2. Тепер будемо розглядати точки $v \in V$ у порядку сортування за кутом між v і вертикальною піввіссю l , яку провели на попередньому кроці. При такому обході для перевірки видимості вершини досить перевірити перетин з найближчим до v відрізком, тобто першим у статусі (так як відрізки відсортовані за відстанню до них). Для сортування відрізків використовується правий та лівий поворот.
 - a) Якщо деяка вершина w не видима, то відрізок (v,w) перетинає кілька відрізків, що лежать перед w , а значить і найближчий.
 - b) В іншому випадку всі перетнуті променем відрізки лежать за вершиною w і перетину відрізка (v,w) з найближчим відрізком не буде.
3. Перевіряємо, чи не є (v,w) внутрішньою діагоналлю якоїсь із перешкод. Якщо ні, то додаємо w до списку видимих вершин. Інакше – ні. Це можна зробити за константний час, використовуючи правий і лівий повороти.
4. Незалежно від видимості вершини, необхідно змінити статус замітаючого променя. Для цього необхідно видалити зі статусу всі відрізки, які закінчуються у вершині w (лежать зліва від прямої (v,w)) і додати всі відрізки, які в ній починаються (лежать праворуч від прямої (v,w)).

В якості статусу необхідно використовувати структуру даних, що дозволяє додавати і вилучати з неї відрізки за $O(\log n)$ і вилучати мінімальний елемент (найближчий відрізок) за $O(1)$ або $O(\log n)$. У цьому випадку досягається асимптотика $O(n^2 \log n)$, адже для кожної з точок виконується сортування за $O(n \log n)$, оновлення статусу (сумарно $O(n \log n)$), так як кожен відрізок додається і видаляється зі статусу не більше одного разу) і запити найближчого відрізка ($O(\log n)$ або $O(1)$ на точку, тобто $O(n \log n)$ або $O(n)$).

2.2 Алгоритм пошуку шляху.

1. Передобробка

1.1 На вхід подаються полігони-перешкоди та оточуючий багатокутник. Полігони подаються у вигляді точок у порядку обходу багатокутника проти годинникової

стрілки.

- 1.2 Для кожної вершини кожної перешкоди за допомогою алгоритму Лі знаходимо видимі вершини.
- 1.3 Для кожної видимої вершини робимо перевірку, чи не є шлях до неї від точки, для якої шукаємо видимість, внутрішньою діагоналлю якоїсь із перешкод. Якщо ні, то додаємо її до списку видимих. Ця перевірка не проводиться для зовнішнього оточуючого многокутника, адже ми можемо "бачити" вершини крізь нього.
- 1.4 Об'єднуємо отримані результати у граф видимості. Вагою ребер буде Евклідова відстань між двома точками.
2. Побудова найкоротшого шляху
 - 2.1 На вхід подаються дві точки: початок та кінець шляху.
 - 2.2 Для кожної з них робиться перевірка, чи не потрапила вона всередину якоїсь із перешкод та чи не потрапила вона за межі оточуючого многокутника.
 - 2.3 Для обох точок (початок та кінець) за допомогою алгоритму Лі знаходяться вершини видимості.
 - 2.4 Отримані результати додаються до графа видимості.
 - 2.5 За допомогою алгоритму Дейкстри знаходиться найкоротший шлях від початку маршруту до кінця. Результати видаються користувачу.
 - 2.6 Точки початку та кінця вилучаються із графа. Після цього можна робити новий запит.

3. Обґрунтування складності

Теорема. Часова складність розв'язання задачі пошуку найкоротшого шляху становить $O(n \log n)$ операцій за умови, що $O(n^2 \log n)$ операцій піде на попередню обробку.

Доведення. Для кожної пари запитних точок необхідно провести їх вставку у граф видимості. Використовуючи алгоритм Лі це можна зробити за $O(n \log n)$. Ця оцінка є мінімальною, адже для кожної точки виконується сортування. Потім, використовуючи алгоритм Дейкстри на основі Фібоначієвої купи, знаходимо найкоротший шлях у зваженому графі за $O(n \log n)$. Для побудови графа видимості за допомогою алгоритму Лі необхідно витратити $O(n^2 \log n)$ часу. Але граф видимості при зміні запитних точок для перешкод не змінюватиметься. Отже, цей етап можна винести на попередню обробку. В результаті маємо часову оцінку $O(n^2 \log n)$ для попередньої обробки і $O(n \log n)$ часу на кожну пару запитних точок.

4. Практична частина

Алгоритмічна частина програмної реалізації написана на мові Java, для графічного відображення використовується пакет java.awt. Код найбільш важливих функцій наведено у додатках. Для зберігання полігонів використовується двозв'язний список, що дозволяє отримати доступ до сусідів відомого елемента чи до нього самого, вилучити, додати елемент за константу або за лінійний час у разі використання індексів.

Для генерації випадкових перешкод використовуються наперед відомі шаблони, що потім розставляються по полю випадковим чином. Деякі фігури мають можливість бути розташованими під різними кутами. На рис. 1 показано приклад роботи алгоритму.

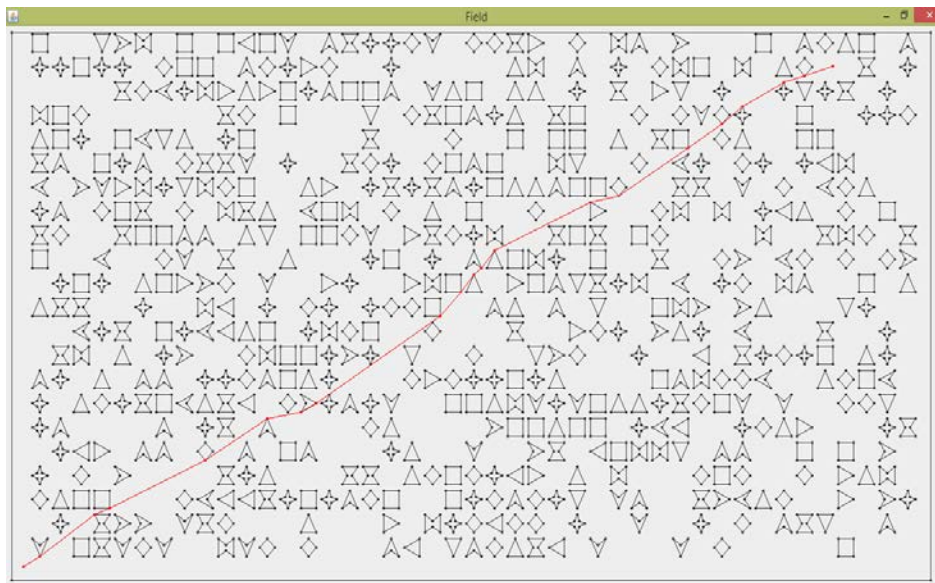


Рис.1. Приклади результату роботи алгоритму

5. Висновки

Запропонований у роботі метод пошуку найкоротшого шляху на множині перешкод дозволяє розробити ефективний і простий алгоритм реалізації, який простий у реалізації, не потребує процедури триангуляції. У реальному світі, є багато типів перешкод, що не змінюють свого розташування і їх кількість є відносно невеликою (будинки, ландшафт, розташування об'єктів у приміщенні), а це дозволяє використовувати даний спосіб у різних додатках та програмних продуктах для вирішення задачі пошуку найкоротшого шляху у реальному часі. Оцінка $O(N \log N)$ із врахуванням попередньої обробки є найнижчою для даного типу задач. В подальшому цей підхід можна розширити на випадок, коли проходження через вершини неможливе, а об'єкт не є точкою, а реальним предметом чи істотою. Для цього можна просто посунути границі перешкод на необхідну відстань. Алгоритм побудує шлях для більших границь перешкод, що дозволить проходити повз них не дотикаючись.

1. *Kapoor S.*. An efficient algorithm for Euclidean shortest paths among polygonal obstacles in the plane / S. Kapoor, S. N. Maheshwari, and J. S. B. Mitchell // *Discrete Comput.* - V 18. – 1997.- P. 377-383.
2. *Hershberger J.* An optimal algorithm for Euclidean shortest paths in the plane / J. Hershberger and S. Suri // *Manuscript*, Wash.iugton University, 1995.
3. *Guibas L. J.* Optimal shortest path queries in a simple polygon / L. J. Guibas and J. Hershberger // *J. Comput. Syst. Sci.* - V 39.- 1989.- P. 126-152.
4. *Терещенко В.М.* Підхід до пошуку оптимального шляху між двома точками на множині перешкод/ В.М. Терещенко, Д. Янчик, Д. Пустовойтов, Е. Чернишов // *Штучний інтелект. - Теоретичні основи інформатики та кібернетики.*- 2010. - № 4.- С. 297- 303.
5. *Tereshchenko V.* An approach to the solving Non-Steiner minimum link path problem / V. Tereshchenko, A. Tregubenko // *World Academy of Science, Engineering and Technology.* – V 64.- 2012.- P. 484 – 486.
6. *Терещенко В.М.* Пошук найкоротшого шляху у простому багатокутнику з перешкодами/ В.М. Терещенко // *Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія: фіз.-мат. науки.*-2012.-Вип. 4.-С. 203-206.
7. *Терещенко В.М.* Пошук найкоротшого шляху у простому багатокутнику з перешкодами/ Терещенко В.М. // *Вісник київського університету. Серія: фіз.-мат. науки.*-2012.-Вип. 4.-С. 203-206 (ФВ).

УДК 37.016:794:159.922.72

Тимчина В.І.

(Рівненський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти)

ГЕЙМІФІКАЦІЯ ЯК ТЕХНОЛОГІЯ РОЗВИТКУ ІНТЕЛЕКТУ ЗДОБУВАЧІВ ОСВІТИ

Як здивувати сучасного здобувача освіти, який проводить багато часу не за книгою і в бібліотеці, а за комп'ютером, причому у стані активного ігромана? Як вирішити одну із важливих задач сучасної освіти - задачу "сформувати в учнів та студентів готовність ефективно організовувати свої внутрішні та зовнішні ресурси для прийняття рішень і досягнення поставленої мети"?

Для цього використовуються різноманітні форми і методи подачі учбового матеріалу, інноваційні технології, які сприяють формуванню ключових компетентностей. Однією з технологій, що формулюють вищеназвані компетентності є гейміфікація як один із засобів інтенсифікації навчання.

Для досягнення навчальних цілей Ви можете використовувати одну з 10 наведених нижче ігрових механік або будь-яку комбінацію цих методів. Це особливо варто врахувати якщо ви плануєте використовувати власний сайт чи блог як платформу для взаємодії учнів та під час розробки власних інтерактивних продуктів.

1. Свобода вибору та інформативний зворотний зв'язок. Гравець автономний: має власного персонажа, керує його діями та вирішує, що він робитиме. Цей вибір обмежений, але він є. І вибір заохочує. Запропонуйте продовжити роботу на сайті, вітайте з досягненням будь-якої мети, заохочуйте наступний крок або рівень.

2. Прозорість, зрозуміла та чітка інформація. Ви повинні створити зручну систему, згідно з якою кожен користувач буде розуміти свій прогрес у реальному часі. Загальний рейтинг, який показує лідерів і наступних за ним користувачів, що також підштовхне користувачів до більш активних дій на сайті або в додатку.

3. Цілі: досягнення короткострокових і довгострокових цілей. Успішні ігри легко занурюють гравців у стан потоку (flow state), за якого людина не помічає нічого навколо, не звертає уваги на час і повністю зосереджується на занятті [1]. Секрет у балансі, який лежить в основі таких ігор. Гравцеві завжди дається завдання, яке знаходиться на межі його можливостей. Воно не занадто легке – тоді буде нудно, і не занадто складне – тоді гравець відчуватиме тривогу та занепокоєння, а не бажання грати.

4. Мотиватори: зовнішні та внутрішні [4]. Необхідно забезпечити постійне підкріплення прогресу, як оцінкою, так і емоційне (бонуси, бали, зірки). Прагнення отримати нове заохочення буде стимулом до активних дій на сайті і гарантує мотивацію.

5. Ріст. У відеоіграх гравці чітко відчувають і бачать власний прогрес, навіть можуть його виміряти за допомогою балів, рівнів, рейтингів. Їм не потрібно чекати на кінець семестру, щоб дізнатися про свої успіхи. З кожним новим рівнем користувач отримує нові квести або місії, заохочення та нагороди, тобто логічний розвиток рівня складності. Ігри ж не тільки надають миттєвий зв'язок, але й дарують можливість зіграти ще раз, щоб виправити попередні помилки.

6. Навчання, вдумлива практика. Відео навчання розповідь, як працювати з середовищем або додатком - кожен користувач вчиться на конкретному прикладі, а не методом проб і помилок. Прості завдання допоможуть новим користувачам відразу включитися в процес «гри» на сайті.

7. Елемент змагання: порівняння з іншими користувачами. Таблиці або графіки, що демонструють положення користувача щодо інших, завжди спонукають користувачів до більш активних дій. Заохочуйте конкуренцію між ними. Ваші учні повинні задаватися питаннями: Як вибитися в лідери? Як обігнати найближчих конкурентів? Як отримати кращі результати?

8. Співпраця, командний дух: досягнення мети шляхом співпраці з іншими користувачами. Стимулюйте користувачів об'єднуватися в команди для виконання складних завдань і отримання командного результату.

9. Спільнота: соціальна активність. Спільнота і участь у ній надає сенс цілям, заохоченням, змаганням та іншим механізмам. Користувачі можуть обмінюватися досвідом і знаннями про те, як краще виконати ту чи іншу задачу, пояснюють плюси отримання бонусів та заохочень, розповідають про переваги при переході на новий рівень. Таке спілкування стимулює зростання нових користувачів і більш активну залученість старих.

10. Бали: реальні свідчення досягнень. Отримання досвіду, зростання статусу і накопичення балів — все це дозволяє користувачам отримати саме те, заради чого користувач виконував всі завдання і підвищував свій рівень.

Девід Перкінс у книзі «Розумні школи» (Smart Schools) описує принципи гарного викладання. Гра, як інструмент навчання, повинна відповідати цим принципам — давайте їх розглянемо візьмемо до уваги під час розробки завдань.

Гра ставить перед гравцем чіткі цілі та надає чіткі інструкції. Ми точно знаємо, навіщо виконуємо те чи інше завдання. Це зрозуміла та чітка інформація.

Баланс між складністю завдання та рівнем персонажа надає впевненості у власних силах. Ми точно знаємо, що пройдемо цей квест, якщо спробуємо ще кілька разів. Ми робимо продуктивні помилки. Право на помилки заохочує бажання досліджувати. А що як обрати іншу доріжку або зазирнути за ті загадкові двері? Це вдумлива практика.

Якщо ми щось робимо неправильно, гра одразу про це повідомляє: менше очок, нижчий рейтинг, game over. Треба щось змінювати — тут і зараз. Це інформативний зворотній зв'язок.

Із зовнішніми мотиваторами педагогіка впорається і без гри, а от внутрішні мотиватори (захоплива історія, самостійність гравця, відчуття росту та приналежності до групи) [4] наявні у якісних іграх. Тому принцип — мотиватори — в іграх реалізовано [3].

Гейміфікація — унікальна технологія. Вона не просто мотивує грати, але й тривалий час підтримує цю мотивацію. За статистикою Pew Research Center, 97% дітей віком від 12 до 17 років грають у відеоігри [2]. Така наполегливість — мрія викладачів, адже захопити увагу учнів та студентів на тривалий час — справжнє мистецтво. Залишається лише брати та застосовувати.

1. Csikszentmihalyi, M. Flow: The Psychology of Optimal Experience. New York: Harper Perennial. 2008

2. Lenhart, A., et al. Teens, Video Games, and Civics: Teens' Gaming Experiences Are Diverse and Include Significant Social Interaction and Civic Engagement. Pew internet & American life project, 2008.

3. Perkins D. Smart schools: From training memories to educating minds. Simon and Schuster, 2008.

4. Ryan R., Deci M. Edward L. Self-determination theory and the facilitation of intrinsic motivation, social development, and well-being. American psychologist, 2000, 55.1: 68.

УДК 37.013.8:37.014.5:004

Тимчина Н.С., ст. викладач

(Рівненський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти, м. Рівне,
Україна)

ІНФОРМАЦІЙНО-ОСВІТНЄ СЕРЕДОВИЩЕ НАВЧАЛЬНОГО ЗАКЛАДУ: РЕАЛІЇ СЬОГОДЕННЯ

Сучасний світ настільки динамічний, складний, енергетично насичений, що від освітян вимагає мобільності, потужності, миттєвої реакції на все нове. Освіта має бути на крок попереду від інших галузей, тому й однією із перших стала на шлях реформування. Держава визнає, що пріоритетним напрямом розвитку нової школи в Україні є впровадження сучасних інформаційно-комунікаційних технологій, що забезпечують удосконалення навчально-виховного процесу на компетентнісних засадах, підвищення доступності якісної, конкурентноспроможної освіти відповідно до вимог інноваційного сталого розвитку суспільства, підготовку людини до життєдіяльності в інформаційному просторі (ІП) [4]. Ефективне використання даних технологій надає можливість кожному навчальному закладу швидко реагувати на ті зміни, що відбуваються в освітньому просторі. Проте наразі не достатньо мати певну кількість комп'ютерів у закладі, треба бути частиною єдиного інформаційно-освітнього простору (ІОП) та формувати власне інформаційно-освітнє середовище (ІОС).

Інформаційно-освітнє середовище – це інтегроване середовище інформаційно-освітніх ресурсів (електронні бібліотеки, навчальні системи і програми), програмно-технічних і телекомунікаційних засобів, правил їхньої підтримки, адміністрування і використання, що забезпечують єдині технологічні засоби інформації, інформаційну підтримку та організацію навчального процесу, наукових досліджень, професійне консультування [3, с.91]

Створення інформаційно-освітнього середовища – процес тривалий і складний, для якого слід враховувати наступні вимоги:

- технічні: комп'ютерна техніка, наявність мережі, Wi-Fi технології;
- програмні: питання безпеки, інтегрованість, взаємодія;
- академічні: методичне наповнення, відповідність навчальним програмам;
- соціальні: етичний, культурологічний, нормативно-правовий аспекти;
- людські ресурси: ІКТ-грамотність, психологічна готовність, наявність фахівців.

Доцільно виділити наступні характеристики ІОС:

- відкритість (підтримка сучасних стандартів, технології Інтернет);
- можливість розширення (наращення функцій відповідно до специфічних запитів навчального закладу);
- масштабованість (збільшення кількості сервісів, що надаються у середовищі; об'єму інформації, яка може оброблятися);
- розширення баз даних і знань;
- інтегрованість (можливість організувати єдине освітнє середовище для розширення задач, пов'язаних з розробкою і проектуванням навчально-методичного забезпечення навчального процесу);
- адаптованість (динамічне налагодження під потреби як конкретного навчального закладу, так і окремого користувача).

Наразі достатньо програмного забезпечення для підтримки функціонування інформаційно-освітнього середовища навчального закладу. Зокрема, розглянемо

можливості програми NetSchool.

NetSchool - це комплексна інформаційна система для сучасного закладу освіти. Цей програмний продукт доступний будь-якому користувачеві закладу: директору, завучу, класному керівнику, викладачу, психологу/соціальному педагогу, спеціалісту з кадрів, медпрацівнику, секретарю, здобувачам освіти, батькам, адміністратору системи, технічному персоналу.

Кожен користувач має індивідуальні ім'я та пароль для входу в NetSchool. Права доступу до різних розділів бази даних школи можуть гнучко налаштуватися.

Побудова єдиного ІОС освітньої установи за допомогою NetSchool забезпечує:

- єдине середовище обміну інформацією в рамках навчального закладу (оголошення, каталог навчальних ресурсів, форум, електронна пошта, список заходів і т.п.), що покращує взаєморозуміння і співпрацю між усіма учасниками навчального процесу;
- оперативне отримання та аналіз інформації про навчальний процес для прийняття управлінських рішень;
- доступ до відомостей про співробітників, здобувачів освіти, батьків;
- ведення розкладу занять, виховних та наукових заходів;
- створення системи документообігу закладу;
- автоматизоване складання звітності для управління освіти;
- ведення календарно-тематичних планів, електронних журналів;
- підготовка і проведення тестування з навчальних дисциплін;
- робота з мультимедійними навчальними курсами, підключеними до електронного журналу NetSchool;
- можливість дистанційного навчання в рамках навчального процесу;
- розсилка батькам від керівника, куратора у вигляді SMS: звіти про успішність, інформація про збори, заходи, зміну занять та ін.;
- можливість вводити будь-які типи навчальних періодів: чверті, семестри, триместри, півріччя та ін.;
- гнучка (не обов'язково 5-бальна) шкала оцінок у журналі успішності;
- гнучкий механізм створення підгруп з предметів, профілів і компонент в навчальному плані, та ін.

Особливості. Робоче місце користувача може мати будь-яку операційну систему: Windows, Linux або Mac OS. NetSchool досить тільки на одному комп'ютері - сервері, а працювати в системі можна з будь-якого комп'ютера, включеного в локальну мережу закладу. На комп'ютерах користувачів не потрібно встановлювати спеціальних програм, потрібна лише програма-браузер. Робота в NetSchool виглядає як робота в Інтернеті, але доступ до Інтернету не обов'язковий: звернення відбувається не до зовнішніх сайтів, а до сервера NetSchool. Важливо, що користувач не прив'язаний до свого робочого місця і може працювати в системі з будь-якого ПК, в т.ч. з домашнього комп'ютера.

До основних проблем функціонування ІОС можна віднести: недостатнє оснащення закладів освіти сучасним інформаційно-комунікаційним обладнанням та швидкісним Інтернетом; відсутність комп'ютера та підключення до мережі ще в багатьох учнів і вчителів; недостатній рівень ІКТ-компетентності та мотивація педагогів щодо впровадження ІКТ у практику роботи та розвитку ІОП

Але незважаючи на проблеми, використання ІОС у навчальному закладі відкриває значні можливості для використання інноваційних підходів в освіті; забезпечує безперервну відкриту освіту, вирівнює умови для усіх, забезпечуючи рівний доступ до навчальних матеріалів, підвищення фахової майстерності та формування інформаційно-цифрових компетенцій педагога та життєвих компетентностей учня.

1. *Гаврилюк В.Ю.* Створення та функціонування інформаційно-освітнього середовища сучасного позашкільного навчального закладу : методичний посібник / В.Ю. Гаврилюк. – Біла Церква : КВНЗ КОР «Академія неперервної освіти», 2016. – 48 с.
2. *Задорожній М. І.* Теорія та методика електронного навчання: збірник наукових праць / М. І. Задорожній. – Кривий Ріг: Видавничий відділ КМІ, 2013. – 311 с. – (Випуск IV).
3. *Кадемія М. Ю.* Інформаційно-комунікаційні технології навчання: словник термінів / М. Ю. Кадемія. – Львів: СПОЛОМ, 2009. – 260 с.
4. *Тимчина Н. С.* Інформаційно-освітнє середовище як новий вимір сучасного навчального закладу/ Н.С. Тимчина // Науково-методичний вісник кафедри філософії, економіки та менеджменту освіти РОІППО / упоряд. О. М. Лютко; за ред. А. Л. Черній, В. В. Доліда. – Рівне : РОІППО, 2017. – Вип. 1. – 88 с.
5. *Чудінова Н.В.* Формування інформаційно-освітнього середовища навчання у Львівському державному університеті безпеки життєдіяльності / Н.В. Чудінова, Ю.І. Грицюк // Науковий вісник НЛТУ України : зб. наук.-техн. праць. – Львів : РВВ НЛТУ України. – 2012. – Вип. 22.2. – С. 384-392.
6. *Шишкіна М.П.* Перспективні технології розвитку систем електронного навчання / М. П. Шишкіна // Інформаційні технології в освіті. — 2011. — № 10. — С. 132–139.

УДК 004.043

Шпортко О. В., канд. техн. наук, доцент

(Рівненський державний гуманітарний університет)

ЗМЕНШЕННЯ РОЗМІРІВ СТИСНУТИХ ДАНИХ ЧЕРЕЗРЯДКОВИХ СКАНІВ ГРАФІЧНОГО ФОРМАТУ JPEG

На сьогодні графічний формат JPEG [1] фактично є стандартом для збереження фотореалістичних зображень [2]. Популярності цього формату сприяють високі показники стиснення при спотвореннях, які практично не фіксуються оком людини, оптимізовані алгоритми кодування/декодування та підтримка практично всіма сучасними браузерями і програмами для обробки зображень. Фотоапарати, відео- та web-камери фіксують зображень теж, як правило, у форматі JPEG. Вдосконалення алгоритмів стиснення, реалізованих у цьому форматі, та їх закріплення в подальших версіях відповідного стандарту дасть змогу зменшити обсяги використання дискового простору, які займають JPEG-файли. Саме тому підвищення ефективності стиснення зображень шляхом вдосконалення формату JPEG є на цей час актуальним завданням.

Кодування зображень JPEG у найуживанішому послідовному режимі виконується в декілька етапів [3]: спочатку виконується перехід з колірної моделі RGB в YCrCb та субдискретизація (відбір з заданим кроком) значень компонентів; після цього отримані яскравості окремих компонентів розбиваються на мінімальні кодові блоки (MCU), які складаються з блоків одиниць даних по 8 x 8 значень; до кожної одиниці даних послідовно застосовується двомірне дискретне косинусне перетворення (ДКП [4]), після чого отримані коефіцієнти ДКП квантуються (діляться на визначені значення кожен) і послідовно кодується за алгоритмом Хафмана [5].

Обробка яскравостей компонентів у форматі JPEG може відбуватися за декілька проходів (сканів). MCU у кожному скані обробляються послідовно по рядках зверху вниз, а у кожному рядку – підряд зліва направо. Якщо скан містить значення яскравостей лише однієї компоненти, то він називається *порядковим* і у ньому кожен MCU містить лише одну одиницю даних. Коли ж скан поєднує у собі значення

декількох компонентів, то він називається *черезрядковим* і кількість одиниць даних у ньому по кожній компоненті визначається частотою дискретизації цієї компоненти (може знаходитися в межах від 1 до 4).

Перший коефіцієнт DCT фактично визначає середнє значення яскравості одиниці даних (у форматі JPEG він називається DC [3]), а інші 63 (AC) задають коливання відносно цього середнього значення. Саме тому коефіцієнти DC і AC у форматі JPEG кодуються з використанням різних таблиць Хафмана. Причому для коефіцієнта DC кодується його відхилення від такого ж коефіцієнта попередньої одиниці даних MCU.

Але попередня одиниця даних MCU для черезрядкових сканів може міститися в наступних рядках одиниць даних і кореляція з нею може виявитися незначною. Саме тому для кодування коефіцієнта DC черезрядкових сканів ми пропонуємо використовувати не його різницю з коефіцієнтом DC попередньої одиниці даних MCU, а його різницю з коефіцієнтом DC **попередньої одиниці даних у тому самому рядку** одиниць даних (аналогічно кодуванню цього коефіцієнта у рядкових сканах).

Застосування такого вдосконалення JPEG-кодування, наприклад для стиснення зображень тестового набору Kodak True Color Images, додатково зменшує розміри файлів у цьому форматі в середньому на 0.3 %. Цікаво, що при використанні для кодування різниці коефіцієнта DC з таким самим коефіцієнтом попереднього рядка одиниць даних зменшення розміру цих самих файлів у середньому становить вже 0.35 %, але при цьому доводиться зберігати всі коефіцієнти DC попереднього рядка. Наголосимо, що використання запропонованого нами вдосконалення JPEG-кодування не впливає на час кодування/декодування та на якість стиснутого зображення.

Надалі, з метою подальшого зменшення розмірів JPEG-файлів, ми плануємо також дослідити кореляцію коефіцієнтів AC між суміжними одиницями даних.

1. Wallace G. K. The JPEG still picture compression standard / G. K. Wallace // Communication of ACM. April 1991, Vol. 34, № 4.

2. Методы сжатия данных. Устройство архиваторов, сжатие изображений и видео / Д. Ватолин, А. Ратушняк, М. Смирнов, В. Юкин. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 2003. – С. 306-311.

3. Миано Дж. Форматы и алгоритмы сжатия изображений в действии: Учеб. пособ. / Дж. Миано. – М.: Триумф, 2003. – С. 57-224, ил. – (Серия: Практика программирования).

4. Сэломон Д. Сжатие данных, изображений и звука / Д. Сэломон. – М.: Техносфера, 2006. – С. 189-192. – (Серия: Мир программирования: цифровая обработка сигналов).

5. Huffman D. A Method for the Construction of Minimum Redundancy Codes / D. Huffman // Proceedings of the IRE. – Sept. 1952. – Vol. 40(9). – P. 1098–1101.

УДК 378. 147

Юскович-Жуковська В.І., к.т.н., доцент, Близнюк С.В., аспірант

(ПВНЗ «Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана Дем'янука», м. Рівне, Україна)

ЄВРОПЕЙСЬКА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОННОГО НАВЧАННЯ

В сучасних умовах інтенсивного розвитку інформаційних та телекомунікаційних технологій система електронного навчання набуває ще більшої популярності. Так, в європейських навчальних закладах накопичений позитивний досвід з електронної освіти. Нові засоби подання навчального матеріалу включають в себе анімацію, звукове

оформлення, тривимірне зображення тощо. Мультимедійність забезпечує представлення навчального матеріалу у текстовому, аудіо - і відео - форматах.

Більшість вищих учбових закладів Європи запровадили зручну для студентів форму електронного навчання набагато раніше ніж Україна. Одним із світових лідерів в області електронної освіти вважають Великобританію, США та Канаду. Університети, коледжі і навчальні центри цих країн успішно реалізують дистанційне навчання в діалоговому режимі. Цьому сприяє високий рівень комп'ютеризації населення, розвинені системи зв'язку і телекомунікації.

Урядами більшості європейських країн були прийняті урядові документи, які направлені на підтримку впровадження ІКТ навчальні заклади країн з метою підготовки фахівців для роботи в інформаційному суспільстві.

В результаті було створено велику кількість центрів дистанційного навчання в навчальних закладах, а також створені організаційні структури, що підтримують і сприяють впровадженню і розповсюдженню дистанційного навчання в Європі (European Distance Education Net).

Широкий ринок дистанційних послуг пропонує Німеччина, в якій дистанційна освіта має свої особливості. За середніми оцінками світових освітніх систем дистанційне навчання обходиться на 50% дешевше за традиційні форми навчання. Проте, розкид вартості програм для студентів дуже широкий, від безкоштовних до ціною у декілька тисяч доларів. Кількість тих, хто отримав вищу освіту, використовуючи дистанційну форму навчання, у 2000 році склала 90 млн. чоловік, а за прогнозами у 2023 році складатиме 120 млн. чоловік [1].

Застосування комп'ютерних та інформаційних технологій активізує процес навчання у закладах вищої освіти, дистанційне навчання дозволяє використовувати технології www нового покоління. Під час дистанційного навчання використовуються такі основні елементи: дистанційні курси, веб - сторінки й сайти, електронна пошта, форуми й блоги, ICQ, Skype, теле - і відео конференції, віртуальні класні кімнати, електронні бібліотеки та інше. Електронні джерела інформації дозволяють проводити наступні форми занять: чат-заняття, веб-заняття, веб-квести, форуми з актуальної тематики тощо.

Характерною тенденцією дистанційної освіти в більшості країн Європи є об'єднання організаційних структур дистанційного університетського навчання, який називають консорціумом університетів, що координує електронну діяльність декількох університетів. Консорціум університетів пропонує набір електронних курсів, розроблених у різних університетах, починаючи від курсів для абітурієнтів до курсів для одержання вчених ступенів [2].

Таким чином, електронне дистанційне навчання представляє собою високотехнологічний продукт, що інтенсивно поширюється в усьому світі. Сполучною ланкою між викладачем і студентом є сучасні комп'ютерні та інформаційно-телекомунікаційні технології. Визначальну роль в європейському освітньому просторі сьогодні відіграє дистанційна професійна освіта. Найбільші заклади вищої освіти Європи пропонують on-line програми, on-line курси з величезної кількості спеціальностей і дисциплін.

Університети дають змогу on-line здобути диплом бакалавра чи магістра з різноманітних спеціалізацій. Для вступу необхідно заповнити on-line-форму, завантажити копії своїх документів, вибрати курс, кваліфікацію, зареєструватись та оплатити навчання. В кожному університеті є свої вимоги при вступі. Так, закордонним студентам необхідно підтвердити свій рівень володіння англійською мовою. Всі on-line програми узгоджуються з інтернаціональною мережею вищих навчальних закладів. Дипломи on-line-навчання мають таку саму цінність, як і звичайні, та повністю

визнаються при працевлаштуванні в будь-якій розвинутій країні.

У Великій Британії впроваджено національну стратегію розвитку електронної освіти. Такий спосіб побудови системи електронного навчання потребує від студентів опанування набору специфічних умінь, серед яких найбільш важливими є: використання інформаційних джерел, аналіз та інтерпретація отриманої інформації; образне й гнучке використання інформаційних технологій, аргументоване опрацювання інформації, аналітичне судження; творче мислення; прийняття рішення, вміння робити огляд, модифікувати й оцінювати виконану роботу тощо.

Так, Лондонська Школа Бізнесу і Фінансів пропонує своїм студентам 100% дистанційне навчання on-line. Основним стимулом для обрання студентом послуг дистанційного навчання є універсальний доступ до нього при значно меншому розмірі ціни. Наприклад, у 2015 році європейські університети пропонували близько 1000 курсів у мережі Інтернет на різних мовах. Усі ці курси ідентичні тим, що вивчаються в університетах при стаціонарній формі навчання. Такі електронні курси є невід'ємною складовою освітнього процесу.

Європейська модель дистанційного навчання характеризується взаємною акредитацією вищих навчальних закладів, високоякісними стандартами освіти, відкритим характером університетів, що дозволяє студенту вибирати вищий заклад освіти і перелік електронних навчальних дисциплін. Фінансування дистанційного навчання здійснюється переважно урядами європейських країн [3].

Модель електронного дистанційного навчання в США, на відміну від європейської моделі, характеризується формуванням віртуальних університетів, що використовують передові інформаційні, комп'ютерні та мережеві технології. Значну роль у розвитку й фінансуванні дистанційного навчання в США відіграють комерційні структури, що прагнуть підвищити рівень кваліфікації своїх співробітників. При цьому у США, на відміну від європейських ЗВО, не існує єдиної системи контролю дистанційної освіти, [3].

Система дистанційної освіти поступово займає своє гідне місце в системі освіти України, оскільки електронне навчання з використанням новітніх КТ та ІКТ сприяє підвищенню якості професійної підготовки майбутніх фахівців та робить їх конкурентно-спроможними у своїй галузі та у світі.

Авторами досліджено, що європейський досвід з використання новітніх інформаційних технологій в професійній освіті вимагає від навчального процесу чітких правил до інформаційного забезпечення системи електронної освіти в цілому. Перспективність електронної дистанційного навчання обумовлюється його економічними показниками та порівняльною ефективністю.

1. www.buklib.net/books/242021 з екрану.
2. *Андреев, А.А.* В.И Солдаткин,. Дистанционное обучение: сущность, технология, организация – М.: Изд-во МЭСИ, 2000. – 350 с.
3. *Рябченко, О.* Все “за” и “против” дистанционного обучения через Интернет. – Режим доступа: <http://www.internews.ru/era/6/6.html>. –Заголовок с экрана, 2003.

УДК 004.512.4

Юскович-Жуковська В. І., к.т.н., доцент, Лотюк Ю.Г., к.п.н., доцент

*(Міжнародний економіко-гуманітарний університет імені академіка Степана
Дем'янчука, м. Рівне, Україна)*

БЕЗДРОТОВИЙ ДОСТУП ДО ДИСТАНЦІЙНИХ КУРСІВ

На сьогодні дистанційні курси являють собою освітній електронний інструмент, який є корисним одночасно і для викладачів, і для студентів. Спеціалізоване інформаційне освітнє середовище базується на засобах обміну навчальною інформацією на відстані.

Система дистанційного навчання дозволяє набути необхідних знань за допомогою ПК з можливістю підключення до мережі Інтернет. Враховуючи перспективність дистанційної освіти, слід вказати на актуальність створення у вищих навчальних закладах дистанційних курсів з навчальних дисциплін і забезпечення бездротового доступу до них.

Для подолання існуючих обмежень у бездротовому доступі до дистанційних курсів були створені різні моделі та інструменти програмного забезпечення надавачів освітніх послуг.

Так, eXe learning – це XHTML редактор матеріалів для електронного навчання [2]. Він є інструментом для викладачів, які досконало не володіють мовою розмітки HTML і застосовує проектування, розробку та публікацію навчальних і методичних WEB матеріалів без необхідності вивчення HTML або складних додатків для WEB розробки.

eXe learning – це освітній інструмент, він представляє викладачам і студентам технологію, яка одночасно надає інформацію з теорії – зміст і засоби для перевірки засвоєння предмета – взаємодія. eXe покликаний забезпечити інтуїтивність і простоту використання інструментарію, який дозволить викладачам видавати професійно оформлені навчальні веб-сторінки [1]. eXe є інструментом, який надає професійні можливості веб – публікації, що можуть бути легко впроваджені або імпортуватися навчальними системами керування вмістом LCMS.

Більшість CMS в тому числі і LCMS використовують централізовану модель, що вимагає для створення авторських матеріалів підключення до єдиного веб-сервера [1]. Це обмежує, або взагалі унеможлиблює роботу з дистанційними курсами, коли канал Інтернет має низьку пропускну здатність або з'єднання відсутнє взагалі. eXe може працювати як автономний інструмент розробки без необхідності підключення до сервера.

Багато CMS і LCMS не забезпечують інтуїтивного середовища WYSIWYG ("що бачу то і отримую в результаті"), коли автори можуть бачити, як їх матеріал буде виглядати в браузері після публікації, особливо це стосується автономного режиму. WYSIWYG функціонал eXe дозволяє користувачам бачити, як матеріали будуть виглядати після публікації онлайн [2].

Додатки для web-розробки, такі як Frontpage і Dreamweaver можуть запропонувати користувачам досить потужний інструмент для web-дизайну, проте навчання професійній роботі з ними може зайняти багато часу і вимагати певних знань і навичок від персоналу.

В eXe можливо створювати елементи, навчальних ресурсів і представляти їх в технічно простій і легкодоступній формі. В оточенні середовища eXe, ці форми називаються як iDevices – інструктивні пристрої (рис. 1). Побудувавши навчальні матеріали, з певною структурою і iDevice-ами користувачі можуть в подальшому поліпшувати свої власні шаблони для повторного використання.

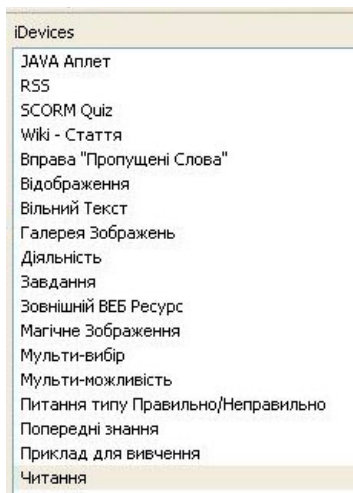


Рис.1. Поля в iDevice системи eXe learning

Таким чином, у середовищі eXe, викладачі зможуть розробляти індивідуальну структуру, яка б відповідала їх потребам подання змісту курсу і зробити електронний ресурс гнучким, а також легко його оновлювати. Адже розширений текстовий редактор дозволяє заповнювати поля в iDevice з основними елементами форматування і редагування, а також передбачає бездротовий доступ до створених дистанційних курсів.

1. Посібник користувача та адміністрування eXe. [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. — Режим доступу: <https://exelearning.org/wiki/TracGuide> (дата звернення 29.12.2017) – Назва з екрана.

2. eXe, the eLearning XHTML editor. [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. — Режим доступу: https://wikieducator.org/Online_manual (дата звернення 29.12.2017) – Назва з екрана.

УДК 004.62, 004.67

¹Яйлимов Б.Я., к.т.н., ^{1,2}Лавренюк М.С., аспірант, ³Яйлимова Г.О., аспірантка

(¹Інститут космічних досліджень НАН України та ДКА України, ²Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», ³Київський національний університет імені Тараса Шевченка, м. Київ, Україна)

ОЦІНКА СТАНУ ЗЕМНОГО ПОКРИВУ НА ОСНОВІ ГЕОПРОСТОРОВИХ ДАНИХ

Використання монокультур, порушення сівозмін, майже повна відмова від органічних добрив приводять до дегуміфікації ґрунтів, зменшення врожаїв і деградації земель в цілому. Така ситуація характерна для багатьох регіонів України. У світі для оцінки ступеня деградації земель та забезпечення рівня LDN (Land Degradation Neutrality) за підтримки ООН розроблено методики оцінки ґрунтово-рослинного покриття [1]. В межах глобальної програми підтримки, пілотного проекту комітету ООН по боротьбі з опустелюванням та програми, спрямованої на забезпечення нейтрального рівня деградації ґрунтів, визначено ряд інформативних індикаторів, які дають

можливість оцінювати поточний стан ґрунтів. Серед цих індикаторів виділено тренди змін рослинного покриву (Vegetative Land Cover Change), динаміка змін продуктивності ґрунтів (Land Productivity Dynamics - LPD) та тренди по запасах вуглецю над та під землею (запаси органічного вуглецю ґрунту (soil organic carbon (SOC))). В даній роботі детально буде розглянутий перший індикатор (тренди змін земного покриву). Карти земного покриву є джерелом інформації для індикації змін рослинного покриву [2, 3].

Зміни земного покриву, що виникають протягом кількох десятиліть на території України є результатом комплексної дії різнорідних факторів. Не володіючи інформацією про тренди змін земного покриву, площі та регіони, в яких відбуваються зміни, неможливо прийняти правильні рішення на національному або регіональному рівні. Оскільки точність побудованої карти земного покриву впливає на виявлення змін земного покриву, важливим є обробка великих об'ємів супутникових даних із використанням високопродуктивних обчислень та відповідного математичного апарату [4, 5]. Використовуючи власну методологію класифікації земного покриву на основі даних високого просторового розрізнення супутників Sentinel-1 та Sentinel-2 [6-8] створено карти земного покриву для всієї території України, які відкривають нові можливості для вирішення моніторингових задач при виявленні деградації земель. Розроблена технологія дає можливість створювати карти земного покриву із просторовим розрізненням 10 м кожного року, що є ключовим моментом в оцінці трендів змін земного покриву для території України [9-10].

В даній роботі проведено дослідження, щодо спостереження змін земного покриву на рівні всієї території України. В роботі проведений аналіз даних за офіційними статистичними джерелами та порівняно їх з отриманими на основі супутникових даних та історичних наземних даних. Детальніша інформація буде представлена на конференції.

1. Land Degradation Neutrality. Електронний ресурс – режим доступу станом на 15.12.2017: <http://www2.unccd.int/issues/land-sdgs/land-degradation-neutrality>.
2. Kussul N. Regional scale crop mapping using multi-temporal satellite imagery / N. Kussul, S. Skakun, A. Shelestov, M. Lavreniuk, B. Yailymov, O. Kussul // International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing & Spatial Information Sciences. – 2015. – P. 45–52.
3. Lavreniuk M.S. Large-Scale Classification of Land Cover Using Retrospective Satellite Data / M.S. Lavreniuk, S.V. Skakun, A. Ju. Shelestov, B.Ya. Yalimov, S.L. Yanchevskii, D.Ju. Yaschuk and A.M. Kosteckiy // Cybernetics and Systems Analysis. – 2016. – Vol 52, No 1. - P. 127-138.
4. Kussul N. Land Cover Changes Analysis Based on Deep Machine Learning Technique / N. Kussul, N. Lavreniuk, A. Shelestov, B. Yailymov, I. Butko // Journal of Automation and Information Sciences. – 2016. – Vol. 48, No. 5. – P. 42-54.
5. Lavreniuk M. Regional Retrospective High Resolution Land Cover For Ukraine: Methodology And Results / Lavreniuk M., Kussul N., Skakun S., Shelestov A., Yailymov B. // IGARSS 2015, № 15599383, – P. 3965-3968.
6. Kussul N. High resolution land cover for Ukraine / N. Kussul, A. Yu. Shelestov, R. Basarab, B. Yailymov, M. Lavreniuk, A. Kolotii / Space research in Ukraine. - January 2016. - P. 44-47.
7. Kussul N. Deep Learning Classification of Land Cover and Crop Types Using Remote Sensing Data / Nataliia Kussul, Mykola Lavreniuk, Sergii Skakun, Andrii Shelestov // IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters. – 2017. – Vol. 12. No. 5. – P. 778 - 782. - DOI: 10.1109/LGRS.2017.2681128.
8. Kussul N. Land degradation estimation from global and national satellite based datasets within UN program / Nataliia Kussul, Andrii Kolotii, Andrii Shelestov, Bohdan Yailymov, Mykola Lavreniuk / 9th IEEE IDAACS. – 2017. – P. 383–386. - 10.1109/IDAACS.2017.8095109.
9. Kussul N. Data Assimilation Technique For Flood Monitoring and Prediction / Kussul N., Shelestov A., Skakun S., Kravchenko O. // International Journal on Information Theory and Applications. – 2008. – Vol. 15, No. 1. – P. 76-84.
10. Skakun S. The use of satellite data for agriculture drought risk quantification in Ukraine / S. Skakun, N. Kussul, A. Shelestov, O. Kussul // Geomatics, Natural Hazards and Risk. – 2015. – P. 1-18.– DOI: 10.1080/19475705.2015.1016555.

Секція 8. ПИТАННЯ ІСТОРІЇ ТА МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ

УДК 378.147.227

Задерей Н. М., к. ф.-м. н., доцент, Нефьодова Г. Д., к. ф.-м. н.,

Мельник І. Ю., к. т. н., доцент

*(Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут
імені Ігоря Сікорського», м. Київ, Україна,*

Київський університет імені Бориса Грінченка, м. Київ, Україна)

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЇ МЕНТАЛЬНИХ КАРТ У ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ ТА ІНФОРМАТИКИ

Одним з пріоритетних напрямків нової освітньої стратегії є питання розвитку технологій передачі знань, які мають стимулювати засвоєння майбутніми фахівцями базових понять, формувати у студентів основи професійних і ключових компетенцій, що надалі сприятиме конкурентоспроможності, успішній соціалізації та становленню професійної ідентичності. Досить значний об'єм інформації, з яким повсякчас стикаються як студенти, так і викладачі, не завжди належно структурований. Досить важко інтенсифікувати учбовий процес, вірно виділити основні проблеми та ідеї.

Незалежна неприбуткова дослідницька група Institute for the Future (ITF), яка займається питаннями, пов'язаними з прогнозуванням, сформулювала ключові навички людей майбутнього, що є необхідними для ефективної взаємодії в сучасному світі. Однією з основних рушійних сил, яка змінює та формує основи сьогодення, було визначено стрімке розповсюдження розумних технологій. Науковці ITF виділили комплекс навичок, що відповідають на ключові виклики, які очікують прийдешні покоління [1].

Всі навички, що матимуть фундаментальне значення, розподілено за наступними категоріями: особистісні, соціальні, аналітичні і навички синтезу. Зупинимось на аналітичних навичках й розглянемо одну з них - селективність, поняття якої тісно пов'язано з здатністю ранжувати та фільтрувати інформацію за важливістю, а також з володінням інструментами та методами оптимізації процесу навчання.

Ефективність сприйняття та засвоєння наукової інформації в першу чергу залежить від носія та способу відображення цієї інформації. Якщо раніше до цифрових освітніх ресурсів відносилися, як до допоміжних, то в наш час вони зайняли місце основних засобів навчання та пізнання.

Технологія ментальних карт є одним з засобів обробки та зберігання інформації. Методика застосування в учбовому процесі ментальних карт спирається на інформаційну модель мислення, при цьому активізується мотивація студентів за рахунок посилення візуалізації учбового процесу та комунікаційних зв'язків між викладачами та студентами.

Майндмеппінг (mindmapping, ментальні карти) — це зручна і ефективна техніка візуалізації мислення і альтернативного запису, що реалізується у вигляді діаграми, на якій зображені слова, ідеї, завдання або інші поняття, зв'язані гілками, що відходять від центрального поняття або ідеї. В українських перекладах термін може звучати по-різному — «карти розуму», «карти пам'яті», «інтелект-карти», «майд-мепі» [2].

Побудова власної ментальної карти, свідоме моделювання когнітивних функцій, тобто моделювання здатності до розумового сприйняття та переробки зовнішньої

інформації як в межах загальної стратегії, так і під потреби кожної окремої задачі вирішуються під час освітнього процесу.

Використання ментальних карт у процесі викладання математики та інформатики має ряд особливостей і є корисним механізмом для освоєння структурованої інформації. Починаючи процес вивчення нового предмету, студент разом з викладачем створює ментальну карту засвоєння всієї дисципліни. Обговорюються основні теми курсу, практичні задачі й робота для самостійного виконання, важливі завдання, пов'язані з темами дослідження та інструментарій, який потрібен для виконання поставлених задач. Графічний метод представлення інформації дає змогу краще запам'ятати і засвоїти структуру навчального матеріалу, що буде вивчатись протягом семестру. Після створення такої ментальної карти для конкретного предмету кожний студент отримує копії, до яких періодично повертається, вивчаючи даний предмет, й бачить всю структурно-логічну схему свого навчання.

Наступним кроком у використанні ментальних карт є оформлення лекційного матеріалу, що дає можливість увесь зміст лекції зобразити прозоро, з вбудованими відео-матеріалами, презентаціями та іншими візуальними засобами. В такій лекції легко оновлювати інформацію, структуроване представлення матеріалу надає можливість зрозуміти основну ідею даної теми й викласти весь обсяг наукової інформації, який пропонується студенту.

Лекційний матеріал на основі ментальних карт є гнучким, його легко пристосовувати до умов, що змінюються. У наш час стрімких змін і розвитку всіх сфер життя викладач повинен легко і без значних витрат часу вносити корективи до своїх лекцій, створювати нові лекції, зовсім не схожі на попередні. Після лекційного матеріалу студенту надається ряд завдань: дослідити деякі питання, знайти належну інформацію чи доведення окремих теорем чи властивостей, самостійно ознайомитися з додатковим матеріалом, проаналізувати та розкрити запропоновані теми, порівняти їх з власними роздумами, ознайомитися із запропонованими термінами й визначити, які з них є ключовими.

Всі сформовані завдання також представлені у вигляді інтелект-карт, що надає можливості студенту бачити весь спектр завдань одночасно й обрати власну схему їх виконання. Інтелект-карти допомагають студенту створювати алгоритми виконання інформаційних завдань, правильно вести запис даних й виконувати різноманітні операції, наприклад, сортування формул, графіків.

Порівняно з лінійним текстом, інтелект-карти не лише містять лекційний матеріал, але й демонструють взаємозв'язки між його частинами, тим самим забезпечуючи глибше розуміння предмета студентами та можливість швидкого поновлення його у пам'яті.

Використання ментальних карт для управління знаннями - корисний механізм, оскільки ментальні карти можуть докладно представити знання завдяки глибоким відгалуженням. Практичні задачі для роботи з інтелект-картами дозволяють прив'язувати графічні інтерпретації, таблиці, алгоритми, діаграми тощо до основного тексту. Графічне відображення загальної структури карти сприяє полегшенню доступу до інформації, дає можливість перегляду матеріалу через деякий проміжок часу, щоб побачити цілісну картину чи недостатню інформацію. Всі ці можливості інтелект-карт підтримують здатність до математичного та абстрактного мислення, формулювання та досліджування моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних і прикладних задач.

1. <http://www.iftf.org/home/> .
2. <https://sites.google.com/site/kartyrozumu/>

РОЛЬ І МІСЦЕ ХМАРНИХ ТЕХНОЛОГІЙ В УДОСКОНЕЛЕННІ НАВЧАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ВНЗ

Для підготовки високопрофесійних спеціалістів вищі навчальні заклади використовують різні форми навчання, які спираються на застосування електронних засобів зв'язку для обміну інформацією між викладачами та студентами. Базою для створення глобальної навчальної мережі та електронних посібників для вивчення окремих дисциплін є хмарні технології, застосування яких зумовлює підвищення якості підготовки спеціалістів у ВНЗ та мобільність викладачів і студентів.

З розвитком Інтернету, збільшенням потужностей серверів та зростанням швидкості передачі даних у Мережі з'являється послуга Software-as-a-Service — програмне забезпечення, як сервіс. Дійсно масовими хмарні технології стали після впровадження компанією Google платформи Google Apps для веб-додатків. На даний час основними провайдерами хмарних технологій є Amazon, Goggle, Sale force, Microsoft [1].

Хмарні технології дуже зацікавили педагогів-новаторів. Використання хмарних технологій у навчальному процесі досліджували: Морзе Н.В. – загальні педагогічні аспекти використання хмарних обчислень у навчальному процесі; Воронкін О. С. – побудову персональних навчальних середовищ на основі хмарних технологій; Триус Ю.В. – хмарні технології у професійній підготовці студента; С.О. Семеріков – хмарний засіб навчання комп'ютерного моделювання фізичних процесів. Багато вчених розглядали використання хмарних технологій у дистанційному навчанні.

При застосуванні хмарних технологій не потрібні потужні комп'ютери та дороге програмне забезпечення, доступний великий обсяг даних, що зберігаються у хмарі, хмара доступна з різних робочих місць, мала імовірність втрати даних.

При переході від традиційного використання комп'ютерної техніки до хмарних технологій ВНЗ може зекономити величезні кошти, оскільки не потрібні дорогі комп'ютери. Також не потрібно сплачувати кошти за ліцензії до навчальних, бухгалтерських та інших програм.

Так на прикладі лише сервісів від Google, а саме Google Apps Education Edition, ми бачимо, що Google Apps підтримує всі навчальні програми, а до термінальних пристроїв висуваються лише мінімальні технічні вимоги. Уваги заслуговують також Google Groups, Microsoft Office Web Apps, Google Docs, Google Knoll, Google Translate, Amazon EC2 та інші [1].

За допомогою хмарних технологій можливо створити віртуальне навчальне середовище. Студент у такому середовищі отримує доступ до навчальних матеріалів, при цьому можливо відразу почати роботу над завданням у спеціалізованій програмі чи пакеті. Викладач контролює роботу студентів, перевіряє виконані завдання, допомагає порадами. Можливо створювати навіть віртуальні навчальні аудиторії, у яких проводити on-line заходи: лекції, семінари, лабораторні роботи, конференції.

За допомогою хмарних сервісів викладач має доступ до своїх матеріалів будь-де і будь-коли. Вони відкривають нові можливості передачі знань: онлайн уроки, вебінари, кооперативні лабораторні роботи, комунікація із студентами інших країн тощо [2].

Викладач, готуючись до лекції або практичного заняття, створює файл, що є

конспектом заняття. При цьому студент, опрацюовуючи теоретичний матеріал, зможе не тільки пасивно отримувати інформацію, але й переносити у свій документ та змінювати деякі фрагменти конспекту: приклади розв'язування задач, формули, функції та інше. При встановленні відповідного режиму у пакеті відразу відбудеться перерахунок робочого аркуша, і можна негайно побачити оновлений результат. Запозичуючи з конспекту заняття основні формули та функції, можна суттєво зекономити час, який раніше витрачався на програмування стандартних алгоритмів, що мають лише допоміжне значення.

Виконуючи отримані завдання, студент зможе створювати модель розв'язку з окремих компонентів Web середовища та легко здійснювати самооцінку своєї діяльності. Студент, аналізуючи та візуалізуючи залежності, може контролювати результат своєї роботи — допустив він помилку чи ні [2].

Форми використання хмарних технологій викладачем ВНЗ: віртуальний методичний кабінет, віртуальна аудиторія, сховище навчальних матеріалів, бібліотека відеоуроків тощо.

1. Mell P., Grance T. Effectively and Securely Using the Cloud Computing Paradigm / National Institute of Standards and Technology, Information Technology Laboratory, 2009. [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. — Режим доступу: <http://csrc.nist.gov/groups/SNS/cloud-computing/cloud-computing-26.ppt> (дата звернення 16.01.2018) – Назва з екрана.

2. Соловов А.В. Проектирование компьютерных систем учебного назначения. — учебное пособие.— Самара, 2010. [Електронний ресурс]: [Веб-сайт]. — Режим доступу: <http://cnit.ssau.ru/kadis/posob/> (дата звернення 16.01.2018) – Назва з екрана.

УДК 681.31

Пилипюк Т.М., к. ф.-м. н., ст. викладач

(Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський, Україна)

З ІСТОРІЇ РОЗВИТКУ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОЇ ТЕХНІКИ В МІСТІ КАМ'ЯНЕЦЬ-ПОДІЛЬСЬКОМУ

Знання історичних періодів розвитку комп'ютерних наук та інформаційних технологій, основних представників різних наукових шкіл, поколінь ЕОМ, перспектив розвитку технічних засобів та інформаційних технологій сприяють підвищенню інтересу до вивчення фахових дисциплін та різних розділів інформатики, поглибленому розумінню студентами історичних умов виникнення та розвитку обчислювальної техніки.

Витоки інформаційних технологій – одного з найважливіших сучасних напрямів розвитку науки і техніки – сягають далеко в глиб століть. І лише в середині ХХ століття були створені перші ЕОМ. Починаючи з 60-х років минулого століття з метою керування технологічними процесами здійснювалося проектування і багатосерійне виробництво ЕОМ. Більше третини обчислювальної техніки, що випускалася серійно в колишньому Радянському Союзі, було розроблено в Інституті кібернетики НАН України [3].

За навчальними планами бакалаврів і магістрів спеціальності «Комп'ютерні науки та інформаційні технології» студенти вивчають навчальні дисципліни «Історія

обчислювальної техніки», «Історія науки і техніки», «Історія прикладної математики та інформатики». «Історія розвитку обчислювальної техніки» є окремим розділом кожної з перелічених навчальних дисциплін, у якому в окремому темі виділяється історія розвитку обчислювальної техніки в місті Кам'янець-Подільському – місті, в якому студенти університету проживають і навчаються.

Історія обчислювальної техніки в місті Кам'янець-Подільському розглядається на прикладі діяльності Кам'янець-Подільського проектно-конструкторського бюро автоматизованих систем управління (ПКБ АСУ), заснованого у 1981 році. ПКБ АСУ – потужна провідна організація свого часу, яка в останні десятиліття ХХ ст. вирішувала важливі для підприємств міста завдання – розробку і впровадження програмного забезпечення різних технологічних процесів на робочих місцях. Цікавим фактом є те, що розробка АРМів (автоматизованих робочих місць) в цій організації здійснювалась з використанням ЕОМ різних поколінь – від ЕОМ ЄС-1022 (ЄС-1045) до ПК п'ятого покоління.

ЕОМ ЄС-1022 з основними технічними характеристиками: продуктивність 80 тис. операцій/с, 128 Кб ОЗП, споживана потужність 25 кВА, кількість селекторних каналів – 2, швидкість селекторних каналів 500 Кб/с операційна система ДОС, площа 108 м² [4], знаходилась в експлуатації до 1984 року. ЕОМ ЄС-1045 з технічними характеристиками: продуктивність 660 тис. операцій/с, 4 Мб ОЗП, споживана потужність 35 кВА, пропускна спроможність каналів 5 Мб/с операційна система ОС-6.1 [4], знаходилась в експлуатації з 1992 року і була демонтована у 1996 році. Мови програмування – COBOL, PL/I.

Паралельно з цими ЕОМ розробка програмного забезпечення здійснювалась на вітчизняних професійних персональних електронно-обчислювальних машинах (ПЕОМ) ИСКРА 226, пізніше – ИСКРА-1030 (з 1987 р.), яка базувалася на одній з найбільш популярних в той час операційних систем MS DOS і мала центральний процесор з швидкістю порядку 1 млн. операцій/с, ОЗП ємністю 256 або 512 Кб, клавіатуру, накопичувачі на гнучких магнітних міні-дисках і на жорстких магнітних дисках типу «вінчестер», алфавітно-цифровий друкарський пристрій [1]. Це була модель ПЕОМ, сумісна з IBM PC/XT/AT. Програмування здійснювалося мовою Basic.

З 1985 по 1988 р.р. також використовувалися для роботи ДВК-3, ДВК-4. З 1993 року почали використовувати ПК серій IBM PC, IBM XT та IBM AT, що базувалися на МП Intel 80286/80386/80486. Поширеною мовою програмування, крім Basic, стала мова програмування Pascal, яка ще з 70-их років ХХ ст. стала загальноживаною для навчання студентів [2]. З початку ХХІ ст. використовують ПК серії Pentium.

Так на зламі століть відбувся стрімкий розвиток обчислювальної техніки, тому за такий короткий період розробникам АСУ довелося працювати з різними ЕОМ.

ЕОМ «без вінчестера», магнітні стрічки та перфокарти, однозадачні операційні системи – про це та багато іншого сучасні студенти можуть дізнатися під час вивчення «Історії розвитку обчислювальної техніки».

1. Аладьев В.З. Профессиональный персональный компьютер ИСКРА 1030: Архитектура и прогр. обеспечение: Справ. руководство / В.З. Аладьев, В.Ф. Шиленко. – К.: УРЕ, 1990. – 484 с.
2. Кокорин В.С. Персональные ЭВМ. Книга 2. / В.С. Кокорин, А.А. Попов, А.А. Шишкевич / под ред. Л. Н. Преснухина. – М.: Высшая школа, 1988. – 159 с. – («МикроЭВМ», в 8-ми книгах.).
3. Малиновський Б.М. Відоме і невідоме в історії інформаційних технологій в Україні / Б.М. Малиновський. – К.: Видавничий дім «Академперіодика», 2001. – 214 с.
4. Пржиялковский В.В. Исторический обзор семейства ЕС ЭВМ [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://computer-museum.ru/histussr/es_hist.htm

УДК 378.147

Розумовська О.Б.

(Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський, Україна)

ЕКСКУРСІЯ ЯК ФОРМА ОРГАНІЗАЦІЇ ОСВІТНЬОГО ПРОЦЕСУ В СУЧАСНІЙ ВИЩІЙ ШКОЛІ

За Законом України «Про освіту» серед засад державної політики у сфері освіти та принципів освітньої діяльності чільне місце займає виховання патріотизму, поваги до культурних цінностей Українського народу, його історико-культурного надбання і традицій, нерозривний зв'язок із світовою та національною історією, культурою, національними традиціями. [1]. Одним із шляхів реалізації цих принципів освітньої діяльності пропонується урізноманітнення форм організації освітнього процесу у сучасній вищій школі. Крім того, важливим фактором якості вищої освіти та готовності здобувачів освіти до професійної діяльності є вміння своєчасно поповнювати та оновлювати знання для забезпечення їх актуальності. Забезпечити зв'язок навчання з реальним життям, унаочнити процес пізнання навколишнього світу, його предметів, властивостей і відносин, підвищити інтерес до навчального матеріалу та розширити культурний світогляд здобувачів освіти можливо за рахунок використання в освітньому процесі вищої школи екскурсій.

Використання екскурсій як нетрадиційної форми організації освітнього процесу створюють умови формування таких якостей здобувачів освіти, які дають можливість самостійно засвоювати нову інформацію, розвивати вміння та навички, необхідні для виконання діяльності на високому професійному рівні. В розрізі підготовки фахівців багатьох спеціальностей, зокрема туризму, історії та археології, природничих спеціальностей, така форма навчання є необхідною умовою формування професійних якостей. Екскурсії допомагають конкретизувати раніше набуті знання і дати нові, під новим кутом зору побачити ті чи інші об'єкти, явища чи події, розвивати вміння розуміти природні і суспільні процеси, посилювати інтерес до досліджуваного і викликати певні чуттєві враження.

За навчальними планами підготовки фахівців спеціальностей Середня освіта (Математика), Середня освіта (Фізика), Комп'ютерні науки та інформаційні технології вивчаються дисципліни «Історія науки та техніки», «Історія прикладної математики та інформатики», основними завданнями яких є вивчення історичних передумов виникнення та розвитку наукових теорій та здійснення відкриттів; з'ясування зв'язків математики, фізики, інформатики з конкретними практичними потребами людства в певній епосі і конкретній країні; розгляд внутрішніх чинників розвитку науки та техніки. Вивчення вищеназваних навчальних дисциплін сприяє розвитку у майбутніх фахівців правильних уявлень про науку і техніку і, головне, сприяє зростанню загальної і професійної культури, розвитку синергетичного мислення. [2, с. 4]

В практиці викладання вищезгаданих дисциплін екскурсії використовувалися і як форма проведення лекційного заняття і як форма проведення практичного заняття. Підготовка таких занять вимагає від викладача значної попередньої роботи. Оскільки переважно екскурсії проводилися професійними екскурсоводами відповідних закладів, потрібно було заздалегідь відвідати таку екскурсію і, по можливості, звернути увагу екскурсовода на окремі питання, які узгоджуються з робочою програмою дисципліни. Наступним кроком йде підготовка викладачем ключових моментів, на які студенти мають звернути особливу увагу в ході екскурсії. Обговорення їх можна здійснити або безпосередньо після завершення екскурсії (якщо є відповідні умови та час), або під час подальшої аудиторної роботи.

Серед питань, які розглядаються при вивченні теми «Досягнення науки і техніки в епоху середньовіччя та епоху Відродження» чільне місце займає питання зародження та розвиток університетської освіти в Європі. Нами пропонується вивчення цього питання розділити на два етапи. Під час першого етапу з студентами традиційно розглядаються умови зародження перших університетів, їх структура, правила функціонування. Далі студенти отримують орієнтований перелік питань для подальшого обговорення:

- правила вступу в університети в різні часи;
- спільні та відмінні риси структур університетів;
- поняття документу про завершення університету на різних етапах розвитку університетської освіти;
- правила внутрішнього розпорядку;
- виборність окремих посад в університетах;
- отримання наукових звань.

Наступним кроком є проведення екскурсії в музей К-ПНУ ім. І.Огієнка з можливістю на прикладі нашого університету прослідкувати зміни в університетській освіті. Підсумком вивчення цих питань є підготовка студентами у вигляді письмового повідомлення порівняльної характеристики університетської освіти на різних етапах розвитку людства.

Досить цікавою для студентів є також тема «Історія розвитку обчислювальної техніки та інформаційних технологій». Швидкість змін, які відбуваються в цьому напрямку, вражає. Для сьогоденних студентів запис на магнітну стрічку чи робота матричного принтера здаються подіями сивої давнини. А можливість на власні очі побачити представників різних поколінь обчислювальної техніки значно підвищує інтерес до навчального матеріалу та покращує розуміння проблем сучасного етапу розвитку техніки та інформаційних технологій. Для ознайомлення з різними обчислювальними пристроями та представниками різних етапів розвитку комп'ютерної техніки можна для студентів організувати екскурсії в музей грошей (Ратуша м. Кам'янець-Подільський), на окремі підприємства міста.

В історії розвитку людської цивілізації другою інформаційною революцією прийнято вважати виникнення книгодрукування. Важко оцінити величину змін, які відбулися після такої події. Тому природним є розгляд в курсі «Історія науки і техніки» питань: історичні передумови виникнення книгодрукування; винахід і соціальні наслідки розповсюдження книгодрукування. Для їх вивчення можна використати екскурсію в відділ рідкісних видань бібліотеки К-ПНУ ім. І.Огієнка.

Застосування екскурсій в практиці вищої школи при підготовці майбутніх педагогів можна розглядати не лише з точки зору отримання знань з певних навчальних дисциплін, унаочнення навчального матеріалу та формування елементів культури здобувачів освіти. Така форма організації освітнього процесу у вищій школі може слугувати також для формування та удосконалення методичних знань та умінь майбутніх фахівців. Спостереження за організацією екскурсій, участь в ній та подальший аналіз отриманих знань дає можливість сьогоденним студентам в майбутньому у власній практиці застосовувати таку форму роботи.

Аналіз результатів досвіду використання екскурсій як форми організації освітнього процесу у вищій школі дає підстави стверджувати, що значно зріс інтерес студентів до навчального матеріалу, підвищилася їх активність в обговоренні питань курсу, змінились погляди на окремі історичні події.

2. Бєсов Л.М. Історія науки і техніки. / Л.М.Бєсов 3-є вид., переробл. і доп. Харків: НТУ "ХПІ", 2004. – 382 с.
3. Кабакова Л. Організаційні форми роботи у вищому навчальному закладі // Модернізація вищої освіти в Україні та за кордоном : збірник наукових праць / за заг. ред. д.п.н., проф. С. С. Вітвицької, к.п.н., доц. Н. М. Мирончук. – Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2014. – С. 150-154.
4. Мешко Г.М. Вступ до педагогічної професії : навчальний посібник / Г.М.Мешко – 2-ге вид. – Київ : Академвидав, 2012. – 197 с.

УДК 378.147:004.05

Тулашвілі Ю.Й., д.пед.н., професор, Олексів Н.А., асистент

(Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, Україна;

Луцький національний технічний університет, м. Луцьк, Україна)

ЗАСОБИ КОГНІТИВНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ДИДАКТИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ В ПРОЦЕСІ ПІДГОТОВКИ ІНЖЕНЕРІВ-ПЕДАГОГІВ

В умовах стрімкого розвитку інформаційно-комунікаційних технологій та активного їх впровадження в навчальне середовище, процес підготовки майбутніх фахівців пронизаний використанням електронних дидактичних засобів, різноманітних сервісів освітнього призначення, інформаційних ресурсів, що зумовлює потребу удосконалення та модернізації подання змісту навчального матеріалу із використанням інноваційних технологій. Постає проблема оптимального викладу навчального матеріалу зі збереженням смислового наповнення та змістовного його представлення, також сюди долучається потреба удосконалення форми представлення інформації, найбільш ефективною з точки зору її засвоєння студентами. Якість запам'ятовування та розуміння людиною будь-якої інформації суттєво залежить від характеру її представлення – чим більше органів чуття задіяно у процесі навчання, тим кращим буде результат. Особливі вимоги до якості запам'ятовування інформації майбутніми інженерами-педагогами у галузі комп'ютерних технологій пов'язані у першу чергу з необхідністю їх творчого, можна сказати авторського, застосування у професійній діяльності. Це фахівці, що будуть працювати у сфері інформаційних технологій чи стануть викладачами практичного навчання в галузі комп'ютерних технологій. Інженер-педагог повинен не лише володіти актуальними знаннями та практичними вміннями застосування ІКТ у навчально-виховному процесі, а й уміти розробляти та впроваджувати методику їх використання, він має навчитися оперативно реагувати на стрімкий розвиток ІКТ для ефективного їх впровадження з метою задоволення вимог сучасного інформаційного суспільства. [1]. Досягнення в області телекомунікацій та інформаційних технологій, а також їх активна інтеграція в освітній процес дають можливість використовувати візуалізацію на зовсім іншому рівні, відкриваючи нові шляхи в розвитку мислення, надаючи нові можливості для активізації пізнавальної діяльності.

Когнітивна візуалізація – візуалізація, яка виконує ілюстративну функцію і сприяє природно-інтелектуальному процесу здобуття нових знань. Когнітивна візуалізація дає можливість представляти значні об'єми інформації в стислій, лаконічній, логічно організованій формі, зручній та зрозумілій психофізіології людини [1].

Створення якісного когнітивно-візуального контенту вимагає від інженера-педагога

не лише знань та навичок роботи із програмними засобами та сервісами для комп'ютерної візуалізації, а й якісного добору дидактичних об'єктів, що будуть представлені, із дотриманням системності, логічності, точності, повноти та лаконічності у викладі матеріалу, врахування психофізіологічних особливостей сприйняття людиною візуалізованих даних, технотрендів. Важливо використати не просто засіб структуризації та формалізації навчальної інформації, а й засіб для аналізу досліджуваного дидактичного об'єкта. Показником успішного використання технологій когнітивної візуалізації вважаємо активізацію пізнавальної діяльності студентів, що сприятиме синтезу нових знань.

За результатами дослідження окреслимо основні методи використання засобів когнітивної візуалізації дидактичних об'єктів в процесі підготовки інженерів-педагогів:

- 1) створення презентацій із використанням, відео, аудіо та анімації (Prezi, Project, Piktochart, Slides, Slidrocket, SlideDog, PowToon, VCASMO, Animaker та інші);
- 2) інтерактивні вправи (learningapps.org);
- 3) організація «мозкового штурму» (en.linoit.com);
- 4) створення інтелект-карт (XMind, FreePlane, MindMup, Mind42, FreeMind, WiseMapping, MindMaple, MindMeister, iGoogle та інші);
- 5) створення діаграм та графіків (cacoо.com);
- 6) створення навчальних пазлів (www.jigsawplanet.com);
- 7) створення «риб'ячого скелету» (фішбоун) (www.classtools.net);
- 8) створення «хмаринки тегів» (ключові слова) (www.wordle.net);
- 9) побудова шкали часу (timeline.knightlab.com, timetoast.com, www.dipity.com);
- 10) створення коміксів (www.toondoo.com);
- 11) складання кросвордів (cross.highcat.org, puzzlecup.com/crossword-ru).

Перелік засобів, безумовно, не є вичерпним, проте інформує про функціональні можливості та переваги використання ІКТ для когнітивної візуалізації навчального матеріалу в процесі підготовки інженерів-педагогів.

1. *Tulashvili I. Methods of representation of learning information using cognitive maps as a teaching tool / I. Tulashvili, N. Oleksiv // ICT in Educational Desing. Processes, Materials, Resources, Vol. 11, ed. Eunika Baron-Polańczyk, B 5, s. 152, Oficyna Wydawnicza Uniwersytetu Zielonogórskiego, Zielona Góra 2016. – pp. 97-112 [collective monograph] (ISBN 978-83-7841-260-0).*

УДК 372.8:004 (438)

Юзик О.П., к.пед.н., доцент

(Рівненський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти, Україна)

З ІСТОРІЇ МЕТОДИКИ ВИКЛАДАННЯ ІНФОРМАТИКИ У ПОЛЬЩІ (ДРУГА ПОЛОВИНА ХХ - ПОЧ. ХХІ СТ.)

Проблеми філософії педагогічної освіти висвітлюють В. Андрущенко, І. Зязюн, В. Кремень. Провідні науковці М.Жалдак, Г.Онкович, Ю.Пелех, С.Сисоева та ін. вивчають тему вищої освіти як в Україні так і на теренах Європейського Союзу; професійне становлення сучасного студента, а згодом педагога; використання ним інформаційних технологій.

Існує ряд науковців, які досліджували питання, що стосуються підготовки фахівців з інформатики у державі Польща. Це Г.Кедровіч (питання теорії та практики застосування комп'ютерних технологій у ЗНЗ та професійних закладах Польщі), О.Кучай (формування професійної компетентності вчителів інформатики у ВНЗ Польщі), А.Мушиньські (професійне навчання в центрах неперервної освіти Польщі), Є.Вишневська (професійну підготовку вчителів у Польщі на тлі європейського інтеграційного процесу), Є.Нероба (професійну підготовку інженерів-педагогів у вищих технічних навчальних закладах Польщі). Проте немає цілісного дослідження, яке б стосувалося вивченню навчально-методичної літератури з методики інформатики у Польщі у другій половині ХХ століття – початку ХХІ. Спробуємо проаналізувати.

Звичайно, що будь-яка методика ґрунтується на знаннях педагогіки. У Польщі відомим педагогом, підручники якого перевидавалися не один раз, був В. Оконь (W. Okoń). Серед відомих його праць «Zarys dudaktuki ogolnej», «Rzecz o edukacji nauczycieli» [13; 14]. Першими підручниками з інформатики були наступні «Elementy informatyki : technika, metody, zastosowania» (1976 рік видання) та "Wprowadzenie do informatyki» (1978 р.в.) , авторами яких були Збігнєв Кежковські (Zbigniew Kierzkowski) та Яцек Баньковські і Конрад Фявковські (Jacek Bańkowski, Konrad Fiałkowski) [8; 18].

Мачей М. Сисло (Maciej M. Sysło) впродовж 1994 – 2003 рр. видав такі праці по методиці навчання інформатики, як «Elementy informatyki: rozwiązania zadań» і «Informatyka: poradnik dla nauczyciela», «Standardy przygotowania nauczycieli w zakresie technologii informacyjnej i informatyki» [9; 16; 7].

Здзіслав Новаковські (Zdzisław Nowakowski) у 1996 році оприлюднив посібник "Dydaktyka informatyki w praktyce: wybrane zagadnienia» [6]. Заслуговує на увагу підручник за редакцією Галини Томальської (Haliny Tomalskiej) «Z zagadnień dydaktyki szkoły wyższej» , який стосується питань вищої дидактики [20].

Великий внесок у методику навчання інформатики, а згодом і інформаційних технологій вніс Станіслав Ющук (Stanisław Juszczyk) (2001-2004 рр.). Це відомі його підручники: "Metodyka nauczania informatyki w szkole: materiały metodyczne dla nauczycieli informatyki oraz słuchaczy nauczycielskich studiów podyplomowych z informatyki», «Edukacja medialna», «Dydaktyka informatyki i technologii informacyjnej», «Dydaktyka informatyki i technologii informacyjnej» [12; 6; 10; 4]. У 2002-2005 рр. у Польщі Броніслав Семенецькі (Bronisław Siemieniecki) видає навчальний посібник та підручник із інформаційних технологій «Technologia informacyjna w polskiej edukacji», «Współczesna technologia informacyjna i edukacja medialna» [17, 19], який використовують не лише вищі навчальні заклади освіти але й інститути післядипломної освіти у Польщі.

Олександра Пецуха (Aleksandra Piecucha) впродовж 2004-2008 років для вивчення методики інформатики пропонує для використання у ВНЗ Польщі наступні підручники « Dydaktyka informatyki: problemy teorii», «Dydaktyka informatyki: problemy uczenia się i nauczania informatyki i technologii informacyjnych», "Dydaktyka informatyki: multimedia w teorii i praktyce szkolnej» [2; 3; 1].

У 2010 році виходить новий підручник «Metodyka edukacji techniczno-informatycznej», автор Хенрік Нога (Henryk Noga) [11].

Список науковців із інформатики та їхні посібники, підручники можна продовжити. Ми розуміємо, що наші тези не можуть охопити усі дані. Тому перспективою наступної наукової розвідки може бути вивчення питання, яке буде стосуватися аналізу навчальної літератури з методики вивчення інформатики у Польщі із 2010 року і по сьогодні.

1. Dydaktyka informatyki : multimedia w teorii i praktyce szkolnej / pod red. Waldemara Furmanka,

- Aleksandra Piecucha. - Rzeszów : Uniwersytet Rzeszowski, 2008. – 211 s.
2. Dydaktyka informatyki : problemy teorii / pod red. Waldemara Furmanka, Aleksandra Piecucha. - Rzeszów : Uniwersytet Rzeszowski, 2004. – 265 s.
 3. Dydaktyka informatyki : problemy uczenia się i nauczania informatyki i technologii informacyjnych / pod red. Aleksandra Piecucha. - Rzeszów : Uniwersytet Rzeszowski, 2006. – 197 s.
 4. Dydaktyka informatyki i technologii informacyjnej / Stanisław Juszczyk [oraz] Janusz Janczyk, Danuta Morańska, Marcin Musioł. - Toruń : Adam Marszałek, 2004. – 563 s.
 5. Dydaktyka informatyki w praktyce : wybrane zagadnienia / Zdzisław Nowakowski. - Warszawa : "Mikom", 1996. – 136 s.
 6. Edukacja medialna / Janusz Gajda, Stanisław Juszczyk, Bronisław Siemieniecki, Kazimierz Wenta ; Uniwersytet Mikołaja Kopernika. Instytut Pedagogiki. - Toruń : Wydaw. Adam Marszałek, cop. 2002. - 408 s. : il.
 7. Elementy informatyki : rozwiązania zadań / Ewa Gurbiel [i in.] ; pod red. Macieja M. Sysły. - Wyd. 2 zm. - Warszawa : Wydawnictwo Naukowe PWN, 1994. – 231 s.
 8. Elementy informatyki : technika, metody, zastosowania / Zbigniew Kierzkowski. - Warszawa ; Poznań : Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1976. – 625 s.
 9. Informatyka : poradnik dla nauczyciela / Maciej M. Sysło. - Warszawa : "Fundusz Współpracy". Biuro Koordynacji Kształcenia Kadr; "Multimedial", 1995. -78 s.
 10. Juszczyk, St. Dydaktyka informatyki i technologii informacyjnej / Stanisław Juszczyk [oraz] Janusz Janczyk, Danuta Morańska, Marcin Musioł. - Toruń : Wydaw. Adam Marszałek, 2003. - 563 s. : il.,
 11. Metodyka edukacji techniczno-informatycznej / Henryk Noga. - Kraków : Uniwersytet Pedagogiczny, 2010. – 220 s.
 12. Metodyka nauczania informatyki w szkole : materiały metodyczne dla nauczycieli informatyki oraz słuchaczy nauczycielskich studiów podyplomowych z informatyki / pod red. Stanisława Juszczyka. - Toruń : Adam Marszałek, 2001. – 279 s.
 13. Okoń W. Zarys dydaktyki ogólnej / Wincenty Okoń. – Warszawa: Państwowe zakłady wydawnictw szkolnych. – 1968. – 323 s.
 14. Okoń W.: Rzecz o edukacji nauczycieli. WSiP. Warszawa 1991. - 51 s.
 15. Sokołowski M. Jaka edukacja medialna? Teoretyczny i praktyczny aspekt problemu / Marek Sokołowski // Edukacja Medialna. – 2004. – S. 5-10.
 16. Sysło M. Standardy przygotowania nauczycieli w zakresie technologii informacyjnej i informatyki / Sysło Maciej M. // Komputer w szkole. – 2003. – № 2. – S. 43-56.
 17. Technologia informacyjna w polskiej edukacji / red. Bronisław Siemieniecki. - Toruń : Wydaw. Adam Marszałek, 2002. - 119 s.
 18. Wprowadzenie do informatyki / Jacek Bańkowski, Konrad Fiałkowski. - Warszawa : Państwowe Wydawnictwo Naukowe, 1978. – 346 s.
 19. Współczesna technologia informacyjna i edukacja medialna / red. Tadeusz Lewowicki, Bronisław Siemieniecki. - Toruń : Adam Marszałek, 2005. – 565 s.
 20. Z zagadnień dydaktyki szkoły wyższej / pod red. Haliny Tomalskiej ; [zespół aut. Krzysztof Dyrek et al.]. (З питань вищої дидактики) WYD: Nowy Sącz: Wyższa Szkoła Biznesu-National-Louis University, 2001. - 170 s.

КОНФЕРЕНЦІЮ ПРОВЕДЕНО ЗА ПІДТРИМКИ

РЕНОМЕ СМАРТ



Наукове видання

МАТЕРІАЛИ МІЖНАРОДНОЇ НАУКОВОЇ КОНФЕРЕНЦІЇ
«Сучасні проблеми математичного моделювання, обчислювальних
методів та інформаційних технологій»

Технічний редактор

Андрій Сафоник

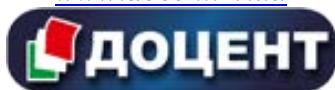
Комп'ютерна верстка

Олена Присяжнюк

Друкується в авторській редакції

Підписано до друку 26.01.2018 р. Формат 60×84 ¹/₁₆.
Папір друкарський № 1. Гарнітура Times. Друк різнографічний.
Ум.-друк. арк. **18,2**. Обл.-вид. арк. **20,2**.
Тираж 100 прим. Зам. № **5262**.

Видавець Червінко А.В.
Віддруковано ТМ «ДОЦЕНТ»
Національного університету
м. Рівне, вул. Соборна, 17 (ЦУМ), 48 каб.
тел. (0362) 45-44-45
(067) 360-96-97
www.docent.rv.ua



Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного
реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції РВ № 49 від 29.05.2009 р.



віддруковано



(0362)45-44-45
www.docent.rv.ua



9 786177 086214