

Квантовий генетичний алгоритм та його реалізація на квантовому комп'ютері

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2021.45>

Ткачук Валерій

факультет математики та інформатики, кафедра інформаційних технологій
Прикарпатський національний університет імені Василя Стефаника
м. Івано-Франківськ, Україна
e-mail: tkachukv0@gmail.com

Анотація — Запропоновано новий квантовий генетичний алгоритм (QGA) із можливістю його практичної реалізації на квантовому комп'ютері. Заборона квантового клонування не дозволяє реалізувати традиційний еволюційний процес, тому використовується гібридна класично-квантова архітектура для QGA. Всі генетичні оператори реалізуються засобами квантового комп'ютера, а допоміжні обчислення, такі як розрахунок функції пристосованості та пошуку найкращої особини популяції, реалізовано на класичному комп'ютері. Для генерації наступних поколінь популяції застосовується томографія квантових станів – відновлення амплітуд квантового стану кубіта за результатами вимірювання його квантового ансамблю.

Ключові слова — квантовий комп'ютер; кубіт; еволюційний алгоритм; квантова томографія; оператор квантового гейту.

I. ВСТУП

Еволюційні алгоритми належать до класу евристичних методів оптимізації, в основу роботи яких покладено принципи еволюції природних біологічних систем. Вони працюють із сукупністю потенційних розв'язків, еволюціонуючи їх за допомогою операторів відбору, схрещування та мутації [1]. У їх класичній реалізації мінімальною одиницею інформації є біт, який може приймати тільки два значення: 0 та 1.

Квантові генетичні алгоритми ґрунтуються на принципах квантових обчислень у поєднанні із ідеями класичних генетичних алгоритмів [2–3]. Мінімальною одиницею інформації в квантових обчисленнях є кубіт $|q\rangle$, що перебуває в стані суперпозиції двох базових станів ($|0\rangle$ та $|1\rangle$):

$$|q\rangle = \alpha_0 |0\rangle + \alpha_1 |1\rangle. \quad (1)$$

Тут α_0 та α_1 визначають амплітуду імовірності перебування кубіта у відповідному стані. Завдяки цьому забезпечується потенційні переваги паралелізму обчислень та одночасної оцінки всіх можливих станів кубіта. Імовірнісний механізм квантового вимірювання забезпечує ефективний глобальний пошук, що в поєднанні із традиційними еволюційні технологій дає швидку збіжність навіть при невеликих розмірах популяції.

Розробка та дослідження цього класу алгоритмів, як правило, орієнтована на ефективне вирішення

задач оптимізації без реальної можливості реалізації на квантовому комп'ютері. Їх виконання, в тому числі і використовувани підходи та квантові оператори розробляються під реалізацію чисто засобами класичних обчислювальних систем.

Актуальність такого алгоритму зростає на фоні успіхів у розробці як доступних ефективних квантових симуляторів так і робочих варіантів квантових комп'ютерів.

На сьогодні з використанням хмарних технологій загальнодоступними є як 5-ти кубітні квантові комп'ютери компанії IBM (*ibmq_santiago*, *ibmq_manila*, *ibmq_bogota*, *ibmq_quiti*, *ibmq_belem*), так і ряд квантових онлайн-симуляторів (*ibmq_qasm_simulator* (32 кубіти), *simulator_mps* (100 кубітів)) [5]. Для доступу до них розроблено проект із відкритим кодом Qiskit, написаний на Python та включає в себе набір інструментів для написання програм на рівні квантових схем.

Таким чином появилася можливість програмування квантового комп'ютера для практичної реалізації квантових генетичних алгоритмів. При цьому для їх реалізації на квантовому комп'ютері необхідно адаптувати як структура алгоритму в цілому, так і практичну реалізацію більшості базових квантових операторів. В першу чергу це зумовлено неможливістю клонування невідомих квантових станів кубітів для організації еволюції популяції в часі [6].

II. КЛАСИЧНО-КВАНТОВИЙ АЛГОРИТМ ДЛЯ ЕВОЛЮЦІЙНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ

Пропонується гібридна класично-квантова архітектура для квантового генетичного алгоритму: ключові еволюційні оператори, такі як створення, еволюція та мутація повністю реалізовано з використанням квантового комп'ютера.

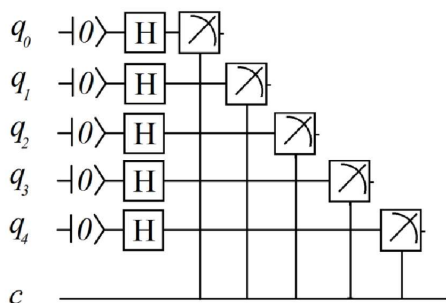
Інші, допоміжні обчислення, такі як оцінка функції придатності чи пошук найкращої особини, проводяться на класичному комп'ютері. Важливо, що один кубіт у суперпозиції квантових станів з використанням квантової томографії визначає одну особину популяції, а квантовий регістр в цілому реалізує цілу квантову популяцію.

Загальна схема роботи алгоритму може бути представлена наступним чином:

| | |
|-----|--|
| 1. | $t \leftarrow 0$ |
| 2. | ініціалізація $Q(t)$ |
| 3. | томографія $Q(t)$ та перехід до $P(t)$ |
| 4. | оцінка пристосованості $P(t)$ та пошук найкращої особини популяції |
| 5. | while (умова завершення еволюції) |
| 6. | $t \leftarrow t + 1$ |
| 7. | побудова наступного покоління $Q(t)$ |
| 8. | томографія $Q(t)$ та перехід до $P(t)$ |
| 9. | оцінка пристосованості $P(t)$ та пошук найкращої особини популяції |
| 10. | end while |

тут $Q(t)$ – квантовий реєстр популяції розв’язків на момент часу t ; $P(t)$ – класичний реєстр представлення популяції, отриманий в результаті томографії квантових станів.

Для ініціалізації початкової популяції $Q(0)$ можна скористатися генератором випадкових чисел, реалізованого з використанням квантового комп’ютера [7]. Початковий кут θ_i для кожної особини популяції розраховується відповідно до наступного квантового протоколу (для 5-кубітного квантового комп’ютера):



Оскільки в результаті квантового вимірювання руйнується суперпозиція квантових станів, а вихідний стан кубіта не може бути відновлений, то для побудови наступного покоління

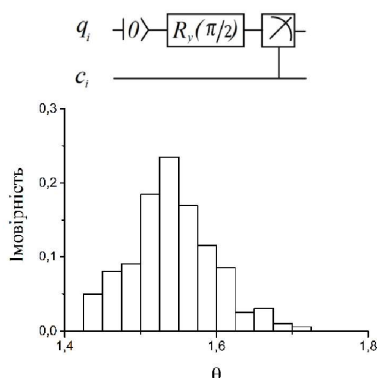


Рисунок 1. Результат томографії стану кубіта при розмірі ансамблю 500 кубітів

використовується томографія квантових станів [7]. Процедура полягає у відновленні амплітуд квантового стану за результатами його багатократного вимірювання.

Для ілюстрації розглянемо результат томографії стану кубіта, підготовленого відповідно до наступного квантового протоколу:

Результат томографії квантового стану на квантовому комп’ютері *ibmq-manila* представлено на рис. 1.

Точність відновлення квантового стану залежить від розміру квантового ансамблю та може бути оцінена за даними табл. 1.

В реалізації еволюційного процесу імовірнісний характер квантової томографії можна розглядати як результат дії оператора квантової мутації, що відповідає за механізм локального пошуку алгоритму. Аналіз даних табл. 1 вказує на те, що прийнятні по точності результати можуть бути отримані при розмірі квантового ансамблю 300–500 кубітів. При цьому оптимальне значення кута $\Delta\theta$ для забезпечення ефективного локального пошуку за рахунок томографії в операторі квантового гейту $R_y(\theta_i \pm \Delta\theta)$ повинно складати величину порядку $2 \cdot \Delta\theta_{avr}$.

Таблиця 1. Точність відновлення стану кубіта в залежності від розміру ансамблю

| Розмір квантового ансамблю | Середнє значення відновленого кута θ_{avr} | Середньоквадратичне відхилення для відновленого кута $\Delta\theta_{avr}$ |
|----------------------------|---|---|
| 50 | 1.549 | 0.156 |
| 100 | 1.526 | 0.108 |
| 200 | 1.562 | 0.101 |
| 500 | 1.553 | 0.057 |
| 1000 | 1.570 | 0.031 |

На імовірнісну природу процесу квантових вимірювань також накладаються помилки, що виникають в процесі роботи квантового комп’ютера, які також можна розглядати як процес мутації вихідного стану.

Як видно із даних табл. 2, всі доступні квантові комп’ютери в результаті квантової томографії дають результати, що дещо гірші від результатів, отриманих за допомогою квантових симуляторів, де такі помилки відсутні.

Таблиця 2. Результати відновлення квантового стану на різних квантових комп’ютерах при розмірі квантового ансамблю 500 кубітів

| Квантовий комп’ютер | Середнє значення відновленого кута θ_{avr} | Середньоквадратичне відхилення для відновленого кута $\Delta\theta_{avr}$ |
|---|---|---|
| <i>ibmq_belem</i> | 1.549 | 0.043 |
| <i>ibmq_manila</i> | 1.553 | 0.057 |
| <i>ibmq_lima</i> | 1.553 | 0.050 |
| Онлайн-симулятор <i>ibmq_qasm_simulator</i> | 1.569 | 0.044 |
| Локальний симулятор <i>QasmSimulator</i> | 1.570 | 0.046 |

Побудова кожної особини в наступному поколінні та її вимірювання реалізовано на квантовому комп’ютері відповідно до наступного протоколу:

Кут θ_i в операторі квантового гейту $R_y(\theta_i)$ визначається результатами квантової томографії попереднього покоління та значенням кута θ_{opt} для найкращої особини популяції відповідно до наступного алгоритму:

$$\theta_i = \begin{cases} \theta_i + \Delta\theta, & \text{при } \theta_i < \theta_{opt} \\ \theta_i - \Delta\theta, & \text{при } \theta_i > \theta_{opt} \end{cases} \quad (2)$$

Величина приросту кута $\Delta\theta$ є параметром роботи алгоритму. Для ефективного глобального пошуку, як показали проведені числові експерименти, його значення повинно, як мінімум, перевищувати $2 \cdot \Delta\theta_{avr}$, отримане в результаті квантової томографії. Для визначення його оптимального значення необхідно провести додаткові дослідження.

III. РЕЗУЛЬТАТИ ЧИСЛОВОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ ЗАДАЧІ ОПТИМІЗАЦІЇ

Для перевірки ефективності роботи запропонованого алгоритму з використанням квантового комп'ютера при розмірі популяції 5 кубітів (бо доступними на сьогоднішній день є тільки 5-кубітні квантові комп'ютери) розглянуто задачу функціональної оптимізації ряду стандартних тестових функцій. Так, наприклад, для функції:

$$f(x) = \sin(x) + \sin\left(\frac{10}{3}x\right), \quad x \in [-2.5, 7]$$

із глобальним максимумом $f(2.296) = 1.728$ динаміку еволюції найкращої особини квантової популяції представлено на рис. 2

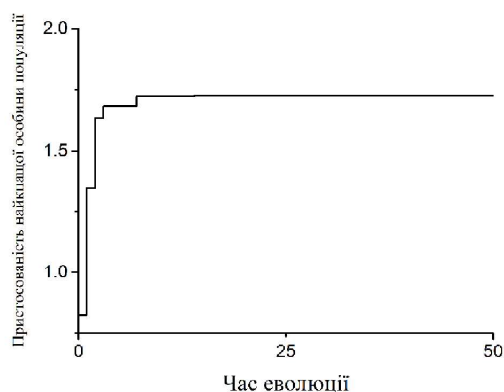


Рисунок 2. Еволюція в часі найкращої особини квантової популяції

Статистичні результати моделювань показують, що не залежно від згенерованої випадковим чином початкової популяції вона завжди, на протязі не більше 20 циклів еволюції, зі стопроцентною імовірністю, попадає в глобальний максимум.

IV. ВИСНОВКИ

В роботі представлено реалізацію квантового генетичного алгоритму з використанням комп'ютера IBM Q та програмного забезпечення з відкритим кодом Qiskit, що забезпечує інтерфейс до квантового комп'ютера. Числові експерименти із п'ятикубітними комп'ютерами показали, що квантові помилки в ході обчислення не впливають на ефективність роботи алгоритму, який ілюструє швидку збіжність до оптимуму.

Ефективність запропонованого підходу була оцінена як при виконанні алгоритму на реальному квантовому процесорі, так і з використанням ряду квантових симуляторів. Зважаючи на те, що доступними є тільки 5-кубітні квантові комп'ютери, тестування проведено на наборі одномірних тестових функцій. В обох випадках запропонований алгоритм проілюстрував свою ефективність та

швидку збіжність. Оцінку часової ефективності алгоритму провести проблематично, оскільки генерація кожного нового покоління та його еволюція вимагає очікування в черзі для доступу до квантового процесора.

Перспективним бачиться можливість реалізації квантового клонування без використання томографії для організації еволюційного процесу в часі.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] J. H. Holland *Adaptation in Natural and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Applications to Biology, Control, and Artificial Intelligence* / Ann Arbor, MI: University of Michigan Press, 1975.
- [2] A. Narayanan, M. Moore. Quantum-inspired genetic algorithms. *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation (ICEC'96)*, Nagoya, Japan. 1996. PP. 61–66.
- [3] G. Zhang, "Quantum-inspired evolutionary algorithms: a survey and empirical study", *Journal of Heuristics*, 2011. Vol. 2011, no. 17, pp. 303–351, DOI: 10.1007/s10732-010-9136-0.
- [4] V. Tkachuk, "Quantum Genetic Algorithm Based on Qutrits and Its Application", *Mathematical Problems in Engineering*, Vol. 2018. DOI:10.1155/2018/8614073.
- [5] IBM Quantum Experience Dashboard. URL: <https://quantum-computing.ibm.com/>.
- [6] W. Wootters, W. H. Zurek, A Single Quantum Cannot be Cloned / *Nature* P. Campbell Nature Publishing Group, 1982. Vol. 299. P. 802–803. ISSN 0028-0836; 1476-4687. doi:10.1038/299802A0.
- [7] X. Ma, X. Yuan, Z. Cao, B. Qi, & Z. Zhang, Quantum random number generation. *Quantum Inf* 2, 16021. URL: <https://doi.org/10.1038/npjqi.2016.21> (2016).
- [8] D'Ariano, G. Mauro; Paris, Matteo G. A.; Sacchi, Massimiliano F. (2003-02-04). "Quantum Tomography". arXiv:quant-ph/0302028