MCIT
Modeling, control & information technologies

Параметрична оптимізація циклічних транспортних операцій маніпуляторів з активними і пасивними приводами

https://doi.org/10.31713/MCIT.2021.39

Демидюк Мирослав
Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С.Підстригача НАН України
Львів, Україна
m_demydyuk@ukr.net

***Анотація* – Розглядаємо маніпулятор, який під дією активних та пасивних (пружинно-демпферних) приводів виконує циклічну транспортну операцію. Сформульовано загальну постановку задачі пошуку програмних керувань маніпулятора та параметрів пасивних приводів, які за накладених (на рух і керування) обмежень мінімізують заданий функціонал. Запропоновано метод побудови наближеного розв'язку задачі, який ґрунтується на параметричній оптимізації. Узагальнені координати маніпулятора подаємо у вигляді суми кубічного полінома та скінченного ряду за системою заданих ортогональних функцій із невідомими коефіцієнтами, що зводить вихідну задача оптимального керування до задачі нелінійного програмування.**

***Ключові слова* – маніпулятор; пасивний привід; циклічний рух; математична модель; оптимальне керування; параметрична оптимізація.**

I. Вступ

Одним із результативних способів у поліпшенні експлуатаційних характеристик маніпуляційних роботів, зокрема, зменшення витрат енергії на виконання робочих операцій, є побудова оптимальних режимів керування та пошук оптимальних параметрів конструкцій. Поряд із цим ефективним підходом також є також введення в конструкцію маніпуляційної системи відповідних пружинно-демпферних пристроїв (пасивних приводів), які на одних етапах руху системи можуть накопичувати енергію, а на других її вивільняти (повертати в систему). Це дає можливість знизити потужності активних приводів і зменшити витрати енергії на переміщення всієї системи. Особливо виправдовує себе такий підхід на циклічних транспортних операціях, коли маніпулятор переносить вантаж із початкового положення в кінцеве й повертається назад у початковий стан.

II. Сукупна оптимізація циклічного руху маніпулятора та параметрів пасивних приводів

Розглянемо маніпулятор, механічна модель якого являє собою систему твердих тіл з n ступенями вільності. Керування системою (для кожної ступені вільності) відбувається за допомогою активних приводів зі зовнішніми джерелами живлення (наприклад, електромеханічних приводів). Нехай також у конструкцію системи вмонтовано пасивні приводи (пружинно-демпферні пристрої), які генерують додаткові (до активних керувань) зусилля.

За досить загальних припущень рівняння руху маніпулятора з активними та пасивними приводами можна записати у вигляді

$$\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}(t)+\mathbf{B}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})=\mathbf{C}\mathbf{u}(t)+\mathbf{D}\mathbf{w}(t,\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathbf{c}), \qquad (1)$$

де позначено: $\mathbf{q}=(q_1,...,q_n)$ – вектор узагальнених координат маніпулятора, $\mathbf{u}=(u_1,...,u_n)$ – вектор активних керувань, $\mathbf{w}=(w_1,...,w_m)$ – вектор зусиль, які генеруються пасивними приводами, $\mathbf{c}$ – вектор параметрів пасивних приводів, $\mathbf{A}$, $\mathbf{C}$ – матриці розмірностей $n\times n$, $\mathbf{D}$ – матриця розмірності $n\times m$, $\mathbf{B}$ – вектор розмірності n. Тут і надалі крапкою (зверху над величиною) позначено диференціювання за часом t. Вважаємо, що матриця $\mathbf{C}$ є невиродженою ($\det\mathbf{C}\neq 0$), а її компоненти є сталими величинами. Сталими також є компоненти матриці $\mathbf{D}$, які разом із вектор-функцією $\mathbf{w}$ визначаються структурою пасивних приводів. Зокрема, коли пасивні приводи являють собою пружинно-демпферні пристрої, $\mathbf{w}$ може бути представлена у вигляді лінійної функції векторів $\mathbf{q}(t)$ і $\dot{\mathbf{q}}(t)$. Тоді компонентами вектора $\mathbf{c}$ будуть коефіцієнти жорсткості пружин, параметри їх рівноважного положення та коефіцієнти в'язкості демпферів.

Нехай маніпулятор виконує циклічну транспортну операцію: протягом часу $t\in[0,T_1]$ переносить вантаж із заданого початкового положення в задане кінцеве й повертається (без вантажу) назад у початкове положення упродовж часу $t\in[T_1,T]$. Тривалості руху маніпулятора T_1, T вважаємо заданими параметрами. Тривалість процесу розвантаження не враховуємо, вважаючи, що в кінцевому положенні пружно-деформований стан пружин пасивних приводів стопориться й ланки маніпулятора перебувають у стані спокою. Зазначимо, що операції з фіксованим часом виконання притаманні маніпуляторам, у яких початкове й кінцеве положення та тривалість робочого циклу строго регламентовані умовами технологічного процесу.

Задамо положення маніпулятора в початковий момент часу $t=0$, у момент розвантаження $t=T_1$ та в кінцевий момент $t=T$

$$\mathbf{q}(0)=\mathbf{q}(T)=\mathbf{q}_0\,,\ \mathbf{q}(T_1)=\mathbf{q}_1\,,\ \dot{\mathbf{q}}(0)=\dot{\mathbf{q}}(T_1)=\dot{\mathbf{q}}(T)=0\,, \quad (2)$$

де $\mathbf{q}_0$, $\mathbf{q}_1$ – задані параметри транспортної операції маніпулятора. Тут приймаємо, що маніпулятор у моменти часу $t=0,T_1,T$ перебуває в стані спокою. Така вимога часто зумовлена особливістю виробництва, наприклад, коли маніпулятор переносить деталь з одного нерухомого робочого столу на інший.

За реальних умов на рух маніпуляційної системи $\mathbf{q}(t)$ та активні керування $\mathbf{u}(t)$ накладаються деякі обмеження. Задамо ці обмеження в такому вигляді:

$$q_i^{(\min)}(t)\le q_i(t)\le q_i^{(\max)}(t)\,,\ t\in[0,T]\,,\ i=\overline{1,n}\,, \quad (3)$$

$$u_i^{(\min)}(t)\le u_i(t)\le u_i^{(\max)}(t)\,,\ t\in[0,T]\,,\ i=\overline{1,n}\,, \quad (4)$$

де $q_i^{(\min)}$, $q_i^{(\max)}$, $u_i^{(\min)}$, $u_i^{(\max)}$, $i=\overline{1,n}$ – задані на проміжку $[0,T]$ неперервні функції, які визначаються робочою зоною маніпулятора та номінальними характеристиками активних приводів керування.

Надалі вважаємо, що існує множина функцій $\{\mathbf{q}(t),\mathbf{u}(t),\mathbf{w}(t,\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathbf{c})\}$, які на проміжку $t\in[0,T]$ задовольняють рівняння руху (1), умови транспортної операції (2) та обмеження (3), (4).

Керований рух маніпулятора залежить від активних керувань $\mathbf{u}(t)$ та від в'язко-пружних сил пасивних приводів $\mathbf{w}(t,\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},\mathbf{c})$. Величина останніх на обох етапах (прямого та зворотного) руху системи залежить від одних і тих самих значень конструктивних параметрів $\mathbf{c}$, змінюючи які можна впливати на характеристики руху. Позначимо через Ω множину допустимих значень параметрів пасивних приводів, $\mathbf{c}\in\Omega$. Можлива постановка такої задачі.

Задача 1. Визначити такі параметри пасивних приводів $\mathbf{c}^*\in\Omega$ і такий рух маніпулятора $\mathbf{q}^*(t)$ та відповідні керування $\mathbf{u}^*(t)$, $t\in[0,T]$, які з огляду на рівняння руху (1) й обмеження (2)–(4) мінімізують заданий функціонал

$$\Phi=\int_0^T\Phi(\mathbf{q}(t),\dot{\mathbf{q}}(t),\mathbf{u}(t))dx\,. \quad (5)$$

Тут функціонал (5) оцінює якість керування маніпулятором на всьому проміжку виконання циклічної операції. Конкретний вигляд функціонала залежить від технологічного призначення маніпуляційної системи, умов її використання, структури приводів керування. Зокрема, у теорії керування маніпуляційними роботами за такий функціонал переважно вибирають точність позиціювання робочого органу маніпулятора, час виконання операції (швидкодія), витрати енергії на переміщення, максимальну потужність активних приводів.

Сформульована задача є задачею оптимального керування (з параметрами), в якій крім керувань потрібно також визначити оптимальні параметри конструкції. З огляду на нелінійність рівнянь руху (1) та наявність нестаціонарних обмежень (3), (4) безпосереднє розв'язання цієї задачі класичними методами теорії оптимального керування (наприклад, методом максимуму Понтрягіна) наражається на значні труднощі.

III. Алгоритм параметричної оптимізації

Як свідчать результати числового моделювання [1–3], ефективним у розв'язанні задачі 1 є метод параметричної оптимізації (в просторі узагальнених координат). Метод відноситься до прямих методів знаходження екстремалей функціоналів, у його основі лежить ідея методу Рітца для варіаційних задач рівнянь математичної фізики. Метод ґрунтується на параметричному представленні кожної узагальненої координати маніпулятора у вигляді суми кубічного полінома (за часом) та скінченного ряду за системою заданих ортогональних функцій із невідомими коефіцієнтами. Коефіцієнти полінома визначаємо з граничних умов транспортної операції, коефіцієнти ряду є шуканими параметрами. Далі, використовуючи методику обернених задач динаміки, із рівнянь руху маніпулятора отримуємо параметризоване сімейство керувань, що зводить цільовий функціонал до функції коефіцієнтів параметризації та параметрів пасивних приводів. Накладені на узагальнені координати та керування обмеження задовольняємо методом зовнішніх штрафних функцій.

Представимо узагальнені координати маніпулятора на кожномі з проміжків руху $[0,T_1]$, $[T_1,T]$ у вигляді лінійної комбінації заданих функцій

$$q_i(t)\equiv\begin{cases}q_i^{(1)}(t),\ t\in[0,T_1]\\ q_1^{(2)}(t),\ t\in[T_1,T]\end{cases}, \quad (6)$$

$$q_i^{(\tau)}=P_i^{(\tau)}(t)+G_i^{(\tau)}(t)\,,\ P_i^{(\tau)}=\sum_{k=0}^{3}p_{ik}^{(\tau)}t^k\,,$$

$$G_i^{(\tau)}=\sum_{k=1}^{n_i}a_{ik}^{(\tau)}g_{ik}^{(\tau)}(t)\,,\ i=\overline{1,n}\,,\ \ \tau=1,2\,,$$

де $\{p_{ik}^{(\tau)}\}_{k=0}^{3}$ – коефіцієнти полінома, $\{a_{ik}^{(\tau)}\}_{k=1}^{n_i}$ – коефіцієнти ряду за системою заданих (базових) функцій $\{g_{ik}^{(\tau)}(t)\}_{k=1}^{n_i}$, n_i – кількість базових функцій для координати q_i. Функції $\{g_{ik}^{(\tau)}(t)\}_{k=1}^{n_i}$, $\tau=1,2$, $i=\overline{1,n}$, вважаємо двічі неперервно-диференційованими, $g_{ik}^{(\tau)}\in C^2[a_\tau,b_\tau]$, де $[a_1,b_1]=[0,T_1]$, $[a_2,b_2]=[T_1,T]$. Також для кожної узагальненої координати q_i функції множини $\{g_{ik}^{(\tau)}(t)\}_{k=1}^{n_i}$ вважаємо ортогональними

$$\left\langle g_{ij}^{(\tau)},g_{il}^{(\tau)}\right\rangle=\int_{a_\tau}^{b_\tau}g_{ij}^{(\tau)}(t)g_{il}^{(\tau)}(t)dt=0\,,\ \ j,l=\overline{1,n_i}\,,\ j\ne l\,.$$

Коефіцієнти $\{p_{ik}^{(\tau)}\}_{k=0}^{3}$ полінома $P_i^{(\tau)}(t)$ на кожному з проміжків $[a_\tau,b_\tau]$, $\tau=1,2$, знаходимо як розв'язок відповідної системи чотирьох лінійних алгебраїчних рівнянь, які отримуємо підставленням виразу (6) в умови операції (3). Для проміжка $[0,T_1]$ головний визначник цієї системи рівний $\Delta=T_1^4$, а коефіцієнти $\{p_{ik}^{(1)}\}_{k=0}^{3}$ даються співвідношеннями:

$$p_{i0}^{(1)} = q_{0i} - G_{i0}^{(1)}, \quad p_{i1}^{(1)} = -\dot{G}_{i0}^{(1)},$$

$$p_{i2}^{(1)} = [3\Delta_i - 3(G_{i1}^{(1)} - G_{i0}^{(1)}) + T_1(2\dot{G}_{i0}^{(1)} + \dot{G}_{i1}^{(1)})]/T_1^2,$$

$$p_{i3}^{(1)} = [-2\Delta_i + 2(G_{i1}^{(1)} - G_{i0}^{(1)}) - T_1(\dot{G}_{i1}^{(1)} + \dot{G}_{i0}^{(1)})]/T_1^3,$$

де $\Delta_i = q_{1i} - q_{0i}$, $G_{i0}^{(1)} = G_i^{(1)}(0)$, $\dot{G}_{i0}^{(1)} = \dot{G}_i^{(1)}(0)$, $G_{i1}^{(1)} = G_i^{(1)}(T_1)$, $\dot{G}_{i1}^{(1)} = \dot{G}_i^{(1)}(T_1)$.

Для $t \in [T_1, T]$ головний визначник отриманої системи $\Delta = T_2^4$, $T_2 = T - T_1$, а коефіцієнти полінома $\{p_{ik}^{(2)}\}_{k=0}^{3}$ рівні:

$$p_{i0}^{(2)} = [T_1^2(3T - T_1)(q_{0i} - G_{i2}^{(2)}) + T^2(T - 3T_1)(q_{1i} - G_{i1}^{(2)}) + TT_1T_2(T\dot{G}_{i1}^{(2)} + T_1\dot{G}_{i2}^{(2)})]/T_2^3,$$

$$p_{i1}^{(2)} = [6TT_1(\Delta_i + G_{i2}^{(2)} - G_{i1}^{(2)}) - T\dot{G}_{i1}^{(2)}D_1 - T_1\dot{G}_{i2}^{(2)}D_2]/T_2^3,$$

$$p_{i2}^{(2)} = [-3(T + T_1)(\Delta_i + G_{i2}^{(2)} - G_{i1}^{(2)}) + \dot{G}_{i2}^{(2)}D_1 + \dot{G}_{i1}^{(2)}D_2]/T_2^3,$$

$$p_{i3}^{(2)} = [2(\Delta_i + G_{i2}^{(2)} - G_{i1}^{(2)})) - T_2(\dot{G}_{i2}^{(2)} + \dot{G}_{i1}^{(2)})]/T_2^3,$$

де позначено: $G_{i1}^{(2)} = G_i^{(2)}(T_1)$, $\dot{G}_{i1}^{(2)} = \dot{G}_i^{(2)}(T_1)$, $G_{i2}^{(2)} = \dot{G}_i^{(2)}(T)$, $D_1 = T^2 - 2T_1^2 + TT_1$, $D_2 = 2T^2 - TT_1 - T_1^2$.

Узагальнені швидкості $\dot{\mathbf{q}}(t)$ і прискорення $\ddot{\mathbf{q}}(t)$ обчислюємо диференціюванням виразів (6) на відповідному проміжку часу $t \in [0, T_1]$, $t \in [T_1, T]$.

Обмеження (3), (4) задовольняємо методом зовнішніх штрафних функцій, представивши ці обмеження у відповідній інтегральній формі

$$Q_{qi} = \int_0^T \{[q_i^{(\min)} - q_i]_+^2 + [q_i - q_i^{(\max)}]_+^2\}dt,$$

$$Q_{ui} = \int_0^T \{[u_i^{(\min)} - u_i]_+^2 + [u_i - u_i^{(\max)}]_+^2\}dt, \quad i = \overline{1, n}, \tag{7}$$

де $[\nu]_+ = \nu$ при $\nu > 0$, $[\nu]_+ = 0$ при $\nu \le 0$.

Далі, використовуючи підхід обернених задач динаміки, після підставлення $\mathbf{q}(t, \mathbf{z})$, $\dot{\mathbf{q}}(t, \mathbf{z})$, $\ddot{\mathbf{q}}(t, \mathbf{z})$, де $\mathbf{z} = (a_{ik}^{(\tau)};\ k = \overline{1, n_i},\ \tau = 1, 2,\ i = \overline{1, n})$, у рівняння руху (1) отримуємо параметричне сімейство керувань

$$\mathbf{u}(t, \mathbf{z}, \mathbf{c}) \equiv \mathbf{C}^{-1}[\mathbf{A}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{D}\mathbf{w}(t, \mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \mathbf{c})]. \tag{8}$$

Підставлення параметризованих $\mathbf{q}(t, \mathbf{z})$, $\dot{\mathbf{q}}(t, \mathbf{z})$, $\mathbf{u}(t, \mathbf{z}, \mathbf{c})$ у вираз для функціонала (5) та інтеграли (7) зводить вихідну задачу 1 до задачі нелінійного програмування

$$E(\mathbf{c}, \mathbf{z}) + \langle \lambda, \mathbf{Q}(\mathbf{c}, \mathbf{z}) \rangle \xrightarrow[\mathbf{c} \in \Omega,\ \mathbf{z}]{} \min. \tag{9}$$

Тут $E(\mathbf{c}, \mathbf{z})$ – функція багатьох змінних, до якої зводиться функціонал (5), λ – вектор заданих величин (штрафних коефіцієнтів), $\mathbf{Q}(\mathbf{c}, \mathbf{z})$ – вектор, компонентами якого є значення інтегральних виразів (7).

Для розв'язання задачі (9) використовуємо числові процедури мінімізації функції багатьох змінних. При цьому, за початкове (стартове) значення параметрів оптимізації $\mathbf{z}$ доцільно задавати коефіцієнти Фур'є для функцій $\overline{q}_i(t) \equiv [q_i^{(\min)}(t) + q_i^{(\max)}(t)]/2$ за системою ортогональних функцій $\{g_{ik}^{(\tau)}(t)\}_{k=1}^{n_i}$:

$$\widetilde{a}_{ik}^{(\tau)} = \frac{1}{d_{ik}^{(\tau)}} \int_{a_\tau}^{b_\tau} [\overline{q}_i(t) - P_i^{(\tau)}(t)] g_{ik}^{(\tau)}(t)dt,$$

$$d_{ik}^{(\tau)} = \int_{a_\tau}^{b_\tau} g_{ik}^{(\tau)}(t) g_{ik}^{(\tau)}(t)dt, \quad k = \overline{1, n_i}, \quad \tau = 1, 2.$$

Також, враховуючи співвідношення

$$q_i(t) - P_i^{(\tau)}(t) = \sum_{k=1}^{n_i} a_{ik}^{(\tau)} g_{ik}^{(\tau)}(t),$$

$$\int_0^{T_1} [q_i(t) - P_i^{(\tau)}(t)]^2 dt = \sum_{k=1}^{n_i} [a_{ik}^{(\tau)} d_{ik}^{(\tau)}]^2,$$

отримуємо обмеження на параметри оптимізації $\mathbf{z}$

$$\sum_{k=1}^{n_i} [a_{ik}^{(\tau)} d_{ik}^{(\tau)}]^2 \le H,$$

$$H = \max \left\{ \begin{array}{l} \int_{a_\tau}^{b_\tau} [q_i^{(\min)}(t) - P_i^{(\tau)}(t)]^2 dt, \\ \int_{a_\tau}^{b_\tau} [q_i^{(\max)}(t) - P_i^{(\tau)}(t)]^2 dt \end{array} \right\}.$$

Зауважимо, що за базові функції в параметризації можна вибрати, наприклад, систему тригонометричних функцій $\{1, \cos\frac{2\pi}{T}kt, \sin\frac{2\pi}{T}kt,\ k = \overline{1, K}\}$, системи ортогональних поліномів [1–3] тощо.

Запропонований метод параметричної оптимізації наближено розв'язує задачу 1. Однак для переважної більшості маніпуляційних систем, математичні моделі яких є суттєво нелінійними, застосування такого методу дає змогу в реальному часі отримати субоптимальні режим керування та параметри пасивних приводів.

ЛІТЕРАТУРА

[1] Демидюк М. В., Ширко М. І. Оптимізація режимів руху та параметрів дволанкового маніпулятора з активними й пасивними приводами. *Мат. методи та фізико-механічні поля*. 2007. Том 50. № 2. С. 183–190.

[2] Демидюк М. В. Параметрична оптимізація чотириланкового замкнутого маніпулятора з активними й пасивними приводами. *Мат. методи та фізико-механічні поля*. 2009. Том 52. № 1. С. 193–202.

[3] Демидюк М. В., Гошовська Н. В. Параметрична оптимізація руху дволанкового маніпулятора з використанням ортогональних поліномів. *Прикладні проблеми механіки і математики*. 2016. Вип. 14. С. 168–175.