

# До числового моделювання обтікання транспортних апаратів турбулентним ПОТОКОМ

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2023.045>

Анатолій Сохацький

Кафедра транспортних технологій та міжнародної логістики  
Університет митної справи та фінансів  
м. Дніпро, Україна  
Sokhatsky\_anatoly@ukr.net

*Анотація* — Створення перспективних транспортних апаратів, що рухаються на нових фізичних принципах, є важливою задачею проектувальників. Турбулентний стан атмосфери та нестабільність кінематичних параметрів повітряного середовища ускладнюють проблему. І на сьогодні математичне моделювання турбулентних течій залишається однією з найбільш складних проблем механіки рідини та газу. Надійне передбачення характеристик турбулентних потоків, відноситься до винятково важливої наукової проблеми. Необхідна подальший пошук шляхів та розробка нових методів. Розроблено методику, алгоритми, алгоритми, та комплекс програм для розв'язування задачі аеродинаміки транспортних апаратів. Використано осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса з застосуванням моделі турбулентності Спаларта-Аллмараса в реалізації DES. Виконано числове розв'язування ряду задач. Проведені розрахунки та їх порівняння з результатами експериментальних досліджень підтвердили працездатність методики та розробленого комплексу програм.

**Ключові слова** — аеродинаміка транспортних апаратів; числове моделювання; рівняння Нав'є-Стокса; моделі турбулентності; аеродинамічні характеристики.

## I. ВСТУП

Створення транспортних апаратів на нових фізичних принципах та удосконалення розроблених є важливою задачею проектувальників. На сьогодні існує проблема створення надводних транспортних апаратів. Вплив близько розміщеної межі розділу середовища на аеродинаміку та динаміку руху є недостатньо вивченим питанням. Наявність турбулентного середовища та нестабільність кінематичних параметрів повітряного середовища ускладнюють проблему забезпечення заданого руху транспортного апарата. Окрім цього математичне моделювання турбулентних течій залишається однією з найбільш складних проблем механіки рідини та газу. Надійне передбачення характеристик турбулентних потоків, відноситься до винятково важливої наукової проблеми. Це пов'язано зі складністю та недостатнім вивченням турбулентності як фізичного явища. В роботі розглядаються проблеми побудова математичної

моделі, числового методу, алгоритму розв'язування задачі та розробки програмного забезпечення для дослідження аеродинамічних характеристик транспортних засобів, що рухаються поблизу розділу середовищ. Оцінюються можливості використання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса з застосуванням емпіричних моделей турбулентності. Розроблено методику, алгоритми, та комплекс програм для розв'язування задачі аеродинаміки транспортних апаратів, що рухаються поблизу розділу середовищ. Приводяться приклади числового розв'язування з використання персональних електронно-обчислювальних машин. Попередні дослідження показують, що наявність близько розміщеного розділу середовищ має значний вплив на характеристики течії навколо транспортного засобу. Необхідні розробки математичних моделей для подальших досліджень.

## II. СТАН МОДЕЛЮВАННЯ ВЯ'ЯЗКИХ ТУРБУЛЕНТНИХ ТЕЧІЙ

Однією з найскладніших проблем створення швидкісних наземних та надводних транспортних апаратів є задача пошуку раціонального аеродинамічного компонування. Рух такого транспортного засобу з великою швидкістю відбувається поблизу межі розділу середовищ в атмосферних умовах, близьких до параметрів стандартної атмосфери на рівні моря. Близькість водної поверхні сприяє формуванню екранного ефекту – це явище завдяки якого відбувається збільшення підйімальної сили, зменшення індуктивної складової лобового опору, зміна моментних аеродинамічних залежностей. Завдяки екранному ефекту можна досягти високого значення аеродинамічної якості крилевих надводних та наземних транспортних апаратів.

Аеродинамічні процеси мають визначаючий вплив на технічні характеристики транспортних апаратів. Для забезпечення заданого режиму руху транспортного апарата необхідно, щоб його аеродинамічні, геометричні, масові, міцнісні та динамічні параметри знаходилися в певному діапазоні, а їх похідні за часом мали необхідні значення. Розв'язування цієї проблеми полягає у проведенні цілого комплексу досліджень з

аеродинаміки для надання транспортному апарату раціонального аеродинамічного компонування.

Методи моделювання турбулентних течій, з певною мірою умовності можна розділити на три групи: підходи, що базуються на використанні осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса (Reynolds Averaged Navier - Stokes - RANS); два класичних підходи - пряме числове моделювання турбулентності (Direct Numerical Simulation - DNS) і метод моделювання великих вихорів (Large Eddy Simulation - LES); гібридні підходи, що спираються на спільне використання RANS і LES підходів для різних областей течії [1-3].

На сьогодні найбільш поширеними підходами є методи, що базуються на використанні осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса (Reynolds Averaged Navier - Stokes - RANS). Вони замикаються за допомогою тієї або іншої напівемпіричної моделі турбулентності [4-6].

Класичні вихоророзрізняючі підходи є найбільш досконалими. Це пряме числове моделювання турбулентності (Direct Numerical Simulation - DNS) і метод моделювання великих вихорів (Large Eddy Simulation - LES). Метод DNS базується на безпосередньому прямому числовому розв'язуванні тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса з розрізненням усіх просторово-часових масштабів турбулентності. Він ґрунтується на фізичних принципах аеродинаміки і повністю вільний від емпіричних припущень.

У рамках методу LES ті ж рівняння розв'язуються безпосередньо після їх попередньої просторової фільтрації. Це дозволяє виключити з розгляду частину просторово-часових масштабів. Проведена операція дозволяє значно понизити вимоги до просторово-часового розрізнення. Таким чином понижуються вимоги до необхідних обчислювальних ресурсів.

Для урахування впливу відфільтрованих ("підсіткових") масштабів турбулентності притягуються ті або інші напівемпіричні моделі. В науковій літературі для підкреслення кардинальних відмінностей методу LES від підходів, що використовуються для замикання RANS, їх називають "підсітковими".

До третьої групи відносять гібридні підходи, що спираються на спільне використання RANS і LES підходів в різних областях течії. Вони є найбільш розповсюдженими для практичного використання, виходячи з можливостей обчислювальної техніки. У відповідності з даним підходом розрахунок турбулентних течій стисливої рідини проводиться шляхом безпосереднього розв'язування рівнянь Нав'є-Стокса осереднюються за Рейнольдсом для густини та тиску.

Незважаючи на характер осередненої течії, її вимірність та стаціонарність чи нестационарність, необхідно розв'язувати тривимірні нестационарні рівняння Нав'є-Стокса. Це пов'язано з тим, що турбулентність є принципово тривимірним і нестационарним явищем. Слід звернути увагу на те, що для ряду моделей, наприклад DNS, необхідно

забезпечити достатню точність розрізнення усіх просторово-часових масштабів турбулентності.

Перевагою рівнянь RANS перед вихідними Нав'є-Стокса є те, що вони сформульовані безпосередньо відносно осереднених за часом характеристик течії, що представляють основний інтерес в задачах аеродинаміки. Таким чином можна виключити необхідність розрахунку локальних нестационарних характеристик турбулентних потоків шляхом інтегрування тривимірних нестационарних рівнянь Нав'є-Стокса (DNS). В реальних умовах течії, на даний час розвитку обчислювальної техніки, проведення розрахунку локальних нестационарних характеристик турбулентних потоків вважаються абсолютно неможливими. Слід відзначити, що рівняння RANS є незамкнутими, оскільки вони містять невідомий тензор рейнольдсових напружень та вектор турбулентного теплового потоку. Тому для їх практичного використання потрібні додаткові співвідношення, що зв'язують ці величини з характеристиками осередненого руху. Вони можуть бути отримані тільки з використанням тієї або іншої емпіричної інформації. Ці співвідношення прийнято називати моделями турбулентності для напружень Рейнольда або для других моментів.

Альтернативний підхід до вирішення проблеми замикання рівнянь Рейнольда полягає у використанні рівнянь перенесення рейнольдсових напружень, які формально можуть бути отримані з рівнянь Нав'є-Стокса за допомогою процедури осереднювання за часом аналогічно тому, як це робиться при виведенні рівнянь Рейнольда. Проте ці рівняння містять так звані моменти третього порядку ( $\overline{u'_i u'_j u'_k}$ ). Зв'язок з параметрами осередненого руху і компонентами тензора рейнольдсових напружень (моментами другого порядку) є невідомий, і для їх визначення потрібне використання рівнянь перенесення для моментів третього порядку. Ці рівняння, у свою чергу, містять кореляції четвертого порядку і т. д., так що отримання строгої замкнутої системи рівнянь відносно статистичних характеристик турбулентності в принципі неможливе. У цій ситуації розумним компромісом видається обмеження моделювання рівняннями перенесення других моментів.

Значні успіхи в області побудови різноманітних напівемпіричних моделей турбулентності були досягнуті в 60-х, - 70-х роках минулого століття. Вони надали обманливі надії на створення універсальної RANS моделі, що може бути придатною для розрахунку будь-якої, в крайньому випадку більшості турбулентних течій.

Упродовж другої половини минулого століття науковими установами були проведені багато чисельні експериментальних і розрахункові дослідження турбулентних течій. Вони, переконливо показали, що локальні усереднені характеристики турбулентних потоків піддаються істотному глобальному впливу стійких, великомасштабних, з розмірами порядку макро-масштабу течії, принципово тривимірних і нестационарних структур.

Характеристики цих структур залежать від конкретної геометрії даної течії і межових. Таким чином, гіпотеза локальності і усереднених характеристик турбулентних потоків, на якій в неявній формі передбачалось побудувати RANS моделі турбулентності, не виконується.

Це в принципі унеможливає побудову ідеальної моделі такого типу і робить згадані вище надії на можливість побудови універсальної RANS моделі турбулентності, по суті, нездійсненними. Дана ствердження в рівній мірі відноситься як до простих моделей, що базуються на гіпотезі Буссінєса про лінійний зв'язок між тензорами рейнольдсових напруги і швидкостей деформацій, так і до моделей перенесення рейнольдсових напружень.

Найбільш яскравим прикладом течій, для яких характерне формування когерентних турбулентних структур з розмірами порядку розмірів обтічного тіла, є течії з великими зонами відриву. Саме з цієї причини результати розрахунків таких течій з використанням RANS моделей виявляються, як правило, є незадовільними.

### III. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Осереднені рівняння Нав'є-Стокса (рівняння RANS) для досконалого стисливого газу в криволінійній системі координат записані в наступному вигляді:

$$\frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} + \frac{\partial(\hat{E} - \hat{E}_v)}{\partial \xi} + \frac{\partial(\hat{F} - \hat{F}_v)}{\partial \eta} + \frac{\partial(\hat{G} - \hat{G}_v)}{\partial \zeta} = \hat{H}, \quad (1)$$

де  $\hat{Q}$  – вектор невідомих змінних;  $\hat{E}, \hat{F}, \hat{G}$  – вектори нев'язких потоків;  $\hat{E}_v = \xi_x E_v + \xi_y F_v + \xi_z G_v$ ,  $\hat{F}_v = \eta_x E_v + \eta_y F_v + \eta_z G_v$ ,  $\hat{G}_v = \zeta_x E_v + \zeta_y F_v + \zeta_z G_v$  – вектори в'язких потоків;  $\hat{H} = 1/j H$  – вектор джерельних членів.

В системі рівнянь (1) n-компонентні вектори  $\hat{Q}, \hat{E}_i, \hat{F}_i, \hat{G}_i, \hat{E}_v, \hat{F}_v, \hat{G}_v$  мають відповідний вигляд в залежності від моделі турбулентності.

Вектори  $\hat{Q}, \hat{E}, \hat{F}, \hat{G}, E_v, F_v, G_v$  визначаються наступними співвідношеннями

$$\hat{Q} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ E_t \end{bmatrix}, \quad \hat{E} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u + \xi_x p \\ \rho U v + \xi_y p \\ \rho U w + \xi_z p \\ (E_t + p)U - \xi_t p \end{bmatrix},$$

$$\hat{F} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho V \\ \rho u V + \eta_x p \\ \rho v V + \eta_y p \\ \rho w V + \eta_z p \\ (E_t + p)V - \eta_t p \end{bmatrix}, \quad \hat{G} = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} \rho W \\ \rho u W + \zeta_x p \\ \rho v W + \zeta_y p \\ \rho w W + \zeta_z p \\ (E_t + p)W - \zeta_t p \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$$E_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ u\tau_{xx} + v\tau_{xy} + w\tau_{xz} - q_x \end{bmatrix}, \quad F_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xy} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{yz} - q_y \end{bmatrix},$$

$$G_v = \frac{1}{J} \begin{bmatrix} 0 \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zz} \\ u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

де  $\xi_x, \xi_y, \xi_z, \eta_x, \eta_y, \eta_z, \zeta_x, \zeta_y, \zeta_z$  – метричні коефіцієнти,  $J = \partial(\xi, \eta, \zeta) / \partial(x, y, z)$  – якобіан перетворення координат,  $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  – компоненти тензора напружень та  $q_x, q_y, q_z$  – компоненти вектора теплових потоків.

$$E_t = \rho \left[ e + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) \right].$$

### IV. РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧІ

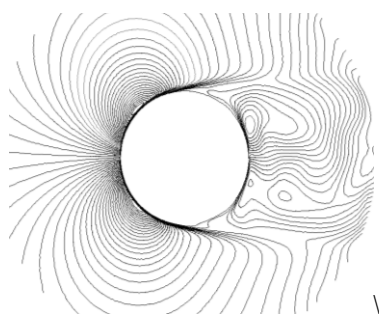
Перевагою рівнянь RANS перед вихідними Нав'є-Стокса є те, що вони сформульовані безпосередньо відносно осереднених за часом характеристик течії, що представляють основний інтерес в задачах аеродинаміки. Таким чином можна виключити необхідність розрахунку локальних нестаціонарних характеристик турбулентних потоків шляхом інтегрування тривимірних нестаціонарних рівнянь Нав'є-Стокса (DNS). В реальних умовах течії, на даний час розвитку обчислювальної техніки, проведення розрахунку локальних нестаціонарних характеристик турбулентних потоків вважаються абсолютно неможливими. Слід відзначити, що рівняння RANS є незамкнутими, оскільки вони містять невідомий тензор рейнольдсових напружень та вектор турбулентного теплового потоку. Тому для їх практичного використання потрібні додаткові співвідношення, що зв'язують ці величини з характеристиками осередненого руху. Вони можуть бути отримані тільки з використанням тієї або іншої емпіричної інформації. Ці співвідношення прийнято називати моделями турбулентності для напружень Рейнольдса або для других моментів.

Для розрахунку обтікання використовувалися осереднені за Рейнольдсом рівняння Нав'є-Стокса, замкнені однопараметричною моделлю турбулентності Спаларта-Аллмараса в реалізації відокремлених вихорів [6]. На рис.1-2 представлено результати числового розрахунку параметрів течії навколо колового циліндра. Результати розрахунку порівнюються з експериментальними даними роботи [7]. Для замикання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса, використано модель турбулентності Спаларта-Аллмараса в реалізації DES. Вихідна система рівнянь записувалась та розв'язувалась в криволінійній тривимірній системі координат. Комплекс програм написано на мові програмування FORTRAN-95.

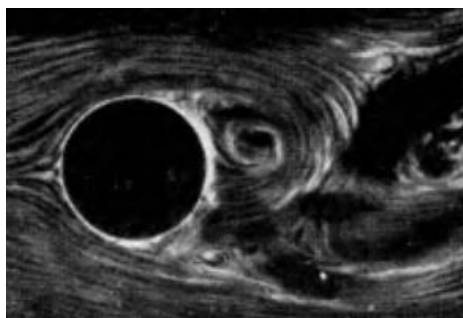
порівнюються з експериментальними даними інших авторів.

#### ЛІТЕРАТУРА

- [1] P. R. Spalart, "Strategies for turbulence modeling and simulations," *Int. J. Heat Fluid Flow*, vol. 21, 2000, pp. 252–263.
- [2] J. H. Ferziger, "Recent Advances in Large Eddy Simulation," *Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, W. Rodi and G. Bergeles (Editors), vol. 3, 1996, pp. 163–176.
- [3] P. R. Spalart, "Philosophies and fallacies in turbulence modeling," *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 74(1), 2015, pp. 1–15.
- [4] Сохацький А. В. До проблеми математичного моделювання турбулентних течій навколо транспортних апаратів. *Системи та технології*. Vol. 2 (62). 2021. С. 5–36.
- [5] F. R. Menter, "Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications," *AIAA Journal*, vol. 32(8), 1994, pp. 1598–1605.
- [6] P. R. Spalart and S. R. Allmaras, "A one-equations turbulence model for aerodynamic flows," *AIAA paper*, vol. 0439, 1992, 21 p.
- [7] G. K. Batchelor, "An introduction to Fluid Dynamics," Cambridge University Press, 1967, 615 p.

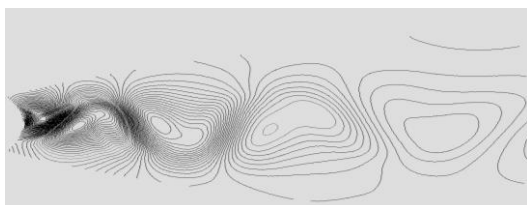


a)

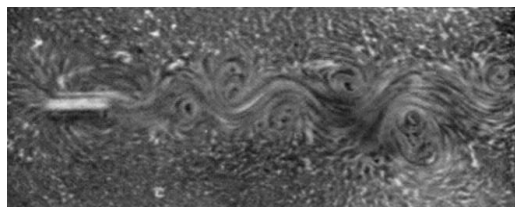


б)

Рис.1. Турбулентна течія навколо циліндра зі сходом вихорової доріжки:  
а – розрахунок (ізолінії V),  $Re=10000$ ;  
б – експеримент [7],  $Re=10000$



a)



б)

Рис. 2. Вихорова доріжка в сліді колового циліндру:  
а – розрахунок  $Re=19300$ ;  
б – експеримент  $Re=19300$  [7]

#### ВИСНОВКИ

В роботі представлено розроблену методику, алгоритм та комплекс програм для розрахунку обтікання транспортного апарата турбулентним потоком. Для замикання осереднених за Рейнольдсом рівнянь Нав'є-Стокса, використано модель турбулентності Спаларта-Аллмараса в реалізації DES. Вихідна система рівнянь записувалась та розв'язувалась в криволінійній тривимірній системі координат. Комплекс програм написано на мові програмування FORTRAN-95. Проведено числове розв'язування ряду задач аеродинаміки. Результати розрахунків