

Про один алгоритм розв'язання задачі комівояжера на основі методу оптимізації потоків даних

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2023.035>

Івохін Е.В.

Факультет комп'ютерних наук та кібернетики
Київський національний університет
імені Тараса Шевченка
м. Київ, Україна
ivohin@univ.kiev.ua

Гавриленко В.В.

Факультет транспортних та інформаційних технологій
Національний транспортний університет
м. Київ, Україна
vgavrilenko1953@gmail.com

Івохіна К.Є.

Факультет транспортних та інформаційних технологій
Національний транспортний університет
м. Київ, Україна
ivohina@gmail.com

Анотація — У статті розглянуто методика послідовного застосування поточкових схем розподілу однорідного ресурсу для розв'язання задачі комівояжера, яка формулюється як задача пошуку маршруту відвідування заданої кількості міст без повторень з мінімальною відстанню руху або тривалістю пересування. Ставиться завдання формалізації алгоритму розв'язання задачі комівояжера за допомогою методу поточкового розподілу ресурсу і використання схеми backtracking (повернення). Запропоновано використання методу Орліна оптимізації розподілу потоку на графі.

Ключові слова — задача комівояжера, метод розподілу ресурсів, алгоритм Орліна, схема з поверненням, жадібний підхід.

I. ВСТУП

Останнім часом більшість світових компаній зіткнулися з перебоями в логістиці, спричиненими пандемією та війною в Україні. Через санкції та події, які зв'язані з пандемією, менеджери логістичних компаній відчули серйозні збої у визначенні шляхів та обсягів перевезень, оскільки згадані процеси виявили слабкі сторони традиційних існуючих у логістиці ланцюгів поставок.

Відсутність вертикального бачення виробничих процесів та зв'язків, застарілі процеси управління попитом, недостатня стійкість до змін попиту та несподівані збої через залежність від ручних зусиль у логістичних операціях зруйнували ланцюжок поставок.

Компанії, що займаються логістикою, наразі змушені проаналізувати свої логістичні процеси. Ясно, що зміни в поведінці та очікуваннях клієнтів навряд чи зможуть усунути ці несподівані проблеми логістики, покупці очікували швидшої доставки та зручних можливостей відстеження товарів.

Стає зрозумілим, що компаніям необхідно швидко оптимізувати управління логістикою. Залежно від поставленої задачі, існує багато різних математичних підходів до різних логістичних проблем, такі як лінійне програмування, оптимізація мереж, аналіз рішень, генетичні алгоритми та інше.

Проблеми логістиці мають свої труднощі, деякі з яких вирішуються завдяки роботі менеджерського відділу, а інші передбачають аналіз та оптимізацію логістичних операцій, включаючи планування, координацію та контроль руху та зберігання товарів, послуг і інформації, оптимізацію потоків у мережі [1-3]. Завдяки методам і моделям імітаційного моделювання можна створювати комп'ютерні моделі логістичної системи та використовувати їх для тестування різних сценаріїв та оптимізації продуктивності системи.

Залучення математичних підходів для розв'язування логістичних задач набуває широкого впровадження, конкретний зміст якого залежить від характеру проблеми та наявних даних. Іноді вдається знайти нетипові методики розв'язання відомих задач, однією з яких є задача комівояжера.

II. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ КОМІВОЯЖЕРА ТА АНАЛІЗ ОСТАННІХ ПУБЛІКАЦІЙ

За змістом задачі комівояжера (TSP, Travelling Salesman Problem) необхідно скласти маршрут руху в рамках заданої сукупності зв'язаних між собою пунктів (міст), що утворюють транспортну мережу конкретного регіону [4]. Особливістю задачі є те, що маршрут повинен містити усі пункти, що прописані у завданні, причому, кожен з пунктів потрібно відвідати не більше одного разу. Зрозуміло, що такі подорожі забирають багато часу, тому логічно, що необхідно скласти маршрут таким чином, щоб відстань, яку потрібно подолати, або час подолання

були мінімальними (в якості критерію може також розглядатися знаходження шляху з найменшими витратами).

Задача комівояжера – комбінаторна задача, для розв’язання якої можуть бути використані методи математичного програмування. Щоб навести задачу до загального вигляду, пронумеруємо міста числами $(1, 2, 3, \dots, n)$, а маршрут комівояжера опишемо циклічною перестановкою номерів $t = (j_1, j_2, \dots, j_n, j_1)$, причому всі j_1, \dots, j_n – різні номери. Номер j_1 , який повторюється з початку й у кінці, показує, що перестановка є циклічною [5].

Сукупність міст можна розглядати у вигляді вершин деякого графу з заданими відстанями (або часом пересування) між усіма парами вершин, які утворюють матрицю $C = (c_{ij})$, $i, j = \overline{1, n}$. Будемо вважати матрицю симетричною. Тоді формальне завдання полягає у тому, щоб знайти найкоротший маршрут (за часом або довжиною), який проходить через кожне місто та закінчується в точці відправлення. У такій постановці задача називається замкненою задачею комівояжера (TSP), яка є відомою задачею математичного цілочисельного програмування.

Сформулюємо математичну модель задачі TSP. Нехай $I = \{1, \dots, n\}$ – множина індексів вершин графу задачі. Цільова функція – сумарна відстань або час проходження маршруту, що включає у себе усі вершини графу задачі. Параметрами задачі є елементи матриці $C = (c_{ij})$, $i, j \in I$.

Змінними задачі є елементи бінарної матриці переходів між вершинами $X = \{x_{ij}\}$, $i, j \in I$, які дорівнюють 1, якщо у побудованому маршруті для задачі присутнє ребро (v_i, v_j) , 0 – інакше [6]. Оптимальним є найкоротший за відстанню або за часом маршрут:

$$E = \sum_{i \in I} \sum_{j \in I, j \neq i} c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min, \quad (1)$$

з обмеженнями

$$\begin{aligned} \sum_{j \in I, j \neq i} x_{ij} &= 1, \quad i \in I, \\ \sum_{i \in I, i \neq j} x_{ij} &= 1, \quad j \in I, \end{aligned} \quad (2)$$

$$v_i - v_j + nx_{ij} \leq n - 1, \quad 1 \leq i \neq j \leq n.$$

Остання нерівність забезпечує зв’язність маршруту обходу вершин, він не може складатися з двох і більше незв’язаних частин.

III. ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ

При формуванні маршруту необхідно звернути увагу на те, що кожний наступний етап руху можна обирати на основі послідовного залучення методів оптимізації розподілу однорідного ресурсу, одним з найефективніших серед яких є метод Орлина [7]. Тоді завдання даного дослідження можна

сформулювати у вигляді формалізації алгоритму розв’язання задачі комівояжера за допомогою методу потокового розподілу ресурсу і використання схеми з поверненням (backtracking).

Розглянемо застосування методу для нашої задачі. Цей метод дозволяє розв’язати задачу розподілу однорідного ресурсу з проміжними пунктами у вигляді орієнтованого графа $G(V, E)$ без петель та паралельних ребер, що задається сукупністю непорожньої множини V вершин і множини E ребер:

$$E \subset \{v_i, v_j\} = \langle V, E \rangle, \quad G(V, E) = \langle V, E \rangle, \quad V \neq \emptyset, \quad (3)$$

$$v_i, v_j \in V, i \neq j$$

де $V = \{v_1, v_2, \dots, v_N\}$, $E = \{e_1, e_2, \dots, e_M\}$, N та M – загальна кількість вершин і ребер графа відповідно. При цьому передбачається, що множина V вершин графа $G(V, E)$ представлена сукупністю підмножин, що не перетинаються:

1. V_s – підмножина початкових вузлів (вершин) графа;
2. V_p – підмножина проміжних вузлів (вершин) граф;
3. V_e – підмножина кінцевих вузлів (вершин),

тобто, $V = V_s \cup V_p \cup V_e$, за умови, що $(V_s \cup V_p) \cap V_e = \emptyset$ і $|V_s| = N_1$, $|V_p| = N_2$, $|V_e| = N_3$, $N = N_1 + N_2 + N_3$, а під вагою ребер розуміється час на подолання відповідного етапу маршруту.

IV. ЗАПРОПОНОВАНИЙ АЛГОРИТМ

Зрозуміло, що пошук маршруту на графі передбачає залучення методики з поверненням (backtracking) [8]. Розв’язання задачі на основі застосування backtracking зводиться до послідовного розширення частинного розв’язку. Якщо на черговому кроці розширення провести не вдається, то відбувається повернення до більш короткого частинного розв’язку та продовжується пошук далі. Даний алгоритм дозволяє знайти усі розв’язки поставленої задачі, якщо вони існують. Відомо, що використання алгоритмів на основі схеми пошуку з поверненням при розв’язанні практичних задач суттєво обмежується невисокою швидкістю роботи та значними вимогами до обчислювальних ресурсів. Для прискорення роботи методу намагаються організувати обчислення таким чином, щоб якомога раніше виявляти варіанти, які не є оптимальними, або використовувати при побудові кожного кроку схеми відбору на основі жадібного підходу. Це дозволяє значно скоротити час знаходження розв’язку.

Жадібний підхід формується відповідно принципу обирати оптимальний розв’язок на кожному кроці, не зважаючи на попередні кроки, які зроблені, або будуть зроблені попереду. Іншими словами, жадібна методика базується на локально оптимальному виборі із сподіванням, що цей вибір приведе до глобально оптимального розв’язку.

Потрібно зауважити, що не існує можливості перевірки якості застосування жадібних алгоритмів у розв'язуванні конкретної прикладної задачі, однак для задач, в яких послідовність локальних оптимумів прямує до глобального оптимального розв'язку даний підхід є дуже перспективним.

Жадібна методика, що пропонується авторами, передбачає розгляд на кожному етапі формування маршруту найбільш швидкісного за часом напрямку руху. Комбінований підхід на основі методу розподілу ресурсу та жадібного вибору напрямку руху дозволив реалізувати конструктивну схему розв'язання задачі комівояжера.

Схема, яка може бути сформульована у вигляді такого рекурсивного алгоритму для мережі з N вузлів та заданого часу переміщення для кожної пари вершин:

0 крок. Формуємо початкову інформацію методу розподілу потоку. Вихідна вершина маршруту комівояжера визначає підмножину початкових вузлів методу, множина напрямів з неї задає підмножину проміжних вузлів, а вершини графа, доступні з цього підмножини, визначають множину кінцевих вузлів.

На основі методу Орліна розподілу потоку визначаємо час досягнення кожної з кінцевих вершин на підмережі з початкових, проміжних та кінцевих вершин.

Вибираємо найменший час переміщення та відповідний етап маршруту, відзначаємо вибрані вершини та переходимо до формування даних для нового завдання розподілу потоку. Переходимо наступний крок алгоритму.

s крок, $s=1,2,3,\dots$. Будуємо нові підмножини початкових, проміжних і кінцевих вершин, крім подальшого розгляду зазначені раніше вершини.

Якщо на поточному кроці неможливо визначити нові підмножини (всі вершини відмічені), повертаємось до попереднього кроку, знімаємо мітки з етапу маршруту, відзначаючи тупиковий напрямок, і переходимо до наступного можливого шляхом вибору найшвидшого напрямку руху.

Повторюємо цей процес до досягнення кінцевої точки маршруту, що збігається з вихідною точкою.

Якщо маршрут збудовано, але не включає всіх вершин графа, повертаємось на попередні рівні та перебудовуємо всі робочі підмножини, обираючи нові напрямки руху з урахуванням швидкості пересування.

Фінальний крок. В результаті роботи остаточно отримуємо циклічну перестановку номерів вершин графа, що визначає послідовність етапів маршруту комівояжера.

Для аналізу ефективності роботи алгоритму було проведено обчислювальні експерименти, у межах яких для вирішення задачі комівояжера на мережі з 11 пунктів використовувалися різні методи (повного перебору, жадібний метод, відпалу і запропонований вище). Проведено порівняння результатів.

ВИСНОВКИ

В роботі розглянуто спосіб формалізації алгоритму розв'язання задачі комівояжера за допомогою методу потокового розподілу ресурсу і використання схеми backtracking (повернення). Запропоновано використання методу Орліна оптимізації розподілу потоку на графі. Коротко описано схему формалізації процедури використання методу з реалізацією схеми backtracking для розв'язання задачі комівояжера з мінімальною тривалістю руху за маршрутом. Запропоновано варіант прискорення швидкості роботи розробленого алгоритму, який полягає у залученні жадібної методики у процедурі вибору ділянок маршруту: планування кожного наступного етапу пересування визначається на основі вибору найбільш швидкого напрямку руху, що дозволяє отримати конструктивну схему розв'язання задачі комівояжера. Наведено результати роботи запропонованого алгоритму для обчислення розв'язків задачі комівояжера з мінімізацією тривалістю руху, проведено порівняння отриманих розв'язків з розв'язками, знайденими відомими точними та евристичними методами. Проведено аналіз впливу жадібного підходу на швидкість роботи розробленого алгоритму. Зроблено висновки, запропоновано подальший розвиток запропонованої методики для розв'язання задач комівояжера.

REFERENCES

- [1] M. Christopher, "Logistics and Supply Chain Management," FT Publishing International, 5th edition, 2016.
- [2] A. Harrison, and R. van Hoek, "Logistics Management and Strategy," Financial Times Management, 2nd edition, 2005.
- [3] G. Ghiani, G. Laporte, and R. Musmanno, "Introduction to Logistics Systems Planning and Control," John Wiley & Sons Ltd, 2004.
- [4] Зайченко Ю.П. Дослідження операцій. Київ: Видавничий дім «Слово», 2006. 816 с.
- [5] Гребеннік І.В., Чорна О.С., Макарова Е.Е. Оптимізація лінійних функцій на множині циклічних перестановок з лінійними обмеженнями. Системи управління, навігації та зв'язку, 2018. Vol. 3(49). С. 67–72.
- [6] R.J. Vanderbei, "Linear programming: Foundations and extensions," Springer Cham, 2014.
- [7] J.B. Orlin, "A Faster Strongly Polynomial Algorithm for the Minimum Cost Flow Problem," Operations Research, vol. 41(2), 1993, pp. 338–350.
- [8] D. Watson, "A Practical Approach to Compiler Construction," Springer Cham, 2017.