

Оцінка варіабельності серцевого ритму на основі періодичних функцій із змінним періодом

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2023.040>

Микола Приймак

Кафедра комп'ютерних наук

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

м. Тернопіль, Україна

pmw.ukr@ukr.net

Анотація—введено поняття варіабельності серцевого ритму та вказано, що основним об'єктом її дослідження є періоди (частота) серцебиття. Відзначено, що для випадків, коли періоди утворюють стаціонарну послідовність, методи аналізу варіабельності розроблені. Основна увага в доповіді приділена вивченню варіабельності після дії на організм певних збудників спокою, наприклад, фізичного навантаження. Для таких випадків на основі періодичних функцій із змінним періодом отримана аналітична оцінка змінного періоду серцебиття та оцінка аритмії, а параметри оцінок запропоновано використовувати як діагностичні ознаки варіабельності.

Ключові слова—серцевий ритм; варіабельність; періодична функція із змінним періодом; змінний період серцебиття; змінна частота серцебиття; оцінка аритмії.

I. ВСТУП. ПОНЯТТЯ ТЕРМІНУ ВАРІАБЕЛЬНІСТЬ СЕРЦЕВОГО РИТМУ

В літературі зустрічаються різні за об'ємом та деталізацією тлумачення слова варіабельність. Досить широко цей термін використовується в кардіології. Усреднюючи певні розбіжності в поняття цього слова, його визначення подамо таким чином: «Варіабельність серцевого ритму – це змінність (нерівномірність) серцевих скорочень».

Для наочного тлумачення варіабельності звернемось до електрокардіограми (ЕКГ), фрагмент якої подано на рисунку 1. Графічно ЕКГ виглядає як крива лінія, що має окремі локальні піки. Їх прийнято називати зубцями ЕКГ та позначати літерами латинського алфавіту P, Q, R, S, T, U. Часові відстані між окремими зубцями називаються інтервалами. Віддалі (між послідовно зареєстрованими R-зубцями називаються R-R інтервалами. Окремий R-R інтервал є періодом (тривалістю) одного серцевого циклу в секундах.

Спостерігаючи за поведінкою R-R інтервалів, на перших порах може вважатися, що ЕКГ є періодичною функцією. Проте більш точні вимірювання R-R інтервалів показують, що період ЕКГ не є постійним, а певним чином змінюється, причому ця зміна має випадковий

характер. Такі змінні періоди в електрокардіографії ще називають серцевим ритмом.

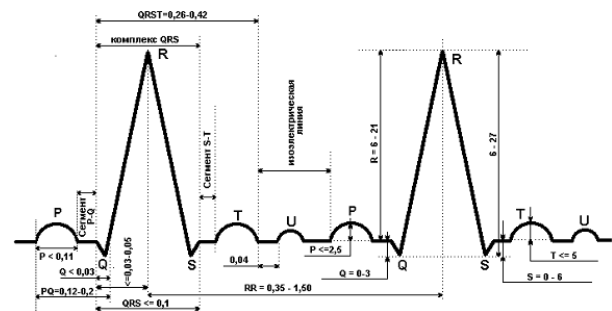


Рисунок 1. Елементи ЕКГ та їх характеристики

Враховуючи це зауваження, визначення варіабельності подамо ще таким чином. Варіабельність – це змінність періодів ЕКГ (серцебиття). Дослідження цієї змінності, тобто варіабельності ЕКГ, є однією із важливих задач в кардіології.

Коли R-R інтервали вимірюються в стані спокою, вважається, що вони утворюють стаціонарну послідовність. Методи дослідження стаціонарних ЕКГ розроблені досить різносторонньо. Проте крім стаціонарних випадків важливою є задача дослідження ЕКГ, що отримується після дії на організм збудника спокою, наприклад, фізичного навантаження, тобто коли послідовність її періодів вже не є стаціонарною. Для таких ЕКГ науково обґрунтованих методів і алгоритмів їх дослідження до недавнього часу не існувало. Така можливість появилась порівняно недавно, після започаткування теорії періодичних функцій із змінним періодом [1].

II. ЗНАХОДЖЕННЯ ЗНАЧЕННЯ ПЕРІОДА – ОДНА ІЗ НАУКОВИХ ПРОБЛЕМ

Коли мова заходить про періодичність, в першу чергу про періодичні аналітичні функції та їх ряди Фур'є, то, як правило, припускається, що період функцій є відомим. Якщо ж розглядаються питання досліджень реальних періодичних сигналів, то їх період переважно невідомий. Тому щоб здійснювати

їх аналіз, спочатку необхідно знайти значення періода.

III. ЗМІННИЙ ПЕРІОД ТА ЗАДАЧА ЙОГО ВИЗНАЧЕННЯ

Такі ж зауваження стосуються і періодичних функцій із змінним періодом. Для аналітично заданих функцій їх змінний період $T(t)$ вважається відомим. Для реальних сигналів, а такими є сирена швидкої допомоги, повітряної тривоги, електрокардіограма після дії на організм певного збудника спокою, знання їх змінного періоду скоріше є винятком, ніж закономірністю. При дослідженні цих та інших подібних сигналів однією із перших є задача знаходження їх змінного періоду.

Побудову оцінки змінного періоду розглянемо на прикладі оцінки періоду серцебиття після дії на організм пацієнта фізичного навантаження у вигляді фіксованого числа присідань. Деякі із цих питань розглядалися автором цієї роботи раніше [2, 3].

Метод оцінки змінного періоду умовно розділимо на два етапи. Спочатку проводяться експеримент та відбір необхідних даних, пізніше у вигляді функціональних залежностей знаходиться оцінка змінного періоду та змінної частоти.

A. Відбір експериментальних даних змінного періоду

На першому етапі експерименту пацієнт піддається фізичному навантаженню (наприклад, двадцять глибоких присідань). Зразу ж після присідання здійснюється відбір моментів часу $t_k, k=1, 2, \dots, n+1$, в які з'являються R-зубці електрокардіограми. На основі цієї послідовності утворюємо послідовність

$$T_k = t_{k+1} - t_k, k = 1, 2, \dots, n.$$

Значення T_k – це по суті величина змінного періоду $T(t)$ в моменти часу $t_k, k=1, 2, \dots, n$. За значеннями змінного періоду T_k обчислюються значення змінної частоти $\nu_k = 1/T_k$, яку образно називають частотою серцебиття. Кожне десяте значення періодів T_k та частот ν_k показані на рисунку 1.

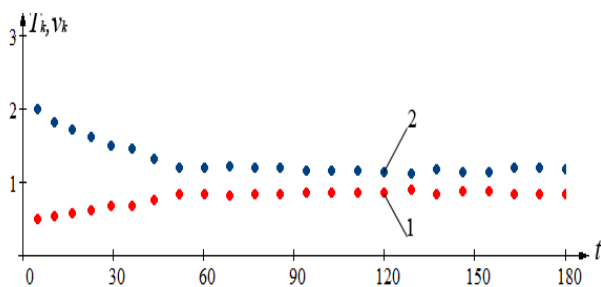


Рисунок 1. Кожне десяте значення змінного періоду T_k (графік 1) та змінної частоти ν_k (графік 2), отримані після дії на організм фізичного навантаження

B. Апроксимація експериментальних даних як метод оцінки змінного періоду

Для знаходження функціонального виразу оцінки змінного періоду $T(t)$ використаємо метод апроксимації. Нагадаємо, що суть апроксимації числової послідовності полягає в побудові такої неперервно заданої функції, яка б найбільш точно («найкращим» чином) відтворювала загальну динаміку (закономірність) поведінки цієї послідовності. В нашому випадку для апроксимації може бути вибрана послідовність змінного періоду $T_k, k=1, 2, \dots, n$, або змінної частоти ν_k . Вирішення цієї задачі теж розіб'ємо на два етапи. Спочатку здійснюється вибір класу функцій, до якого відноситься апроксимуюча функція. На другому етапі визначаються коефіцієнти та параметри цієї функції.

B. Вибір апроксимаційної функції

Проведемо попередній аналіз значень періоду T_k та частоти ν_k , графіки яких показані на рисунку 1. Аналізуючи поведінку значень T_k , видно, що вказати клас функцій, представник якого дозволив би відтворити закономірність цієї поведінки, досить проблематично. Якщо звернути увагу на динаміку значень частоти ν_k , видно, що їх поведінка має форму експоненційної залежності. Звідси виходить, що доцільно провести апроксимацію послідовності $\nu_k, k=1, 2, \dots, n$, а за апроксимаційну функцію вибрати експоненційну функцію

$$\nu(t) = a + be^{-\alpha t} = \nu(t, a, b, \alpha), t \geq 0. \quad (1)$$

Г. Знаходження параметрів апроксимаційної функції $\nu(t)$.

Для їх знаходження параметрів a, b, α функції $\nu(t)$ використаємо метод найменших квадратів. Для цього через S_v^2 позначимо суму квадратів різниць (відхилень) між значеннями частот $\nu_k, k=1, 2, \dots, n$, та відповідними значеннями функції апроксимації $\nu(t)$ в точках t_k

$$S_v^2 = \sum_{k=1}^n (\nu_k - \nu(t_k))^2 = \sum_{k=1}^n (\nu_k - (a + be^{-\alpha t_k}))^2 \stackrel{df}{=} S_v^2(t_k, a, b, \alpha). \quad (2)$$

В цій сумі значення частоти ν_k є відомими, а параметри a, b, α розглядаються як змінні величини. Згідно методу найменших квадратів параметри a, b, α знаходяться із умови мінімізації суми:

$$\inf_{a, b, \alpha} \sum_{k=1}^n (\nu_k - (a + be^{-\alpha t_k}))^2 = \inf_{a, b, \alpha} S_v^2(t_k, a, b, \alpha), \quad (3)$$

де нижня границя розповсюджується на всі значення параметрів a, b, α .

Д. Оцінка змінного періоду та змінної частоти

Знайдені із (3) значення параметрів a, b і α підставимо їх вираз (1). В результаті отримаємо апроксимуючу функцію змінної частоти

$$v(t) = a + be^{-\alpha t},$$

яка і приймається за оцінку змінної частоти. Оскільки період і частота обернено пропорційно пов'язані, функцією апроксимації змінного періоду є функція

$$T(t) = \frac{1}{v(t)} = \frac{1}{a + be^{-\alpha t}},$$

яка приймається за оцінку змінного періоду.

Е. Міра відхилення функції апроксимації від експериментальних даних

Якщо отримані значення параметрів a, b, α підставити у вираз (2), то величина

$$S_v^2 = \sum_{k=1}^n (v_k - (a + be^{-\alpha t_k}))^2$$

визначає степінь наближення функції апроксимації $v(t)$ до експериментальних даних. Величину S_v^2 назвемо мірою (оцінкою) квадратичного відхилення функції апроксимації частоти $v(t)$ від експериментальних значень. По аналогії з поняттям дисперсії величина $\sigma_v^2 = S_v^2/n$ буде «дисперсійним» відхиленням апроксимації частоти. Крім відхилення S_v^2 і σ_v^2 більш зручно користуватися середньоквадратичним відхиленням

$$\sigma_v = \sqrt{S_v^2/n}.$$

Мірою квадратичного відхилення функції апроксимації $T(t)$ від значень $T_k, k = 1, 2, \dots, n$, буде величина

$$S_T^2 = \sum_{k=1}^n (T_k - T(t_k))^2 = \sum_{k=1}^n \left(T_k - \frac{1}{a + be^{-\alpha t_k}} \right)^2.$$

Відповідне їй середньоквадратичне відхилення

$$\sigma_T = \sqrt{S_T^2/n}.$$

IV. ПАРАМЕТРИ ЗМІННОЇ ЧАСТОТИ ТА ПЕРІОДУ ЯК ДІАГНОСТИЧНІ ОЗНАКИ

Параметри a, b, α а також середньоквадратичні відхилення σ_v і σ_T пропонується використовувати в кардіології як діагностичні ознаки для задач розпізнавання, класифікації та інше.

Приклад. За тематикою цієї доповіді було проведено ряд експериментальних досліджень, пов'язаних із оцінкою змінного періоду і частоти серцебиття пацієнтів після фізичного навантаження. Результати опрацювання даних для двох експериментів, учасники яких відносилися до різних вікових категорій, наведені в таблиці 1.

TABLE I.

	a	b	α	σ_v	σ_T
Експеримент 1	1,148	1,015	0,013	0,041	0,016
Експеримент 2	1,231	1,407	0,036	0,039	0,022

За обчисленими значеннями параметрів a, b, α аналітичні оцінки (апроксимаційні функції) змінної частоти $v(t)$ та змінного періоду $T(t)$ для першого експерименту мають вигляд:

$$v(t) = 1.148 + 1.015 \times e^{-0.013 t},$$

$$T(t) = \frac{1}{1.148 + 1.015 \times e^{-0.013 t}}.$$

На рисунку 2 наведені результати експерименту 1: оцінка змінної частоти $v(t)$ – графік 1а, експериментальні дані змінної частоти $v_k, k = 10, 20, \dots, 10n$ – точковий графік 1б; оцінка змінного періоду $T(t)$ – графік 2а; експериментальні дані змінного періоду T_k – точковий графік 2б.

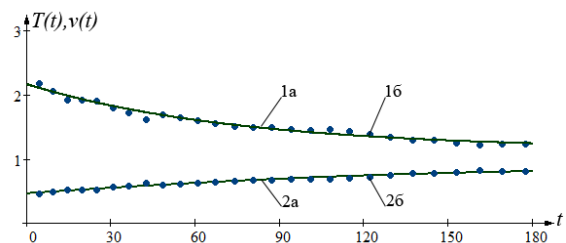


Рисунок 2. Результати експерименту 1: змінна частота v_k – точковий графік 1а; оцінка змінної частоти $v(t)$ – графік 1б; змінний період T_k – точковий графік 2а; оцінка змінного періоду $T(t)$ – графік 2б.

V. ВИКОРИСТАННЯ В МЕДИЧНІЙ ПРАКТИЦІ ПАРАМЕТРІВ a, b І α ТА ОЦІНОК ЗМІННОГО ПЕРІОДУ І ЧАСТОТИ

Можна вказати два основних напрямки використання оцінок змінного періоду і змінної частоти та параметрів a, b, α та середньоквадратичні відхилення σ_v і σ_T .

- а) При побудові рядів Фур'є періодичних сигналів із змінним періодом, коли змінний період є невідомим. Тому замість точного значення періоду може бути використана його оцінка.
- б) Для задач кардіології, зокрема при дослідженні варіабельності серцевого ритму.

A. Тлумачення параметрів a, b, α з позицій варіабельності серцевого ритму.

Параметри a, b, α мають чітку інтерпретацію при дослідженні варіабельності серцевого ритму після дії на організм дії збудника спокою.

- Параметр a означає частоту пульсу в стані спокою.
- Параметр b вказує, на яку величину зростає частота пульсу після дії на організм збудника спокою.
- Параметр α характеризує «швидкість» стабілізації серцебиття: при збільшенні значення α тривалість стабілізації зменшується і навпаки, на що звернемо увагу нижче.

B. Тривалість стабілізації пульсу.

Важливою характеристикою варіабельності є тривалість стабілізації пульсу, тобто проміжок часу від моменту t_0 , коли розпочинався відлік R-R інтервалів (періодів T_k), до моменту часу t_1 , коли пульс стабілізується. За значення t_1 доцільно брати такий момент часу, коли різниця $v(t_1) - a \leq \varepsilon$. При цьому для $t < t_1$ різниця $v(t) - a > \varepsilon$, для $t > t_1$ різниця $v(t) - a < \varepsilon$. Вибір значення ε здійснюється на основі рекомендацій лікарів-кардіологів. Різницю $t_1 - t_0 = t_{cm}^{df}$ пропонується трактувати як тривалість стабілізації пульсу.

VI. ОЦІНКА АРИТМІЇ СЕРЦЕВОГО РИТМУ ПІСЛЯ ФІЗИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Ще одним показником варіабельності серцевого ритму є аритмія. В стані спокою, коли послідовність R-R інтервалів вважається стаціонарною, за величину аритмії приймається середньоквадратичне

відхилення цієї послідовності від її математичного сподівання. У випадку дії на організм збудника спокою послідовність R-R інтервалів відмінна від стаціонарної, тому така оцінка аритмії не підходить.

Для оцінки аритмії в подібних випадках пропонується алгоритм, що враховує відхилення значень періодів $T_k, k = 1, 2, \dots, n$ (R-R інтервалів) від оцінки змінного періоду $T(t)$. При цьому оцінкою (мірою, величиною) аритмії буде середньоквадратичне відхилення $\sigma_T = \sqrt{S_T^2/n}$.

Крім оцінки аритмії σ_T для задач кардіології пропонується використовувати оцінку аритмії частоти $\nu_k, k = 1, 2, \dots, n$, серцевих скорочень. Такою оцінкою може бути квадратичне відхилення частоти S_v^2 або середньоквадратичне відхилення

$$\sigma_v = \sqrt{S_v^2/n}.$$

Значення σ_v і σ_T для розглянутих раніше експериментів подані в таблиці 1. Діагностичні висновки згідно цих оцінок аритмії можуть дати кардіологи.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Приймак М.В., Боднарчук І.О., Лупенко С.А. Умовно періодичні випадкові процеси із змінним періодом. Вісник Тернопільського державного технічного університету. 2005. Вип. 10(2). С. 132–141.
- [2] Приймак М.В., Сарабун Р.М. Оцінка змінного періоду та змінної частоти серцебиття пацієнтів у різних вікових групах. Матеріали XIV наукової конференції Тернопільського національного університету імені Івана Пулюя «Природничі науки та інформаційні технології» (Тернопіль, 27-28 жовтня 2010 р.). Тернопіль: ТНТУ. С. 29.
- [3] Приймак М.В., Сарабун Р.О., Дмитроца Л.П. Оцінка змінного періоду та змінної частоти. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2011. Вип. 2. С. 76–82.