

Моделювання одновимірних нелінійних об'єктів з розподіленими параметрами на основі використання оборотних simulink моделей

<https://doi.org/10.31713/MCIT.2023.047>

Володимир Федорчук
Кафедра комп'ютерних наук
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка
м. Кам'янець-Подільський, Україна
fedvolod@kpnpu.edu.ua

Віталій Іванюк
Кафедра комп'ютерних наук
Кам'янець-Подільський національний університет
імені Івана Огієнка
м. Кам'янець-Подільський, Україна
wivanyuk@kpnpu.edu.ua

Анотація—У роботі розглядається задача комп'ютерного моделювання лінійно-протяжних одновимірних механічних об'єктів з розподіленими параметрами, які складаються з неоднорідних за фізичними параметрами областей. На основі дискретизації за просторовою координатою пропонується використання апроксимаційних моделей у вигляді систем звичайних диференціальних рівнянь, які ефективно реалізуються в середовищі Matlab/Simulink. Запропонований метод моделювання дає змогу отримати оборотну модель, яка уможливорює застосування вхідних впливів до одних частин об'єкта і отримання відгуків для інших його частин. Крім того, отримана комп'ютерна модель дозволяє використовувати в розв'язувальних блоках нелінійні залежності.

Ключові слова—моделювання нелінійних розподілених об'єктів; оборотна Simulink-модель.

I. ВСТУП

При розв'язуванні задач проектування складних динамічних систем часто приходиться враховувати в їх моделях ефект розподіленості параметрів та нелінійні залежності. Також для забезпечення ефективного функціонування підсистем керування, контролю чи діагностики виникає необхідність використання комп'ютерних моделей самих об'єктів керування, контролю чи діагностики. Такі системи, зазвичай, складаються з неоднорідних за фізичними характеристиками елементів, включаючи нелінійні елементи, а також елементи з розподіленими параметрами [1]. Тому актуальною постає задача створення адекватних математичних моделей таких динамічних систем з урахуванням розподіленості параметрів окремих ланок, а також вимог щодо ефективної комп'ютерної реалізації отриманих моделей.

При комп'ютерному моделюванні об'єктів з розподіленими параметрами, математичні моделі яких, зазвичай, подаються у вигляді диференціальних рівнянь з частинними похідними, виникає необхідність зведення їх до такого виду, який дає змогу використовувати у програмних засобах моделювання стандартні операційні блоки.

II. ОСНОВНА ЧАСТИНА

Розглянемо математичний опис об'єкта з розподіленими параметрами у вигляді диференціального рівняння з частинними похідними

$$a(x,t) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial t^2} - b(x,t) \frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x^2} + c(x,t) \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = f(x,t), \quad (a, b, c > 0), \quad (1)$$

з граничними умовами

$$\begin{cases} u(x_0, t) = \varphi_0(t); & u(x_0 + l, t) = \varphi_l(t); \quad (t_0 \leq t \leq T), \\ u(x, t_0) = \psi_0(x); & u(x, T) = \psi_T(x); \quad (x_0 \leq x \leq x_0 + l), \end{cases} \quad (2)$$

де $\varphi_0(t)$, $\varphi_l(t)$, $\psi_0(x)$, $\psi_T(x)$ – задані функції.

Застосувавши метод прямих до рівнянь (1)-(2), отримаємо систему з n звичайних лінійних диференціальних рівнянь другого порядку та нехтуючи членами $O(h^2)$ і позначивши через $U_k(t)$ наближені значення розв'язку $u(t, x)$ на прямій $x = x_k$ для їх визначення, отримаємо систему рівнянь

$$a_k(t) \ddot{U}_k(t) - \frac{b_k(t)}{h^2} [U_{k+1}(t) - 2U_k(t) + U_{k-1}(t)] + c_k(t) \dot{U}_k(t) + d_k(t) U_k(t) = f_k(t), \quad (k = 1, 2, \dots, n). \quad (3)$$

Із граничних умов маємо:

$$\left. \begin{aligned} U_0(t) &= \varphi_0(t), & (\alpha \leq t \leq T); \\ U_{n+1}(t) &= \varphi_l(t), & (\alpha \leq t \leq T); \\ U_k(t_0) &= \psi_0(x_i), & U_k(T) = \psi_T(x_k); \\ & & (k = 1, 2, \dots, n). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Отримана модель у вигляді системи диференціальних рівнянь (3) з граничними умовами (4) апроксимує з точністю до $O(h^2)$ диференціальне рівняння (1) з граничними умовами (2). За допомогою апроксимаційних перетворень вихідна модель дискретизується на n структурних елементів,

кожен з яких реалізується за допомогою звичайного диференціального рівняння другого порядку. Звичайно, систему рівнянь (3) можна розв'язувати традиційними методами, як це робиться в роботі [2], однак, більш перспективним виглядає спосіб отримання розв'язків за допомогою комп'ютерних засобів імітаційного моделювання. Тому для реалізації отриманої апроксимаційної моделі використовується simulink-модель, яка складається з n блоків (рис. 1), кожен з яких реалізує відповідне диференціальне рівняння системи (3). Особливістю цієї системи рівнянь є те, що кожне із рівнянь пов'язане з двома сусідніми рівняннями через функції $U_{k+1}(t)$ та $U_{k-1}(t)$, тому кожен блок, що реалізує k -те рівняння має один вихід $U_k(t)$, та два входи, на які подаються, відповідно, $U_{k+1}(t)$ та $U_{k-1}(t)$. Це зумовлює присутність в моделі прямих і зворотних зв'язків, які дають змогу встановити причинно-наслідкові залежності від першого блоку до останнього і навпаки, тобто simulink-модель внаслідок цього володіє властивістю оборотності.

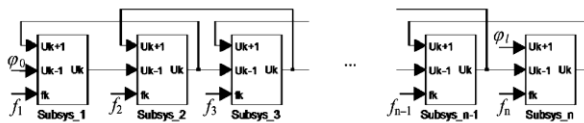


Рис. 1. Структурна реалізація апроксимаційної моделі (3)

Рівняння системи (3) описують поведінку дискретних елементів, на які розбивається неперервний розподілений об'єкт. Наприклад, для протяжного однорідного стержня, який зазнає деформації розтягу-стиску і описується моделлю (1) апроксимаційна модель (3), фактично, відображає систему n зосереджених мас, зв'язаних між собою пружними зв'язками. При цьому складові моделі (3) мають конкретний фізичний зміст: перший доданок відображає силу інерції, другий – силу пружності, третій – силу опору руху і т. д. Тому в кожне із рівнянь можна вносити додатково і нелінійні залежності, які можна легко реалізувати у відповідній підсистемі (рис 2.), яка є основою приведеної вище simulink-моделі. Наприклад, якщо сила опору руху для k -того елемента залежить від квадрату його швидкості, то в simulink-моделі це відображається співвідношенням $f_k(t) = \mu(U_k(t))^2$, де μ – деяка постійна величина. Отримана комп'ютерна simulink-модель володіє також унікальною властивістю оборотності, оскільки вона дозволяє здійснювати вхідні впливи та отримувати відгуки в будь-яких точках дискретизації лінійно протяжного об'єкта.

Також за рахунок структурної організації розв'язуючих блоків-підсистем комп'ютерної моделі є можливість моделювати неоднорідні об'єкти, які складаються з ділянок, що мають різні фізичні властивості, а також моделювати різні їх стани, наприклад, внаслідок контакту з іншим об'єктом [3].

Прикладом ефективного застосування оборотних комп'ютерних моделей є створена за описаною вище методикою модель бурильної колони бурової установки. Модель дає змогу відображати поздовжні коливання та обертальний рух колони, а також складний процес взаємодії долота із забоем.

Керуючими впливами на процес буріння є сила, прикладена зі сторони лебідки через талеву систему та момент сили зі сторони роторного столу. При цьому враховується: неоднорідність бурової колони внаслідок використання різнотипних бурильних труб; деформація бурової вишки при навантаженні та її інертність; сили опору, викликані взаємодією промивної рідини зі стінками колони; виштовхувальна сила та інерція стовпа промивної рідини; сили опору при взаємодії долота з породою.

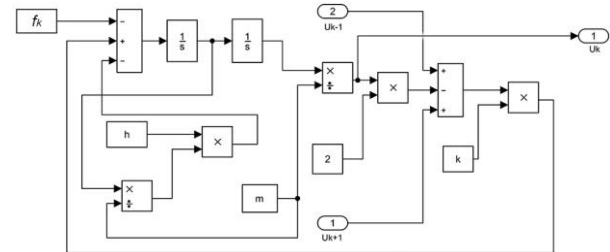


Рис. 2. Структурна реалізація підсистеми для числової реалізації k -того рівняння системи (3)

Побудована simulink-модель дала змогу розв'язати (у випадку неоднорідної за типорозмірами бурильних труб колони) ряд практичних задач, а саме: розраховувати у часі як зміщення долота за відомими зміщенням верхнього кінця колони і силою зі сторони талевої системи, так і кут його повороту за відомими обертальним моментом і кутом повороту ротора; обчислювати силу удару зубців шарошки за відомими обертальним моментом ротора та силою в точці підвісу талевої системи; розраховувати зміну моменту сили опору долота відносно сили, прикладеної до верхнього кінця колони та моменту сили роторного столу; обчислювати динаміку сил та моментів у різьбових з'єднаннях колони тощо. Розв'язування зазначених задач дає можливість комплексної оцінки динаміки бурильної колони під час буріння та опускально-підіймальних роботах.

III. ВИСНОВКИ

Отже, результати моделювання свідчать, що отримана структурна simulink-модель може використовуватись як на стадії проектування обладнання бурової установки, так і на стадії компонування бурильної колони. Крім того, модель може використовуватись в системі керування при проходці свердловини для підтримки оптимальних режимів буріння та для оптимізації опускально-підійомних робіт.

ЛІТЕРАТУРА

- [1] Verlan A., Fedorchuk V. Models of dynamics of electromechanical systems. Kyiv: Nauk. Dumka, 2013. 222 p.
- [2] Navarro-López, E., (2010). Bit-sticking phenomena in a multi-degree-of-freedom controlled drill string. Exploration and Production: Oil and Gas Review, 8(2), pp. 70-75.
- [3] Fedorchuk V., Verlan A. Computer Modelling of Drill String of an Oilwell Drilling Rig / IEEE Xplore Digital Library. TCSET-2018. P. 346-350. (Scopus, Web of Science Core Collection) <https://ieeexplore.ieee.org/document/8336216/>