Задача швидкодії одноланкового робота-маніпулятора з урахуванням малого впливу демпферних елементів

https://doi.org/10.31713/MCIT.2024.107

Андрій Бомба
Національний університет водного господарства і природокористування
Рівне, Україна
abomba@ukr.net

Василь Кот
Відокремлений структурний підрозділ «Рівненський фаховий коледж Національного університету біоресурсів і природокористування України»
Рівне, Україна
kotpm04@ukr.net

***Анотація* — Розглядається задача оптимізації руху одноланкового робота-маніпулятора з урахуванням малого впливу демпферних пружин. Пропонується підхід, що забезпечує можливість мінімізувати час виконання циклічних операцій шляхом пошуку оптимальних режимів керування. Для вирішення цієї задачі пропонується використати метод збурень, який забезпечує належну точність. Наведено математичну модель системи та метод оптимізації, які можуть бути використані для підвищення продуктивності роботів-маніпуляторів у промисловості.**

Ключові слова — одноланковий робот-маніпулятор; демпферні пружини; оптимізація руху; асимптотичний метод; циклічні операції; швидкодія; робот-маніпулятор;

I. Вступ

Одноланкові роботи-маніпулятори є ключовими в промисловості завдяки своїй простоті, надійності та точності. Вони використовуються у виробництві, транспортуванні та інших сферах, де необхідна швидка та точна робота. Зростання вимог до продуктивності робить підвищення їх швидкодії критично важливим.

Оптимізація часу виконання операцій сприяє зменшенню енерговитрат та зносу обладнання. Демпферні пружини можуть впливати на динаміку, проте в разі їх незначного впливу необхідні додаткові дослідження. Однак, враховуючи їх вплив, не потрібно «розв'язувати задачу з нуля» – достатньо внести певні поправки до розв'язку спрощеної задачі (без урахування впливу демпферів).

У роботі пропонується метод оптимізації руху одноланкового робота з відносно малим впливом демпферних пружин, з використанням асимптотичного методу для досягнення точних та швидких результатів.

II. Постановка задачі

Розглядається одноланковий робот-маніпулятор, який переносить вантаж з початкового стану до кінцевого та повертається назад без вантажу. Він знаходиться під дією активного керування і пасивних сил, що генеруються пружинними приводами. Завдання — оптимізувати рух з урахуванням малого впливу демпферних пружин для мінімізації часу операції.

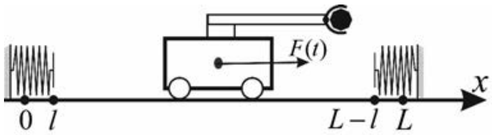

Рис. 1. Схема руху маніпулятора

III. Математична модель

Модель одноланкового маніпулятора включає каретку з вантажем, що має масу $m(t)$ і рухається вздовж горизонтальної осі Ox Пасивні пружинні приводи описуються лінійними залежностями, де сила, що діє на маніпулятор, прямо пропорційна його зміщенню [1].

Рівняння руху маніпулятора має вигляд:

$$m(t)\ddot{x}(t) = F(t) + \varepsilon F_p(x) \qquad (1)$$

де $x(t)$ – координата каретки в момент часу t, $F(t)$ – активна сила керування, а $F_p(x)$ – сумарна сила пасивних приводів, що включає сили пружності, $m(t) = \begin{cases} m_0 + m_*,\ 0 < t < t_0 \\ m_0,\ t_0 < t < T \end{cases}$, t_0 - час t, коли каретка досягне до пункту призначення і почне повертатися назад, T - час, при якому каретка здійснить рух від початкового стану до кінцевого і повернеться назад, m_0 - маса каретки, m_* - маса вантажу який перевозить маніпулятор, ε - малий параметр, який регулює вплив пружин на рух робота в початковому і кінцевому станах.

Сила $F_p(t)$ визначається як:

$$F_p(x) = \begin{cases} k(l - x(t)),\ x < l \\ 0,\ l < x < L - l \\ -k(x(t) - (L - l)),\ x > L - l \end{cases}, \qquad (2)$$

де k - коефіцієнт жорсткості відповідного приводу, l - довжина вільного стану пружини, L - довжина шляху, який проходить робот-маніпулятор з початкового стану до кінцевого.

IV. Задачі оптимізації

Необхідно знайти активне керування $F(t)$ при відомих параметрах пасивних приводів k, l, що мінімізує час виконання операції T ($T \to \min$), забезпечуючи виконання наступних умов:

1. Початкові та кінцеві умови:

$$x(0)=0\,,\ x(T)=0\,,\ \dot{x}(0)=0\,,\ \dot{x}(T)=0 \tag{3}$$

2. Обмеження на активне керування:

$$F_{\min} < F(t) < F_{\max}\,,\ \forall t \in [0,T] \tag{4}$$

3. Врахування малого впливу демпферних пружин:

$$\varepsilon << 1 \tag{5}$$

V. Метод розв'язання

Активне керування при заданій прямолінійній траєкторії руху визначаються наближено з урахуванням впливу пружних сил першого порядку.

Вважатимемо, що маніпулятор, досягнувши точки L, не повертається назад, а продовжує рухатися вперед до точки $2L$ (рис. 2).

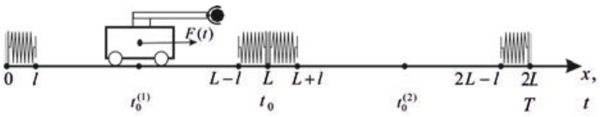

Рис. 2. Схема руху маніпулятора з фіктивною областю

Очевидно, що відстань між точками L та $2L$ дорівнює відстані між початковою точкою 0 і точкою L. Область [L, $2L$] є умовною (фіктивною) та відображає шлях маніпулятора у зворотному напрямку (від L до 0). Зв'язок між умовною та фізичною областями можна виразити наступним чином:

$$\tilde{x} = 2L - x\,, \tag{6}$$

де x — координата у фізичній області, а $\tilde{x}$ — координата в уявній області.

Відповідно, якщо сила $F(t)$ діє на маніпулятор у фізичній області, то сила $\tilde{F}(t)$ в уявній області буде мати протилежний напрямок, щоб відобразити зворотний рух: $\tilde{F}(t) = -F(t)$. Таким чином, сила в уявній області є «дзеркальним» відображенням сили у фізичній області з врахуванням зміни знаку. У подальших формулах ми не будемо додатково позначати координату та силу в уявній області хвилькою, проте пам'ятатимемо про це. Крім того, припустимо, що пружини можуть стискатися до однієї точки і в точці L на вагонетку буде діяти пружина яка штовхатиме маніпулятор в фіктивній області в додатному напрямку вздовж осі Ox.

Відповідно до цього умови задачі (2-3) необхідно записати у наступному вигляді:

$$F_p(x) = \begin{cases} k(l - x(t)), x < l \\ 0, l < x < L - l \\ -k(x(t) - (L - l)), L - l < x < L \\ k(L + l - x(t)), L < x < L + l \\ 0, L + l < x < 2L - l \\ -k(x(t) - (2L - l)), 2L - l < x \end{cases} \tag{7}$$

$$x(0)=0\,,\ x(t_0)=L\,,\ x(T)=2L\,,\ \dot{x}(0)=0\,,\ \dot{x}(t_0)=0\,,$$

$$\dot{x}(T)=0\,. \tag{8}$$

Зауважимо що решта співвідношень (1), (4-5) залишаються без змін.

Враховуючи малу величину параметра ε, розв'язок задачі можна представити як ряд за малим параметром, що описує вплив пружних сил За асимптотичного підходу розв'язок подамо так [2,3]

$$x(t) = x_0(t) + \varepsilon x_1(t) + \varepsilon^2 x_2(t) + \ldots \tag{9}$$

де $x_0(t)$ - вироджений розв'язок, що відповідає ідеальному руху маніпулятора без урахування впливу пружних сил, $x_i(t)$ - поправки до основного розв'язку, яка враховує вплив пружних сил.

Для знаходження членів асимптотичного ряду $x_0(t)$, $x_1(t)$, $x_2(t)$, і так далі… у рівняння руху маніпулятора (1) та умови (4), (7), (8) підставимо шуканий розв'язок у вигляді ряду (9). Потім, Здійснимо стандартну процедуру прирівнювання членів з однаковими степенями ε [3]. В результаті отримаємо послідовність підзадач для визначення асимптотик у вигляді диференціальних рівнянь з відповідними обмеженнями. Розв'язуючи її знаходимо шукані коефіцієнти асимптотичного ряду.

Список літератури

[1] М. В. Демидюк, П. М. Демидюк, М. І. Ширко Параметрична оптимізація циклічних транспортних операцій одноланкового маніпулятора з активними та пасивними приводами // Прикл. проблеми механіки і математики, вип. 21, с. 64–71, 2023. Режим доступу: https ://doi .org /10.15407 /apmm2023.21.64 -71 .

[2] М. О. Рашевський, Асимптотичний аналіз нестаціонарних систем автоматичного керування, Математичне моделювання, № 2, с. 72–78, 2018. Режим доступу: http ://nbuv .gov .ua /UJRN /Mm_2018_2_11 .

[3] А. Я. Бомба, І. М. Присяжнюк, О. В. Присяжнюк, "Асимптотичний метод розв'язання одного класу модельних сингулярно збурених задач процесу масопереносу в різнопористих середовищах", Доповіді Національної академії наук України, № 3, с. 28–34, 2013.